إجابات تمارين كتاب النشاط - الوحدة الثالثة: مقدمة في النهايات والاتصال

الإجابات لا تتضمن إجابات تفصيلية للتمارين التي تحتاج إلى براهين.

تمارين ٣-١أ

١) أ $\lim_{س \to 3^+}$ هـ(س) = ١

ب $\lim_{س \to 0^-}$ ع(س) = −١

ج $\lim_{س \to -2^+}$ ك(س) = ٦

د $\lim_{س \to 9^-}$ م(س) = ٢٩، $\lim_{س \to 9^+}$ م(س) = ٢٩

∴ $\lim_{س \to 9}$ م(س) = ٢٩

٢) أ كلّما اقتربت س من ٧ من جهة اليسار، فإن قيمة الدالة د(س) تقترب من −٨

ب كلّما اقتربت س من −١ من جهة اليمين، فإن قيمة الدالة هـ(س) تقترب من ١

٣)

من جهة اليمين	
س	ع(س)
٣,٥	−٣,٧٥
٣,١	−٠,٧١
٣,٠٥	−٠,٣٥٢٥
٣,٠١	−٠,٠٧٠١

من جهة اليسار	
س	ع(س)
٢,٥	٣,٢٥
٢,٩	٠,٦٩
٢,٩٥	٠,٣٤٧٥
٢,٩٩	٠,٠٦٩٩

∵ $\lim_{س \to 3^+}$ ع(س) = ٠

$\lim_{س \to 3^-}$ ع(س) = ٠

∴ $\lim_{س \to 3}$ ع(س) = ٠

٤) ١

٥) ١

تمارين ٣-١ب

١) أ لأن المقام يساوي صفرًا عند س = −٣، والقسمة على الصفر تجعل الدالة غير معرّفة.

ب ١)

من جهة اليسار	
س	د(س)
−٣,١	١٠,١
−٣,٠١	١٠,٠١
−٣,٠٠١	١٠,٠٠١
−٣,٠٠٠١	١٠,٠٠٠١

$\lim_{س \to -3^-}$ هـ(س) = ١٠

٢)

من جهة اليمين	
س	د(س)
−٢,٩	٩,٩
−٢,٩٩	٩,٩٩
−٢,٩٩٩	٩,٩٩٩
−٢,٩٩٩٩	٩,٩٩٩٩

$\lim_{س \to -3^+}$ هـ(س) = ١٠

ج لأن $\lim_{س \to -3^-}$ هـ(س) = $\lim_{س \to -3^+}$ هـ(س) = ١٠

٢) أ أ = جـ = ٦، ب = د = ٦,٩٩٩٩٩٦

ب ٧

المعلم الإلكتروني الشامل

٣) أ

من جهة اليمين	
س	ف(س)
٠,١	٤١
٠,٠٥	٧١
٠,٠١	٣١١
٠,٠٠٥	٦١١
٠,٠٠١	٣٠١١
٠,٠٠٠٥	٦٠١١

من جهة اليسار	
س	ف(س)
−٠,١	−١٩
−٠,٠٥	−٤٩
−٠,٠١	−٢٨٩
−٠,٠٠٥	−٥٨٩
−٠,٠٠١	−٢٩٨٩
−٠,٠٠٠٥	−٥٩٨٩

ب) ١) لا يمكن حساب قيمة النهاية لأن قيمة الدالة ف(س) تتناقص كلّما اقتربت س من ٠ من جهة اليسار بشكل كبير وبلا حدود.

٢) لا يمكن حساب قيمة النهاية لأن قيمة الدالة ف(س) تتزايد كلّما اقتربت س من ٠ من جهة اليمين بشكل كبير وبلا حدود.

ج) نهـــــا ف(س) غير موجودة
س ← ٠

د) س = ٠

٤) أ) س = ٢

ب) الفجوة عند (٢، ٢)

٥) أ = ٥، ب = ١٠

٦) (٠، ٧)، (٦، ١٣)

تمارين ٣-أ ج

١) أ) ك(٣) غير معرّفة، ولكن نهـــــا ك(س)
س ← ٣
موجودة وتساوي ٢

ب) ك(٥) معرّفة وتساوي ٤، ولكن نهـــــا ك(س)
س ← ٥
غير موجودة.

٢) م(٣) غير معرّفة، ولكن ن(٣) معرّفة وتساوي ٥

نهـــــا م(س) موجودة وتساوي ٤، ولكن
س ← ٣

نهـــــا ن(س) غير موجودة.
س ← ٣

٣) أ) يبيّن الرسم الدالة في المجال
−٢ < س ⩽ ٦

ب) ك(س) = ١ في المجال −٢< س ⩽ ١

ج) ك(س) = $-\frac{٤}{٥}$س + $\frac{٢٩}{٥}$ في المجال ١ < س ⩽ ٦

د) نهـــــا ك(س) = ١،
س ← ١⁻

ولكن نهـــــا ك(س) = ٥
س ← ١⁺

هـ) نهـــــا ك(س) غير موجودة.
س ← ١

٤) أ) ١) ٣

٢) ٤

٣) ٢

ب) نهـــــا ع(س) غير موجودة.
س ← ١

٥) أ) ١) −٢

٢) ٤

٣) −٣

٤) −٣

ب) ١) ل(س) غير معرّفة على الفترة ٣ ⩽ س < ٥

٢) ك(س) غير معرّفة على الفترة ٢ < س < ٣

ج) ١) ٣، ٤، ٥

٢) ٢، ٣

المعلم الإلكتروني الشامل

تمارين ٣-٢

١) النهايات معطاة عند $+\infty$ ثم عند $-\infty$ على الترتيب

أ) ٨، ٨ ب) ٢-، ٢-

ج) ٠,٥، ٠,٥ د) ٣-، ٣-

هـ) ٧-، ٧- و) ٢,٥، ٢,٥

ز) النهايتان غير موجودتَين

ح) ٠، ٠

ط) ٥-، ٥- ي) ٠,٥-، ٠,٥-

٢) أ) $\frac{٥ + ٨س - ٣س^{٢}}{س^{٢} - ١}$

ب) ٣-

٣) ب = ٦ أو ب = ٦-

٤) ك = $-\frac{٣}{٢}$

تمارين ٣-٣

١) أ) ٣- ب) ٨

ج) ١٢ د) ٢١٦-

٢) أ) ١- ب) ٤,٥

ج) النهاية غير موجودة. د) غير موجودة.

