

الدرس 8

الميل

السؤال الأساسي



كيف يمكنك إثبات أن شيئين متناسبان؟

المفردات



الميل (slope)

ممارسات رياضية



1, 2, 4

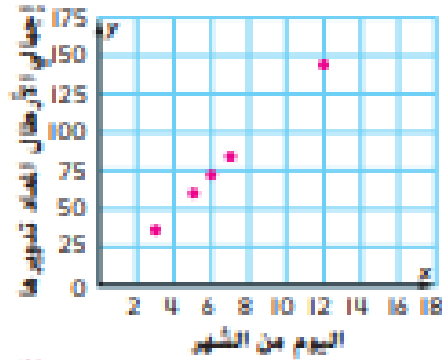
مسائل من الحياة اليومية



إعادة التدوير تطبع شركة ميرو كومبكس على ورق معاد تدويره. يوضح الجدول العدد الإجمالي لأرطال الورق المعاد تدويره والتي يُستخدم كل يوم خلال الشهر.

يوم في الشهر	إجمالي الكمية المعاد تدويرها (lbs)
3	36
5	60
6	72
7	84
12	144

1. مثل الأزواج المرتبة بيانياً على مستوى إحداثي.



الإجابة النموذجية:

2. اشرح السبب الذي جعل التمثيل البياني خطياً. **تقع النقاط على خط مستقيم.**

3. استخدم نقطتين لحساب معدل التغير الثابت.

النقطة 1. $\frac{\text{التغير في الأرطال}}{\text{التغير في الأيام}} = \frac{36}{3} = 12$

النقطة 2. $\frac{\text{التغير في الأرطال}}{\text{التغير في الأيام}} = \frac{60}{5} = 12$

إذاً معدل التغير الثابت هو $\frac{24}{2} = 12$ أرطالاً كل يوم.

ما **1** الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

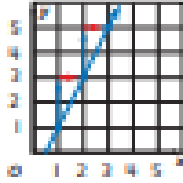
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| ① الدائرة في حل المسائل | ⑤ استخدام أدوات الرياضيات |
| ② التفكير بطريقة جديدة | ⑥ مراعاة الدقة |
| ③ بناء فرضية | ⑦ الاستفادة من البنية |
| ④ استخدام خداع الرياضيات | ⑧ استخدام الاستنتاجات البديهة |

المفهوم الرئيس

الميل

الميل، معدل التغير بين أي نقطتين على الخط.

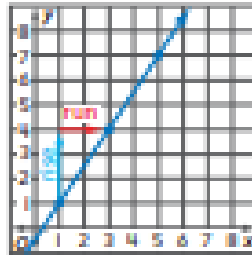


$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x} = \frac{4}{2} = 2$$

منطقة العمل

في العلاقة الخطية، التغير الرأسي (التغير في قيمة y) لكل وحدة في التغير الأفقي (التغير في قيمة x) يكون ثابتًا بشكل دائم. نسمي النسبة باسم **ميل** الدالة. معدل التغير الثابت - أو معدل الوحدة - هو نفسه ميل العلاقة الخطية المرتبطة به.

ويوضح الميل مقدار انحدار الخط. ويسمى التغير الرأسي أحيانًا "الارتفاع" بينما يسمى التغير الأفقي "الامتداد". يمكنك القول بأن الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$



احسب عدد الوحدات التي تكوّن التغير الرأسي للخط في التمثيل البياني الموضح أعلاه. اكتب هذا الرقم للبسط في الكسر أدناه. احسب عدد الوحدات التي تكوّن التغير الأفقي للخط. اكتب هذا الرقم للمقام في الكسر أدناه.

$$\frac{3}{2} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

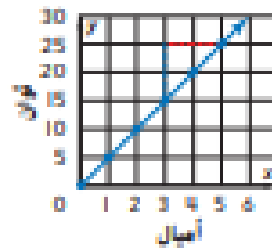
إذًا ميل الخط هو $\frac{3}{2}$.



