الإحصاء والاحتمال

الدرس 7

الأحداث المستقلة وغير المستقلة

المفردات الأساسية

عندما لا يؤثر حدث على نتيجة الحدث الآخر، تكون عندئذٍ **أحداث مستقلة**. على سبيل المثال، إذا ألقيت عملة معدنية مرتين، فإن الرمية الأولى لا تؤثر على الرمية الثانية. أكمِل خريطة المفاهيم أدناه.

احتمال وقوع الأحداث المستقلة

الشرح يمكن إيجاد احتمال وقوع حدثين مستقلين عن طريق ضرب احتمال وقوع الحدث الأول في احتمال وقوع الحدث الثاني.

الرموز $P(A \text{ و } B) = P(A) \cdot P(B)$

يمكنك استخدام قوائم منظمة أو جداول أو مخططات شجرية أو الضرب لإيجاد احتمال وقوع الأحداث المركبة.

احتمال وقوع الأحداث غير المستقلة

الشرح إذا كان الحدثان A و B غير مستقلين، فإن احتمال وقوع كلٍ من الحدثين هو ناتج ضرب احتمال وقوع A واحتمال وقوع B بعد حدوث A.

الرموز $P(A \text{ و } B) = P(A) \cdot P(B \text{ يتبع } A)$

إذا كانت نتيجة حدث تؤثر على نتيجة الحدث الآخر، يُطلق على الحدثين **أحداث غير مستقلة**. على سبيل المثال، أنت لديك حقيبة بها كرات زجاجية زرقاء وخضراء. عليك اختيار إحدى الكرات، وعدم إرجاعها، ثم اختيار كرة أخرى.

تمرين موجّه

تحقق

تم إلقاء عملة معدنية ودحرجة مكعب أعداد. أوجِد كل احتمال.

1. P(كتابة و 3)

2
1 6
1 1

* أحداث مستقلة لأن رمية قطعة النقود لا تؤثر على رمية المكعب.

لدينا مكعب فيه 6 أرقام

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

كتابة ← $\frac{1}{2}$
1, 2, 3, 4, 5, 6 ← $\frac{1}{6}$

1 ص	1 ك
2 ص	2 ك
3 ص	3 ك
4 ص	4 ك
5 ص	5 ك
6 ص	6 ك

$\Rightarrow \frac{1}{12}$

2. P(كتابة وعدد فردي)

2
1 6
1 1

أحداث مستقلة

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

1, 3, 5 ← $\frac{3}{6}$
1, 2, 3, 4, 5, 6

1 ص	1 ك
2 ص	2 ك
3 ص	3 ك
4 ص	4 ك
5 ص	5 ك
6 ص	6 ك

$\Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

3. توجد بطاقات تحمل الأرقام 5 و 6 و 7 و 8 و 9 في مجموعة. تم سحب بطاقة ولم تسترجع. ثم تم سحب بطاقة ثانية بشكلٍ عشوائي.
أوجِد احتمال سحب عددين زوجيين.

$P(\text{زوجي}, \text{زوجي}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

	5	6	7	8	9
5	////	5,6	5,7	5,8	5,9
6	6,5	////	6,7	6,8	6,9
7	7,5	7,6	////	7,8	7,9
8	8,5	8,6	8,7	////	8,9
9	9,5	9,6	9,7	9,8	////

$\Rightarrow \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

تمارين ذاتية

تمت دحرجة مكعب أعداد واختيار كرة زجاجية بشكلٍ عشوائي من الحقيبة الموجودة على اليسار. أوجِد كل احتمال. اكتب الحل هنا.

1. P(أحمر 1)

$\frac{2}{8}$ ، $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6} \times \frac{2}{8} = \frac{2}{48} = \boxed{\frac{1}{24}}$

أحداث مستقلة

2. P(أرجواني 3)

$\frac{1}{8}$ ، $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \boxed{\frac{1}{48}}$

أحداث مستقلة

3. P(عدد زوجي وأصفر)

$\frac{2}{8}$ ، $\frac{3}{6}$

$\frac{3}{6} \times \frac{2}{8} = \frac{6}{48} = \boxed{\frac{1}{8}}$

4. P(عدد فردي وليس أخضرًا)

$\frac{3}{6}$ ، $\frac{6}{8}$

$= \frac{6}{8} \times \frac{3}{6} = \boxed{\frac{3}{8}}$

5. عجلة لعبة حظ بالكرنفال لها 12 قسمًا متساويًا. أحد الأقسام يحتوي على نجمة. للفوز بجائزة، يجب على اللاعبين التوقف على القسم الذي يحتوي على النجمة

