الهندسة

الدرس 6

تغيرات الأبعاد

مساحة السطح في المجسمات المتشابهة

إذا كان المجسم X مشابهًا للمجسم Y بناءً على معامل قياس نسبي، فإن مساحة سطح المجسم X تساوي مساحة سطح المجسم Y مضروبًا في تربيع معامل القياس النسبي.

المكعبات هي **مجسمات متشابهة** لأن لها شكل واحد وابعادها الخطية المتناظرة متناسبة.

حجم المجسمات المتشابهة

إذا كان المجسم X مشابهًا للمجسم Y بناءً على معامل قياس نسبي، فإن حجم المجسم X يساوي حجم المجسم Y مضروبًا في تكعيب معامل القياس النسبي.

ملخص الدرس

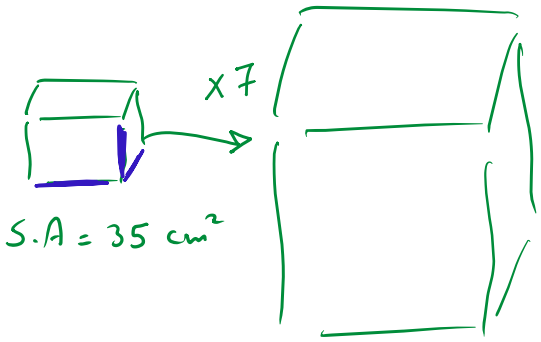
النسبة بين المساحتين = (معامل المقياس)^2

النسبة بين الحجمين = (معامل المقياس)^3

المساحة الجديدة = (معامل المقياس)^2 × المساحة القديمة

الحجم الجديد = (معامل المقياس)^3 × الحجم القديم

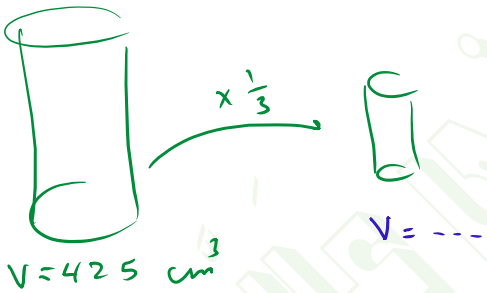
1. مساحة السطح لمنشور مستطيل القاعدة تساوي 35 سنتيمترًا مربعًا. ما مساحة السطح لمجسم مشابه تم تكبير أبعادة بناءً على معامل القياس النسبي 7؟



الجديد S.A = 35×7^2
$= 1715 \text{ cm}^2$

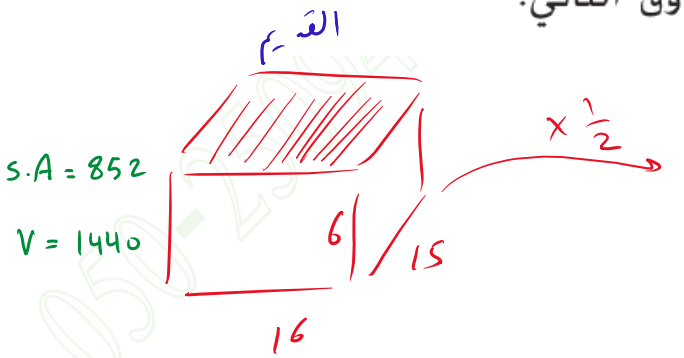
2. يبلغ حجم إسطوانة حوالي 425 سنتيمترًا مكعبًا. فما الحجم، بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة، لمجسم مشابه له أبعاد أصغر بناءً على معامل القياس النسبي $\frac{1}{3}$؟

الجديد V = القديم V × (معامل القياس)³



الجديد $V = 425 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3$
$= 15.7 \text{ cm}^3$

3. صندوق له غطاء جرّار في استوديو الأعمال الفنية لمحمود قياساته تساوي 16 سنتيمترًا في 15 سنتيمترًا في 6 سنتيمترات. يوجد صندوق آخر لا يُستخدم إلا لوضع فرش الرسم له شكل مشابه وأصغر وفقًا لمعامل القياس النسبي $\frac{1}{2}$. أوجد الحجم ومساحة السطح للصندوق الثاني.