مثال

1. يوضح الجدول أدناه العلاقة بين عدد الثواني t المستغرقة لسماع صوت الرعد بعدما يومض البرق والأميال x التي تبعدك عن البرق. مثل البيانات بيانياً واحسب الميل. وشرح ما الذي يمثله الميل.

الأميال (x)	0	1	2	3	4	5
الثواني (y)	0	5	10	15	20	25



الميل = $\frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$ تعريف الميل

$$= \frac{15 - 25}{3 - 5} \quad \text{استخدم (3, 15) و (5, 25)}$$

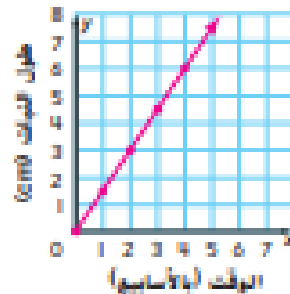
$$= \frac{10}{-2} \quad \begin{array}{l} \text{ثواني} \rightarrow \\ \text{أميال} \rightarrow \end{array}$$

$$= \frac{5}{1} \quad \text{حوّل لأبسط صورة}$$

إذاً، يمثل كل 5 ثواني بين وميض البرق وصوت الرعد، يوجد ميل واحد بينك وبين مكان حدوث البرق.

تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

5. مثل بيانياً البيانات الخاصة بطول نبات من أجل مشروع معرض علمي. ثم أوجد ميل الخط. اشرح ما الذي يمثله الميل في منطقة العمل.



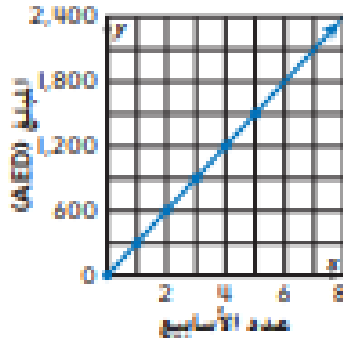
الأسبوع	طول النبات (cm)
1	1.5
2	3
3	4.5
4	6

الميل لغة الانحدار أو الانحراف. وفي لغة الرياضيات، الميل هو نسبة التغير الرأسى لكل وحدة من التغير الأفقى. انحدار خط معين.

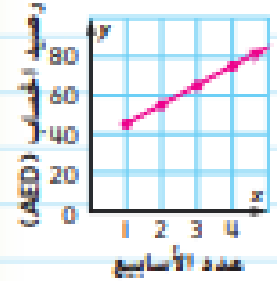
الميل = $1.5 = \frac{\text{النبات}}{\text{الأسبوع}}$
النبات يقعدل 1.5 cm

5. _____

مثال



2. فتح راشد حساب مدخرات، ويودع في كل أسبوع مبلغ AED 300. مثل بيانياً الرصيد الحساب في مقابل الوقت. أوجد القيمة العددية للميل وأشرحها بالكلمات.
ميل الخط، المعدل الذي يزداد به رصيد الحساب أو هو $\frac{\text{AED } 300}{1 \text{ أسبوع}}$.



تأكد من فهمك أوجد حلاً للمسألة التالية لتتأكد أنك فهمت.

b. يوجد لدى عائشة رصيد بمقدار AED 35 في حساب هاتفها المحمول. وتضيف AED 10 في كل أسبوع على مدى الأسابيع الأربعة التالية. مثل بيانياً في منطقة العزل لرصيد الحساب في مقابل الوقت. أوجد القيمة العددية للميل وأشرحها بالكلمات.

AED 10
1 أسبوع : تودع

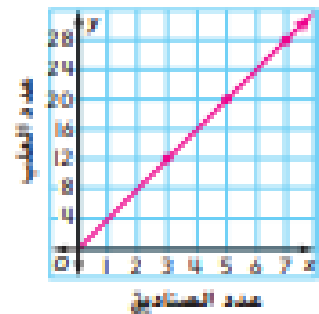
b. عائشة AED 10
كل أسبوع.



