

معدل التغير الثابت

السؤال الأساسي



كيف يمكنك إثبات أن شيئين متناسبان؟

المفردات



معدل التغير (rate of change)
معدل التغير الثابت (constant rate of change)

ممارسات رياضية

1, 2, 4

مفردات



المفردات الرئيسية

معدل التغير: معدل يصف كيف تتغير كمية بالنسبة لكمية أخرى. وفي العلاقة الخطية، يكون معدل التغير بين أي قيمتين ثابتاً. تتضمن العلاقة الخطية **معدل تغير ثابت**.

مسائل من الحياة اليومية



يحاسب مبرمج حاسوب عملائه مقابل كل سطر تعليمات برمجية يكتبه. املأ الفراغات بكميات التغير بين الأرقام المتتالية.

		+50	+50	+50
أسطر التعليمات	50	100	150	200
التكلفة (AED)	1,000	2,000	3,000	4,000
		+1,000	+1,000	+1,000

ضع تسميات على المخطط أثناء مصطلحات التغير في الأسطر: التغير بالدرهم، ومعدل التغير الثابت.

$$\frac{\text{AED 1,000}}{50 \text{ سطرًا}} = \frac{\text{التغير بالدرهم}}{\text{التغير في الأسطر}}$$

$$\text{معدل الوحدة} \left\{ \frac{\text{AED 20}}{1 \text{ سطر}} \right.$$

معدل التغير الثابت يساوي AED 20 مقابل سطر التعليمات البرمجية.

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| ① المتابعة في حل المسائل | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات |
| ② التفكير بطريقة جديدة | ⑥ مراجعة الدقة |
| ③ بناء فرضية | ⑦ الاستعانة من البنية |
| ④ استخدام نتائج الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاجات البصرية |

استخدام جدول

يمكنك استخدام جدول لحساب معدل التغير الثابت.

مثال



أ. يوضح الجدول المبلغ المالي الذي تربحه إحدى الجمعيات من غسل السيارات من أجل التبرع بالمال. استخدم المعلومات لحساب معدل التغير الثابت بالدرهم لكل سيارة.

السيارات المقسولة	
العدد	المال (AED)
5	40
10	80
15	120
20	160

احسب معدل الوحدة لمعرفة معدل التغير الثابت.

التغير في المبلغ المالي = $\frac{40 \text{ درهماً}}{5 \text{ سيارات}} = 8 \text{ دراهم}$ لكل سيارة

التغير في السيارات

اكتب معدل الوحدة.

إذاً، يزداد عدد الدراهم التي يتم ربحها بمقدار 8 دراهم لكل سيارة يتم غسلها.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمساائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

هـ. يوضح الجدول عدد الأميال التي قطعتها طائرة في رحلة طيران. استخدم المعلومات لحساب معدل التغير الثابت التقريبي بالأميال في الدقيقة.

الزمن (min)	30	60	90	120
المسافة (mi)	290	580	870	1,160

ب. يوضح الجدول عدد الطلاب الذين يمكن أن تتلهم الحافلة. استخدم الجدول لحساب معدل التغير الثابت بالطلاب لكل حافلة مدرسية.

عدد الحافلات	2	3	4	5
عدد الطلاب	144	216	288	360

معدل الوحدة

ماذا ما يتم التغيير من معدل التغير بمعدل الوحدة.

حوالي 10 أميال في الدقيقة

a. _____

72 طالباً لكل حافلة

b. _____

استخدام التمثيل البياني

يمكنك أيضاً استخدام تمثيل بياني لحساب معدل التغير الثابت وتحليل النقاط على التمثيل البياني.



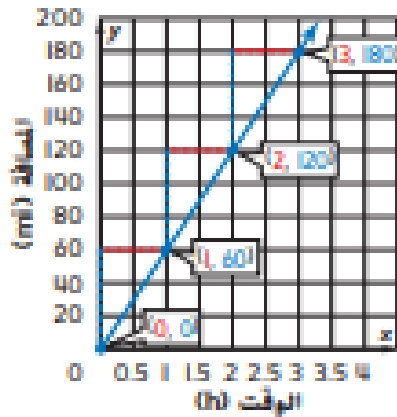
أمثلة

2. يوضح التمثيل البياني المسافة

المقطوعة أثناء القيادة على طريق سريع. احسب معدل التغير الثابت.

لحساب معدل التغير، اختر أي نقطتين على الخط. مثل $(0, 0)$ و $(1, 60)$.

$$\frac{\text{التغير في الأميال}}{\text{التغير في الساعات}} = \frac{60 - 0}{1 - 0} = \frac{60 \text{ ميلاً}}{1 \text{ ساعة}}$$



3. اشرح ما الذي تمثله النقطتان $(0, 0)$ و $(1, 60)$.