القديم $S.A = 2[16(6) + 16(15) + 6(15)] = 852 \text{ cm}^2$

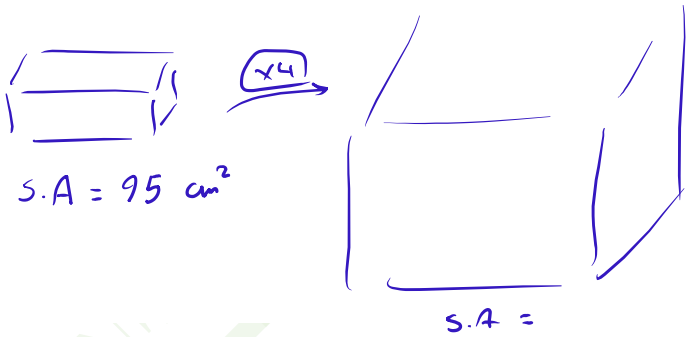
القديم $V = 16 \times 15 \times 6 = 1440 \text{ cm}^3$

الجديد $S.A = 852 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$= 213 \text{ cm}^2$

الجديد $V = 1440 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$
$= 180 \text{ cm}^3$

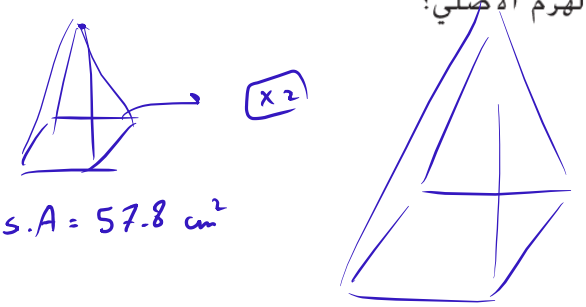
تمارين ذاتية

1. مساحة السطح لمنشور مستطيل القاعدة تساوي 95 سنتيمترًا مربعًا. ما مساحة السطح لمنشور مشابه تبلغ أطوال أبعاده 4 أضعاف أبعاد المنشور الأصلي؟



S.A الجديدة $= 95 \times 4^2$
$= \boxed{1520}\ cm^2$

2. مساحة السطح لهرم تساوي 57.8 سنتيمترًا مربعًا. ما مساحة السطح لهرم مشابه تبلغ أطوال أبعاده ضعفي أبعاد الهرم الأصلي؟



S.A الجديدة $= 57.8 \times 2^2$
$= \boxed{231.2}\ cm^2$

3. علبة حبوب مساحة سطحها تساوي 280 سنتيمترًا مربعًا. ما مساحة سطح علبة مشابهة أكبر بناءً على معامل القياس النسبي 1.4؟

S.A القديمة $= 280\ cm^2$

S.A الجديدة $= 280 \times 1.4^2$
$= \boxed{548.8}\ cm^2$

4. علبة عرض زجاجية مساحة سطحها تساوي 378 سنتيمترًا مربعًا. ما عدد السنتيمترات المربعة المستخدمة من الزجاج لعمل علبة عرض زجاجية تبلغ أبعادها نصف أبعاد العلبة الأصلية؟

S.A $=$ ▭

S.A القديمة $= 378\ cm^2$

S.A الجديدة $= 378 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$
$= \boxed{94.5}\ cm^2$

050-2509447

5. مخروط يبلغ حجمه 9,728 ميليمترات مكعبة. ما حجم مخروط مشابه تبلغ أبعاده ثُمن أبعاد المخروط الأصلي؟

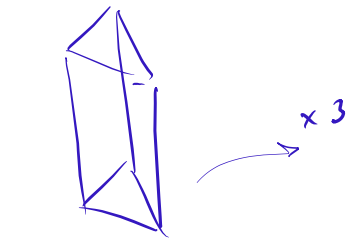
$\frac{1}{8}$

$V = 9728\ mm^3$

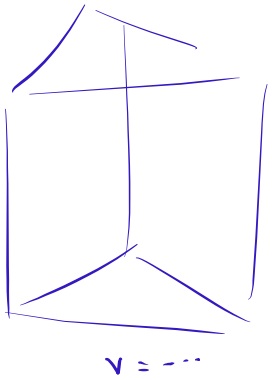
$V_{\text{الجديد}} = 9728 \times \left(\frac{1}{8}\right)^3$

$= \boxed{19}\ mm^3$

6. منشور ثلاثي يبلغ حجمه 350 مترًا مكعبًا. إذا تضاعفت الأبعاد ثلاث مرات، فما حجم المنشور الجديد؟



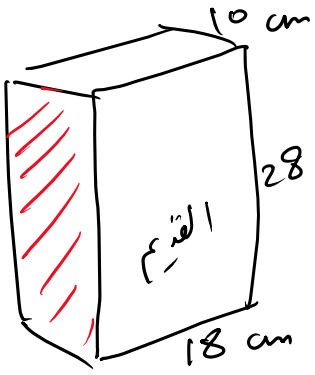
$V = 350\ m^3$



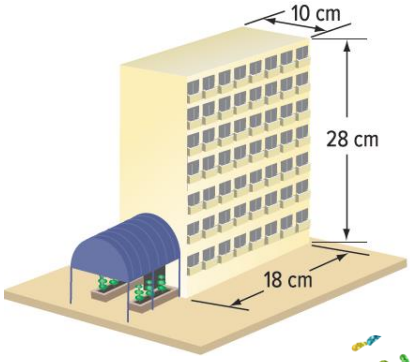
$V_{\text{الجديد}} = 350 \times 3^3$

$= \boxed{9450}\ m^3$

7. موضح فيما يلي نموذج مبنى سكني جديد. يخطط المهندس المعماري لمضاعفة أبعاد المبنى 360 ضعفًا أكبر من أبعاد النموذج. فكم سيكون حجم المبنى الجديد ومساحة سطحه بوحدة المتر المكعب والمتر المربع عند اكتماله؟