تمرين موجّه

الصفائح، x	3	5	7
وجبات الفاكهة الخفيفة، y	12	20	28

1. يوضح الجدول على اليمين عدد ألعاب الصغرة من وجبات الفاكهة الخفيفة y لكل صندوق x. مثل البيانات بيانياً ثم أوجد ميل الخط. وأشرح ما الذي يمثله الميل. (الملائم: 12 أو 4)
 $\frac{4}{1}$ أو 4: يوجد 4 ألعاب من وجبات الفاكهة الخفيفة في كل صندوق.



2. الاستفادة من السؤال الأساسي ما العلاقة بين معدل التغير والميل؟
الإجابة النموذجية: معدل التغير الثابت لدالة معينة هو نفس ميل التمثيل البياني للدالة. معدل التغير كمعدل وحدة يساوي الميل.

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لفكرة الميل؟ ارسم دائرة حول الصورة.



واضح

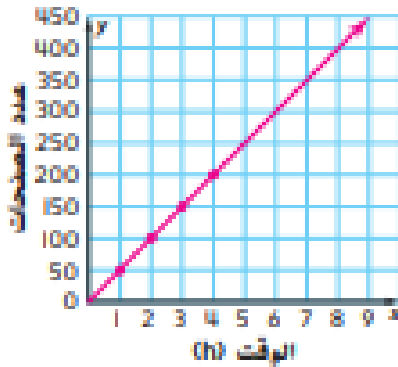


واضح إلى حد ما



غير واضح

تمارين ذاتية



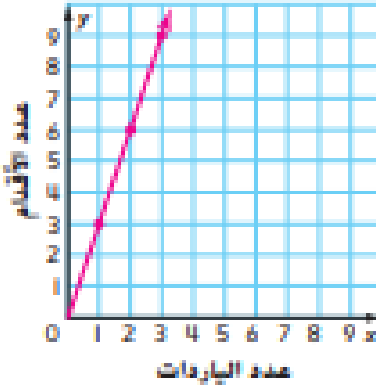
1. يوضح الجدول عدد الصفحات التي يقرأها عميد في x ساعة. مثل البيانات بيانياً. ثم أوجد ميل الخط.

واشرح ما الذي يمثله الميل. (0 نقطة)

الزمن (h)	1	2	3	4
عدد الصفحات	50	100	150	200

$50 = \frac{50}{1}$: يقرأ عميد 50 صفحة كل ساعة.

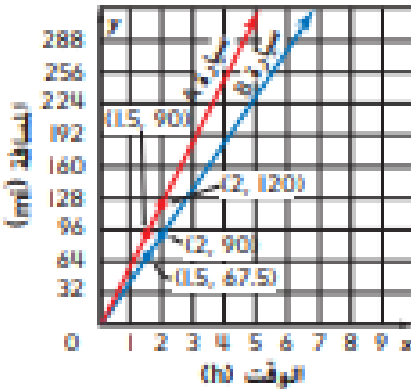
2. مثل البيانات بيانياً. أوجد القيمة العددية للميل واشرحها بالكلمات. (0 نقطة)



عدد الخطوات	1	2	3
عدد الأقدام	3	6	9

$3 = \frac{3}{1}$: يوجد 3 أقدام في الخطوة.

3. يوضح التمثيل البياني السرعة المتوسطة لسيارتين على الطريق السريع.



a. ما الذي تملكه النقطة $(2, 120)$ ؟ تمثل أن السيارة "A" تسير مسافة 120 ميلاً في ساعتين.

b. ما الذي تملكه النقطة $(1.5, 67.5)$ ؟ تمثل أن السيارة "B" تسير مسافة 67.5 ميلاً في ساعة ونصف.

c. ما الذي تملكه نسبة الإحداثي x إلى الإحداثي y لكل زوج من النقاط على التمثيل البياني؟