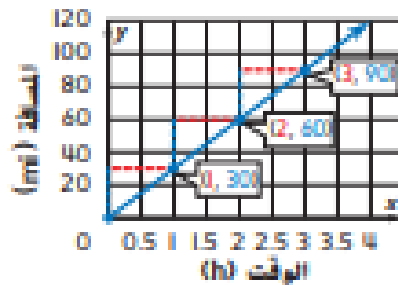
تمثل النقطة $(0, 0)$ قطع "صفر" ميل في "صفر" ساعة.

تمثل النقطة $(1, 60)$ قطع 60 ميلاً في ساعة واحدة. لاحظ أن هذا هو معدل التغير الثابت.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

e. استخدم التمثيل البياني لحساب

معدل التغير الثابت في الأميال لكل ساعة أثناء القيادة في المدينة.



f. على السطور التالية، اشرح ما تمثله النقطتان $(0, 0)$ و $(1, 30)$.

تمثل النقطة $(0, 0)$ قطع "صفر" ميل في "صفر" ساعة.

تمثل النقطة $(1, 30)$ قطع 30 ميلاً في ساعة واحدة.

الأزواج المرتبة

يمثل الزوج المرتب $(2, 120)$ السفر بمسافة 120 ميلاً في ساعتين.

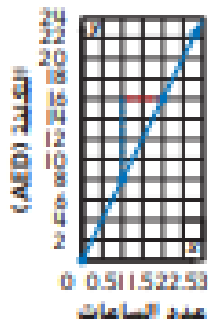
c. 30 ميلاً في الساعة



مثال

4. بين كل من الجدول والتشيل البياني أدناه التكلفة بالساعة لتأجير دراجة هوائية من متجرين مختلفين. أي المتجرين يتقاضى تكلفة أكبر لكل دراجة هوائية؟ اشرح.

الدراجات الراكعة



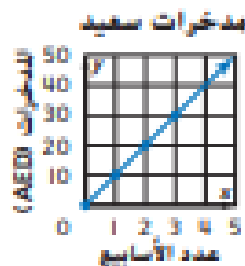
متجر تأجير الدراجات	
الزمن (بالساعة)	التكلفة (AED)
2	24
3	36
4	48

تزداد التكلفة في متجر "تأجير الدراجات" بمقدار 12 AED كل ساعة.
وتزداد التكلفة في متجر "الدراجات الراكعة" بمقدار 8 AED كل ساعة.
لذا، يتقاضى متجر "تأجير الدراجات" تكلفة أكبر في الساعة لتأجير دراجة هوائية.



تمرين موجّه

1. يوضح الجدول والتشيل البياني أدناه المبلغ اليومي الذي يدخره كل من عدنان وسعيد أسبوعياً. من الذي يدخر مبلغاً أكبر في كل أسبوع؟ اشرح. (الأسئلة 1 و 2 و 4)



مدخرات عدنان	
الزمن (بالأسابيع)	المدخرات (AED)
2	AED 30
3	AED 45
4	AED 60

عدنان: معدل الوحدة لمدخرات عدنان هو 15 AED في الأسبوع.

سعيد: معدل الوحدة لمدخرات سعيد هو 10 AED في الأسبوع.

2. راجع التشيل البياني في التمرين رقم "1". اشرح ما الذي تلاحظه المتطابق (0, 0) و (1, 10). (التمرين 1)

النقطة (0, 0) صفر درهم يدخرها سعيد في صفر أسبوع. وتمثل

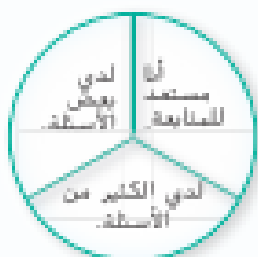
النقطة (1, 10) مبلغ 10 درهم يتم ادخارها في أسبوع واحد.

3. الاستفادة من السؤال الأساسي كيف يمكنك حساب معدل الوحدة في تشيل بياني يمر بنقطة الأصل؟

الإجابة النموذجية: استخدم الإحداثي y للنقطة حيث يساوي الإحداثي x الرقم "1".

قيم نفسك!

هل أنت مستعد للبتابعة؟ ظلل القسم المناسب.