هـ) ٢٧

٣) $\frac{٢}{٣}$

٤) ٢٣١-

٥) أ) أ = ٨، ب = ٢

ب) $\left(\frac{٣}{٢} \times ٣\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{١٢١}{٤}$

تمارين ٣-٤

١)

الدالة	عند س = ج	في الفترة جـ ≤ س ≤ ب
د (س)	لا	نعم
ع (س)	نعم	لا
هـ (س)	نعم	نعم
ف (س)	لا	لا
ك (س)	نعم	لا
م (س)	لا	نعم

٢) أ) ع(٢) غير معرّفة و٠ ≤ ٢ ≤ ٨

ب) أي فترة أ ≤ س ≤ ب لا تتضمّن س = ٢

٣) بإثبات أن القيم المأخوذة من جداول القيم هي كالآتي:

١) هـ(٠) = ٣

٢) نهـــــا هـ (س) = نهـــــا هـ (س) = ٣، فيكون نهـــــا هـ (س) = ٣

س ← ٠⁻ س ← ٠⁺ س ← ٠

٣) هـ(٠) = نهـــــا هـ (س)

س ← ٠

٤) أ) س = ٨-، س = ٣

ب) ص = ٢ ؛ الدالة لا تحقق قيمًا أكبر من أو يساوي ٢

س = ٣- ؛ الدالة ليست متصلة عند س = ٣-

المعلم الإلكتروني الشامل

٥) الدالة هـ(س) = $\frac{\text{س} - ٦}{\text{٥س} + ١١}$ متصلة في الفترة

$-\infty < \text{س} \geq \text{أ}، \text{ب} < \text{س} < \infty$

أ) ١) أ = -٣

٢) ب = -٢

ب) جـ = ٦

٦) أ)

من جهة اليمين	
س	هـ(س)
٣,١	٢٤
٣,٠١	٢٠٤
٣,٠٠١	٢٠٠٤
٣,٠٠٠١	٢٠٠٠٤

من جهة اليسار	
س	هـ(س)
٢,٩	-١٦
٢,٩٩	-١٩٦
٢,٩٩٩	-١٩٩٦
٢,٩٩٩٩	-١٩٩٩٦

ب) الدالة غير متصلة عند س = ٣

ج) ف = ٤، $\lim_{\text{س} \to ٤}$ هـ(س) = ٦

٧) أ) ١) ٥

٢) ٤

ب) ١) متصلة.

٢) متصلة.

٣) غير متصلة.

٤) غير متصلة.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثالثة

١) أ) ١) س = ٨

٢) س = -٥

ب) نهـا هـ(س) = ٠

٢) أ) الدالة د(س) غير معرّفة عند س = $-١,٥$،

$\lim_{\text{س} \to -١,٥}$ د(س) غير موجودة؛ لأن النهايتين

من جهة اليمين، ومن جهة اليسار غير متساويتين،

د(س) ليست متصلة عند س = $-١,٥$

ب) أ = ٣، ب = ٢

ج) بإثبات أن:

١) د(١) معرّفة و (د(١) = ٠,٨)

٢) $\lim_{\text{س} \to ١^-}$ د(س) = $\lim_{\text{س} \to ١^+}$ د(س) = ٠,٨

٣) د(١) = $\lim_{\text{س} \to ١}$ د(س)

٣) بإثبات أن:

١) هـ(-١) معرّفة و هـ(-١) = ١,٦

٢) $\lim_{\text{س} \to -١^-}$ هـ(س) = $\lim_{\text{س} \to -١^+}$ هـ(س) = ١,٦

٣) $\lim_{\text{س} \to -١}$ هـ(س) = هـ(-١)

٤) أ) ١)

من جهة اليمين	
س	هـ(س)
٠,٦	-١٤
٠,٥١	$-١٢٦,٥$
٠,٥٠١	$-١٢٥١,٥$
٠,٥٠٠١	$-١٢٥٠١,٥$

من جهة اليسار	
س	هـ(س)
٠,٤	١١
٠,٤٩	١٢٣,٥
٠,٤٩٩	١٢٤٨,٥
٠,٤٩٩٩	١٢٤٩٨,٥

$\lim_{\text{س} \to ٠,٥^+}$ هـ(س) ≠ $\lim_{\text{س} \to ٠,٥^-}$ هـ(س)

فيكون $\lim_{\text{س} \to ٠,٥}$ هـ(س) غير موجودة.

٢) س = ٠,٥

ب) ١) $-\frac{٣}{٢}$

٢) ص = $-\frac{٣}{٢}$

٥) أ) أ = ٨,١٦٧، ب = ٨,١٦٧

ب) $\lim_{\text{س} \to ٦}$ د(س) = ٨,١٦٧

٦) أ = ١٣، ب = ٤

المعلم الإلكتروني الشامل