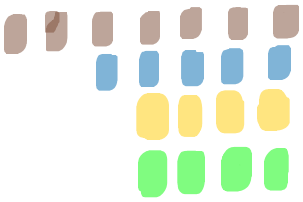
في دورتين على التوالي. ما احتمال فوز أحد اللاعبين؟

$P($نجمة، نجمة$) = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \boxed{\frac{1}{144}}$

6. تحتوي مجموعة قياسية من قطع الدومينو على 28 قطعة، مع وجود جانبين من النقاط من 0 إلى 6 لكل قطعة. من بين هذه القطع، 7 لها نفس العدد من النقاط على كل جانب. فإذا اختار كل لاعب من أربعة لاعبين قطعة بشكل عشوائي، دون إرجاع، فما احتمال أن كلًا منهم سيختار قطعة لها نفس العدد من النقاط على كل جانب؟

$P(\text{نفس العدد} \text{ و } \text{نفس العدد} \text{ و } \text{نفس العدد})$

$= \frac{7}{28} \times \frac{6}{27} \times \frac{5}{26} \times \frac{4}{25} = \frac{1}{585}$



يوجد بصف السيدة هدى 5 طلاب لهم عيون زرقاء و7 طلاب لهم عيون بنية و4 لهم عيون عسلية و4 لهم عيون خضراء. يتم اختيار اثنين من الطلاب بشكلٍ عشوائي. أوجِد كل الاحتمالات.

7. $P(\text{خضراء ثم بنية})$

$\frac{4}{20} \times \frac{7}{19} = \frac{7}{95}$

8. $P(\text{زرقاوان})$

$\frac{5}{20} \times \frac{4}{19} = \frac{1}{19}$

9. $P(\text{عسلية ثم زرقاء})$

$\frac{4}{20} \times \frac{5}{19} = \frac{1}{19}$

10. $P(\text{بنية ثم زرقاء})$

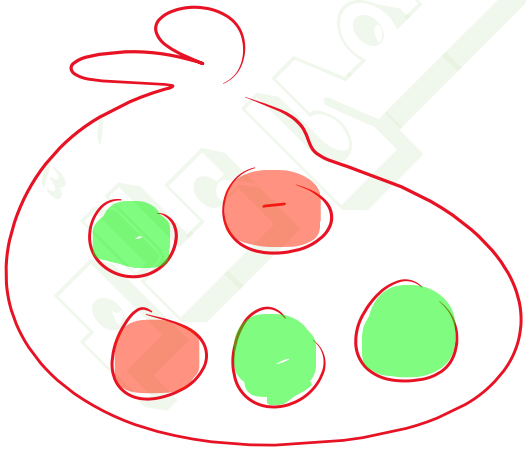
$\frac{7}{20} \times \frac{5}{19} = \frac{7}{76}$

$6+2+4+1+3=16$

11. م٠٥ **الاستدلال الاستقرائي** تخطط أنت وصديق لك لرؤية فيلمين خلال عطلة نهاية الأسبوع. يمكنك الاختيار من بين 6 أفلام كوميدية أو فيلمين دراميين أو 4 أفلام رومانسية أو فيلم خيال علمي أو 3 أفلام حركة. عليك أن تكتب عناوين الأفلام على قطع من الورق، وتضعها في حقيبة، ويقوم كل واحدٍ منكما باختيار فيلم بشكلٍ عشوائي. ما احتمال ألا يختار أي منكما فيلمًا كوميديًا؟ هل هذا الحدث غير مستقل أم مستقل؟ اشرح.

حدث غير مستقل لأن قطعة الورق التي أختارها أنا لن يستطيع هو بقي اختيارها وسوف ينقص الاختيارات، أي أن اختيار القطعة الأولى سوف يؤثر على اختيار القطعة الثانية.

$P(\text{ليس كوميدي وليس كوميدي}) = \frac{10}{16} \times \frac{9}{15} = \frac{3}{8}$



أحداث مستقلة

أحداث غير مستقلة

سوف نسحب كرة مرتان.
السحبة ① أثر على السحبة ②

السحبة ① لم تؤثر على السحبة ②

الحالة ①

سوف نرجع الكرة الأولى ثم نعيدها ونسحب الكرة الثانية

$P(\text{خضراء أولى وحمراء ثانية}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$

الحالة ②

لن نرجع الكرة الأولى ثم نسحب كرة ثانية

$P(\text{خضراء أولى وحمراء ثانية}) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$

المدرس/ مصطفى علام
050-250947