تمارين ذاتية

احسب معدل التغير الثابت لكل جدول. (نبتان 1)

6 أمتار في الثانية

المسافة (m)	الزمن (s)
6	1
12	2
18	3
24	4

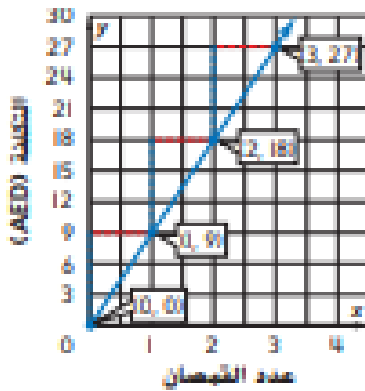
1.

التقطيع	التكلفة (AED)
2	18
4	36
6	54
8	72

2.

9 AED مقابل القطعة

الواحدة



3. يوضح التمثيل البياني تكلفة شراء قيصان. احسب معدل التغير الثابت على التمثيل البياني. ثم اشرح ما الذي تملكه النقطتان (0, 0) و (1, 9). (نبتان 2 و 3)

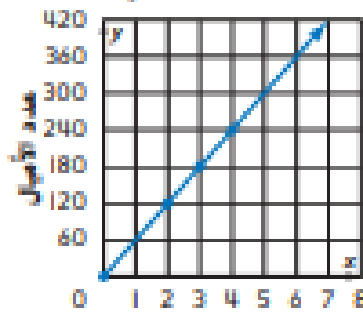
9 AED للقيص: الإجابة النموذجية: تمثل النقطة (0, 0) أن عدد

القيصان التي تم شراؤها يساوي 0 وعدد الدراهم التي تم إنفاقها يساوي

0. تمثل النقطة (1, 9) أنه تم إنفاق 9 دراهم مقابل قيص واحد.

4. انطلقت عائلة محبوب وسالاح في رحلة تستمر لمدة 4 ساعات على الطريق. المسافة التي قطعتها كل عائلة موضحة في الجدول والتمثيل البياني أدناه. أي من العائلتين كان متوسط الأميال التي قطعتها في الساعة أقل؟ اشرح. (نبتان 4)

رحلة عائلة صالح



رحلة عائلة محبوب

الزمن (بالساعة)	المسافة (بالأميال)
2	90
3	135
4	180

عائلة محبوب: الإجابة النموذجية: معدل الوحدة لعائلة محبوب هو 45 ميلاً في

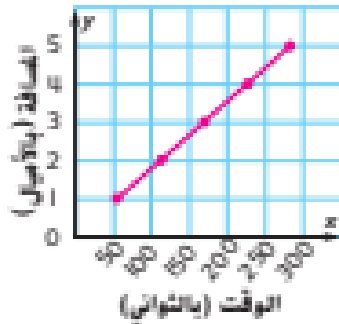
الساعة. معدل الوحدة لعائلة صالح هو 60 ميلاً في الساعة.

5. في الساعة 1:00 ظهرًا، يكون ارتفاع مستوى الماء في حوض السباحة 13 بوصة. وفي الساعة 1:30 ظهرًا، يصل مستوى الماء إلى 18 بوصة. وفي الساعة 2:30 ظهرًا، يصل مستوى الماء إلى 28 بوصة. ما هو معدل التغير الثابت؟

10 بوصات في الساعة

6. استخدام نماذج الرياضيات راجع أزمة اللد في التمارين 5 و 6.

اللفات	4	8	12	16	20
المسافة (m)	1	2	3	4	5
الوقت (s)	57.1	114.2	171.3		



6. كم المدة الزمنية التي يستغرقها عدلان ليقطع سباقًا لمسافة ميل واحد؟
اكتب المعدل الثابت للتغير بالميل في الثانية.

قرب إلى أقرب جزء من مئة. **57.1 s حوالي 0.02 ميلاً في الثانية**

6. مثل الأزواج المرتبة بيانياً (الزمن، المسافة) على المستوى الإحداثي على اليسار. ثم بتوصيل النقاط باستخدام خط متصل.

مهارات التفكير العليا

7. استخدام نماذج الرياضيات ارسو جدولاً يكون معدل التغير فيه 6 بوحدات لكل قدم. **الإجابة النموذجية:**

بوحدات	قدم
18	3
36	6
54	9
72	12

8. **تقرير الاستنتاجات** تزداد الحدود في المتتالية "a" بمقدار "3".

وتزداد الحدود في المتتالية "b" بمقدار "8". في أي متتالية تشكل الحدود خطاً أكثر انحداراً عند تمثيلها بيانياً كنقاط على المستوى الإحداثي؟ علل استنتاجك.

الإجابة النموذجية: المتتالية "b"؛ بما أن الاختلاف المشترك أكبر، فإن حدودها تزداد

بمعدل أسرع وتشكل النقاط خطاً أكثر انحداراً.