سرعة كل سيارة عند هذه النقطة

d. ما الذي يمثله ميل كل خط؟

السرعة المتوسطة للسيارة

e. أي السيارتين تسير بسرعة أكبر؟ كيف يمكنك معرفة ذلك من التمثيل البياني؟

السيارة "A": الميل أكثر انحداراً

الميل

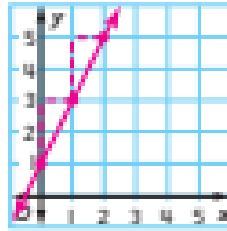
الأرقام

النقاط: (١, ١) و (2, 3)

$$\text{الميل} = \frac{3 - 1}{2 - 1}$$

$$2 = \frac{2}{1}$$

الصورة



الشرح

الميل هو معدل التغير بين أي نقطتين على الخط.

مهارات التفكير العليا

٥. البحث عن الخطأ: نبحث أماني عن ميل الخط الذي يمتد بين النقطتين (3, 7) و (5, 10) اكتشفت خطأها وصحّحه.

التغير الأفقي

وجدت أماني على التغير الرأسي .
يجب أن تكون إجابتها $\frac{3}{2}$

٦. العبارة في حل المسائل تدخر مدى المال بمعدل 30 AED في الشهر. يدخر فارس المال بمعدل 35 AED في الشهر. وبدأ الاثنان الادخار معاً في الوقت نفسه. إذا كنت سترسم جدولاً للقيم وتثليلاً بيانياً لكل دالة. فكيف سيصبح الميل لكل تمثيل بياني؟

هدى: $\frac{30}{1}$ فارس: $\frac{35}{1}$

٧. الاستدلال الاستقرائي بدون تمثيل بياني. حدد ما إذا كانت A(5, ١) و B(١, 0) و C(3, 3) تقع على الخط نفسه. اشرح استنتاجاتك.

لا: الإجابة النموذجية: ميل AB هو $\frac{0-1}{1-5} = \frac{1}{4}$ وميل BC هو $\frac{3-0}{3-1} = \frac{3}{2}$. إذا كانت

النقاط على الخط نفسه، فيمكن أن تكون الميول متساوية.

٨. استخدام نماذج الرياضيات: حدد نقطتين على الخط يكون الميلا $\frac{5}{8}$.

الإجابة النموذجية: (2, 0) و (6, 10)



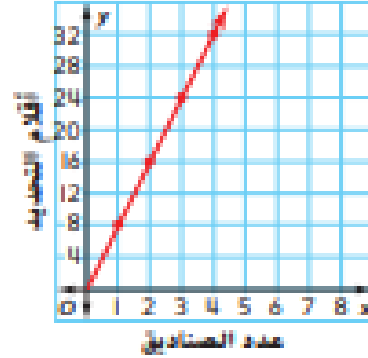
يمكن إيجاد الميل بين النقطتين (3, 7) و (5, 10) بالشكل التالي:

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{5 - 3}{10 - 7} = \frac{2}{3}$$

تمرين إضافي

الصفائح	1	2	3	4
أفلام التحديد	8	16	24	32

9. **تقرير الاستنتاجات** يوضح الجدول على اليسار عدد أفلام التحديد لكل صندوق. مثل البيانات بيانياً. ثم أوجد ميل الخط. اشرح ما الذي يمثله الميل.



استخدم (1, 8) و(2, 16).

$$\begin{aligned} \text{الميل} &= \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x} \\ &= \frac{16 - 8}{2 - 1} \\ &= \frac{8}{1} \end{aligned}$$



لذلك، يوجد 8 أفلام تحديد في كل صندوق.

عمليات تأجير مركب بجداف		
عدد الساعات	التكلفة من شركة "هجلات" (AED)	التكلفة من شركة "ضوء الشمس" (AED)
1	20	25
2	40	50
3	60	75
4	80	100

10. يوضح الجدول تكلفة تأجير مركب بجداف من شركتين.

a. ما الذي يمثله النقطة (1, 20)؟

تبلغ التكلفة AED 20 مقابل تأجير مركب بجداف من شركة "هجلات المياه" لمدة ساعة واحدة.

b. ما الذي يمثله النقطة (2, 50)؟

تبلغ التكلفة AED 50 مقابل تأجير مركب بجداف من شركة "ضوء الشمس" لمدة ساعتين.