مساحة الجوانب (مساحة القاعدتين ليس لها معنى)



طريقة الحل

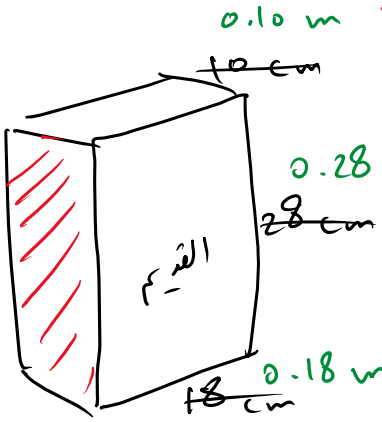
$S.A_{\text{القديمة}} = 18(28)(2) + 10(28)(2) = 1568\ cm^2 = \boxed{0.1568}\ m^2$ (÷100 ÷100)

$V_{\text{القديم}} = 18 \times 28 \times 10 = 5040\ cm^3 = \boxed{0.00504}\ m^3$ (÷100 ÷100 ÷100)

$S.A_{\text{الجديد}} = 0.1568 \times 360^2 = 20321.28\ m^2$

$V_{\text{الجديد}} = 0.00504 \times 360^3 = 235146.24\ m^3$

7. موضح فيما يلي نموذج مبنى سكني جديد. يخطط المهندس المعماري لمضاعفة أبعاد المبنى 360 ضعفًا أكبر من أبعاد النموذج. فكم سيكون حجم المبنى الجديد ومساحة سطحه بوحدة المتر المكعب والمتر المربع عند اكتماله؟

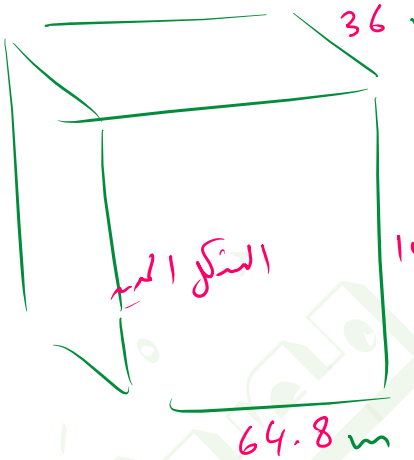


0.10 m × 360

0.28 m × 360

0.18 m × 360

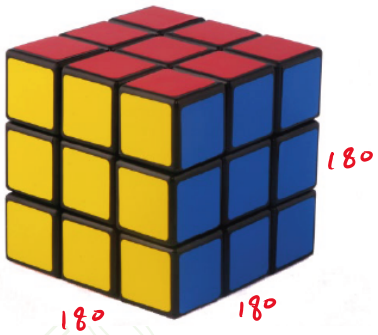
طريقة الحل (2)



S.A بدون القاعدتين يعني L.A $= 2\left[36(100.8) + 100.8(64.8)\right] = 20321.28 \ m^2$

$V = 64.8 \times 100.8 \times 36 = 235146.24 \ m^3$

8. توجد أكبر أحجية مكعبات في العالم في نوكسفيل في ولاية تينيسي. يبلغ قياسها 180 سنتيمترًا في كل جانب. معامل القياس النسبي بين أحجية المكعبات القياسية وأكبر أحجية يساوي $\frac{1}{24}$. أوجد مساحة السطح والحجم لأحجية المكعبات القياسية.



لأكبر أحجية في العالم S.A ، V

لأحجية الكبيرة $S.A = 6[180(180)] = 194400 \ cm^2$

لأحجية الكبيرة $V = (180)^3 = 5832000 \ cm^3$

لأحجية القياسية $S.A = 194400\left(\frac{1}{24}\right)^2 = \boxed{337.5} \ cm^2$

لأحجية القياسية $V = 5832000\left(\frac{1}{24}\right)^3 = \boxed{421.9} \ cm^3$

9 م.د **المثابرة في حل المسائل** كرتان متشابهتان في الشكل. معامل القياس النسبي بين الكرة الأصغر والكرة الأكبر يساوي $\frac{3}{4}$. إذا كان حجم الكرة الأصغر يساوي 126.9 مترًا مكعبًا، فما حجم الكرة الأكبر؟

$$\frac{\text{ح الصغير}}{\text{ح الكبير}} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$\Rightarrow \frac{126.9}{\text{ح الكبير}} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$\frac{126.9}{\text{ح الكبير}} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{126.9}{\text{ح الكبير}} = \frac{27}{64}$$

$$\Rightarrow \text{ح الكبير} = \frac{126.9 \times 64}{27}$$

$$= \boxed{300.8}\ m^3$$

050-2509447