9. **التمايزة في حل المسائل** معدل التغير الثابت للملائمة الموضحة في الجدول

هو 8 AED في الساعة.

احسب القيم المفقودة.

الزمن (h)	1	2	3
الأرباح (AED)	x	y	z

$x = 8$ $y = 16$ $z = 24$

تمرين إضافي

احسب معدل التغير الثابت لكل جدول.

9 AED في الساعة



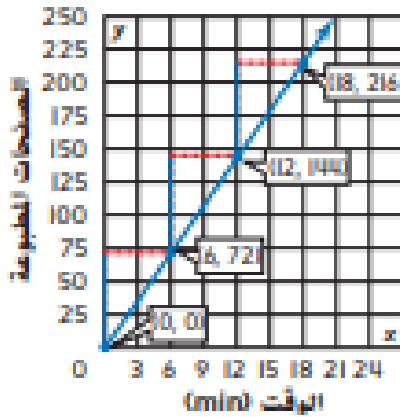
التغير في الأجر
التغير في الساعات

AED 9
الساعة

الزمن (h)	0	1	2	3
الأجر (AED)	0	9	18	27

0.03 AED لكل دقيقة

الدقائق	1,000	1,500	2,000	2,500
التكلفة (AED)	38	53	68	83



12. استخدم التمثيل البياني لحساب معدل التغير الثابت. ثم اشرح ما الذي تملكه النقطتان (0, 0) و (6, 72).

12 صفحة في الدقيقة: الإجابة النموذجية: تمثل النقطة (0, 0)

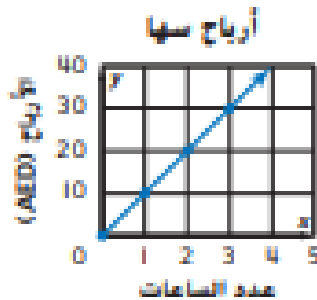
طباعة "صفر" صفحة في "صفر" دقيقة. تمثل النقطة (6, 72)

طباعة 72 صفحة في 6 دقائق.

13. **تقرير الاستنتاجات** تكسب كل من مائل وسها المال مقابل العمل كجلبسات أطفال.

يوضح الجدول التمثيل البياني المبالغ المكتسبة في ليلة واحدة.

من الذي يتقاضى مالاً أكثر لكل ساعة؟ اشرح.



أرباح مائل	
الزمن (بالساعة)	الأرباح (AED)
2	18
3	27
4	36

سها: الإجابة النموذجية: معدل الوحدة لمائل هو 9 AED في الساعة.

معدل الوحدة لسها هو 10 AED في الساعة.

14. تكلف تذكرة فيلم واحد تساوي 7.50 AED. تكلف تذكرة فيلمين هي 15 AED.

بناء على معدل التغير الثابت هذا، ما تكلف تذكرة 4 أفلام؟ 30 AED

انطلق! تمرين على الاختبار

15. بدأ أيمن برنامجاً للركض استعداده لموسم السباقات. كان يركض لمدة نصف ساعة في كل صباح على مدى 60 يوماً. وكان متوسط المسافة التي يقطعها 6.5 ميلاً في الساعة. ما العدد

الإجمالي للأسيال التي ركضها أيمن على مدار فترة 60 يوماً؟

195 mi

16. حدد معدل التغير الثابت لكل جدول بيانات.

عدد الشاحنات	3	7	11
عدد البذور	30	70	110
عدد الجداول	4	6	9
عدد الكراسي	48	72	108
عدد الركاب	24	60	120
عدد الشاحنات الصغيرة	2	5	10
عدد الكتيبات	20	50	100
عدد الصفحات	2	5	10

$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{10}$

$\frac{12}{1}$

$\frac{10}{1}$

$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{10}$

$\frac{12}{1}$

$\frac{10}{1}$

$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{10}$

$\frac{12}{1}$

$\frac{10}{1}$

$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{10}$

$\frac{12}{1}$

$\frac{10}{1}$

مراجعة شاملة

اكتب المخرج لكل مُدخل معطى في الجداول أدناه.

المُدخل	اطرح 5	المُخرج
30	$30 - 5$	25
40	$40 - 5$	35
50	$50 - 5$	45
60	$60 - 5$	55

المُدخل	اجمع 4	المُخرج
1	$1 + 4$	5
2	$2 + 4$	6
3	$3 + 4$	7
4	$4 + 4$	8

المُدخل	اقسم على 3	المُخرج
3	$3 \div 3$	1
6	$6 \div 3$	2
9	$9 \div 3$	3
12	$12 \div 3$	4

المُدخل	اضرب في 2	المُخرج
1	1×2	2
2	2×2	4
3	3×2	6
4	4×2	8