النسخ والحل للتمرين 11-14. صمم تمثيلاً بيانياً على نموذج منفصل من ورق التمثيل البياني لحساب كل ميل. ثم أوجد كل ميل ووضح دلالة.

11. يسبح محمد مسافة 25 متراً في الدقيقة الواحدة. صمم تمثيلاً بيانياً للأمتار التي يسبحها مقابل الوقت. أوجد القيمة العددية للميل وشرحها بالكلمات.

انظر ملحق الإجابات.

عدد الساعات	الهكساب (AED)
1	8
2	16
3	24
4	32

12. يوضح الجدول المبلغ الذي تربحه المياه مقابل عدد من ساعات العيال كجريمة أطفال. مثل البيانات بيانياً. ثم أوجد ميل الخط. وشرح ما الذي يمثله الميل.

13. أكمل فالح 20 مسألة واجب منزلي في ساعة واحدة. صمم تمثيلاً بيانياً لمسائل الواجب المنزلي مقابل الوقت. أوجد القيمة العددية للميل وشرحها بالكلمات.

14. تستأجر عائلة منصور 6 أفلام كل شهر. صمم تمثيلاً بيانياً للأفلام المستأجرة مقابل الوقت. أوجد القيمة العددية للميل وشرحها بالكلمات.

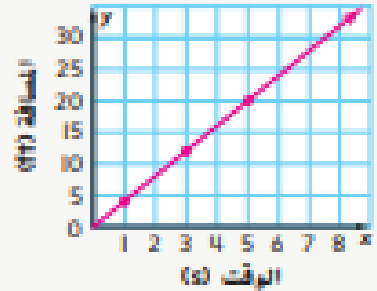
انطلق! تمرين على الاختبار

15. منذ أسبوعين، ربح عبد العزيز مبلغ 84 AED مقابل العمل 7 ساعات. وهذا الأسبوع ربح مبلغ 132 AED مقابل

العمل 11 ساعة. احسب القيمة الرقمية لميل الخط الذي يمثل أرباح عبد العزيز.

12

16. تمثل الأزواج المرتبة (4, 1) و(12, 3) و(20, 5) المسافة y التي قطعها أيمن مشيًا بعد x ثانية. ارسم الأزواج المرتبة على المستوى الإحداثي وارسم خطًا يمر عبر النقاط.



أوجد ميل الخط وشرح ما الذي يمثله الميل.

14. الإجابة النموذجية: الميل الذي قيمته 4 يعني أن أيمن يمشي 4 أقدام كل ثانية واحدة.

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كان كل موقف متناسب أم لا. اشرح استنتاجك.

17. يدفع ركاب سيارة الأجرة مبلغ 2.50 AED بمجرد دخولهم سيارة الأجرة. ثم يدفعون 1 AED لكل ميل تسيره السيارة.

لا: الإجابة النموذجية: $\frac{4.50}{2} \neq \frac{3.50}{1}$

18. يتقاضى أحد المطاعم مبلغ 5 AED مقابل الشطيرة الواحدة. و 9.90 AED مقابل الشطيرتين. و 14 AED للثلاث شطائر.

لا: الإجابة النموذجية: $\frac{14.25}{3} \neq \frac{9.90}{2} \neq \frac{5.00}{1}$

أكواف الدقيق	3	6	9	12	.20
أكواف الصخر	2	4	6	8	

نعم: الإجابة النموذجية:

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8}$$

التذاكر التي تم شراؤها	1	2	3	4	.19
التكلفة (AED)	7.50	15	22.50	30	

نعم: الإجابة النموذجية:

$$\frac{7.50}{1} = \frac{15}{2} = \frac{22.5}{3} = \frac{30}{4}$$