

تمارين ٤-٣

- ١) أ $(٤ + س)^٦ = ١ \times (٤ + س)^٦ = \left((٤ + س)^٦ \right) \frac{س}{س}$
- ب $(٣ + س)^٦ = ٢ \times (٣ + س)^٦ = \left((٣ + س)^٦ \right) \frac{س}{س}$
- ج $(٤ - س)^٥ = ٤ - س \times (٤ - س)^٥ = \left((٤ - س)^٥ \right) \frac{س}{س}$
- د $(١ + \frac{س}{٤})^٩ = \frac{س}{٤} \times (١ + \frac{س}{٤})^٩ = \left((١ + \frac{س}{٤})^٩ \right) \frac{س}{س}$
- هـ $(٢ - س)^٨ = ٥ \times (٢ - س)^٨ \times \frac{١}{٥} = \left((٢ - س)^٨ \right) \frac{س}{س} \frac{١}{٥} = \left(\frac{(٢ - س)^٨}{٥} \right) \frac{س}{س}$
- و $(١ - س)^٥ = ٢ \times (١ - س)^٥ \times ٥ = \left((١ - س)^٥ \right) \frac{س}{س} ٥ = \left((١ - س)^٥ \right) \frac{س}{س} ٥$
- ز $(٧ - س)^٤ = (٧ - س) \times (٧ - س)^٤ = \left((٧ - س)^٤ \right) \frac{س}{س} ٢ = \left((٧ - س)^٤ \right) \frac{س}{س} ٢$
- ح $(١ - س)^٧ = (١ - س)^٧ \times ٥ = \left((١ - س)^٧ \right) \frac{س}{س} ٥ = \left((١ - س)^٧ \right) \frac{س}{س} ٥$
- ط $٣ \times (١ - س)^٧ = \left((١ - س)^٧ \right) \frac{س}{س} ٣ = \left((١ - س)^٧ \right) \frac{س}{س} ٣$
- ي $(٣ + س)^٥ = (٣ + س)^٥ \times ٢ = \left((٣ + س)^٥ \right) \frac{س}{س} ٢ = \left((٣ + س)^٥ \right) \frac{س}{س} ٢$
- ك $(٤ + س)^٣ = (٤ + س)^٣ \times ٢ = \left((٤ + س)^٣ \right) \frac{س}{س} ٢ = \left((٤ + س)^٣ \right) \frac{س}{س} ٢$
- ل $(\frac{٥}{س} - س)^٥ = (\frac{٥}{س} - س)^٥ \times ٥ = \left((\frac{٥}{س} - س)^٥ \right) \frac{س}{س} ٥ = \left((\frac{٥}{س} - س)^٥ \right) \frac{س}{س} ٥$

التمرين الشامل

$$5 = \left(\frac{5}{s} - 2s\right) \left(\frac{5}{2s} + 2s\right)$$

$$5 = \left(\frac{5 - 2s^2}{s}\right) \left(\frac{5 + 2s^2}{2s}\right)$$

$$5 = \frac{(5 - 2s^2)(5 + 2s^2)}{2s^2}$$

$$(2) \quad \text{أ} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{1}{2 + 2s}\right) \frac{s}{s} \quad (1 - (2 + 2s))$$

$$1 = (2 + 2s)^{-1} \times 1$$

$$1 = \frac{1}{2(2 + 2s)}$$

$$\text{ب} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{3}{5 - s}\right) \frac{s}{s} = \frac{3}{5 - s} \quad (1 - (5 - s))$$

$$3 = (5 - s)(1 - s) \times \frac{3}{s}$$

$$3 = \frac{3}{(5 - s)}$$

$$\text{ج} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{8}{s^2 - 3s}\right) \frac{s}{s} = \frac{8}{s^2 - 3s} \quad (1 - (s^2 - 3s))$$

$$8 = (s^2 - 3s)(1 - s) \times \frac{8}{s}$$

$$8 = \frac{16}{2(s^2 - 3s)}$$

$$\text{أو لتكن ص} = \frac{8}{s^2 - 3s}$$

أعد كتابة الدالة في صورة ص = 8 / (s^2 - 3s)

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن ع = 3 - 2s، فتصبح ص = 8 / ع

$$\frac{dV}{ds} = \frac{dV}{dE} \cdot \frac{dE}{ds} = \frac{8}{E^2} \cdot (-2)$$

$$\frac{dV}{ds} = \frac{8}{(3 - 2s)^2} \cdot (-2)$$

$$= -\frac{16}{(3 - 2s)^2}$$

$$16 = \frac{16}{(3 - 2s)^2}$$

$$16 = \frac{16}{(3 - 2s)^2}$$

$$\text{د} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{16}{2 + 2s}\right) \frac{s}{s} = \frac{16}{2 + 2s} \quad (1 - (2 + 2s))$$

$$16 = (2 + 2s)^{-1} \times 16$$

$$16 = \frac{32}{2(2 + 2s)}$$

$$\text{هـ} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{4}{1 + 3s}\right) \frac{s}{s} = \frac{4}{1 + 3s} \quad (1 - (1 + 3s))$$

$$4 = (1 + 3s)^{-1} \times 4$$

$$4 = \frac{72}{7(1 + 3s)}$$

$$\text{و} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{3}{2(1 + 3s)}\right) \frac{s}{s} = \frac{3}{2(1 + 3s)} \quad (1 - (1 + 3s))$$

$$3 = 2(1 + 3s)^{-1} \times \frac{3}{2}$$

$$3 = \frac{45}{7(1 + 3s)^2}$$

$$\text{ز} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{8}{s^2 + 2s}\right) \frac{s}{s} = \frac{8}{s^2 + 2s} \quad (1 - (s^2 + 2s))$$

$$8 = (s^2 + 2s)^{-1} \times 8$$

$$8 = \frac{16(1 + s)}{2(s^2 + 2s)}$$

$$\text{ح} \quad \frac{s}{s} = \left(\frac{7}{s^5 - 2s^2}\right) \frac{s}{s} = \frac{7}{s^5 - 2s^2} \quad (1 - (s^5 - 2s^2))$$

$$7 = (s^5 - 2s^2)^{-1} \times 7$$

$$7 = (5s^4 - 2s) \times 7$$

$$\dots = \frac{49(5s^4 - 2s)}{(s^5 - 2s)^2}$$

لاحظ أن (s^5 - 2s)^2 = (s(5s^4 - 2))^2 = s^2(5s^4 - 2)^2

المعجم الإلكتروني

$$\text{ج} \quad \frac{s}{s(1-2s)} = \frac{s}{s(1-2s)}$$

$$= \frac{1}{1-2s} \times s$$

$$= \frac{s}{1-2s}$$

$$\text{د} \quad \frac{s}{s(5-2s)} = \frac{s}{s(5-2s)}$$

$$= \frac{1}{5-2s} \times s$$

$$= \frac{5s-2s^2}{5-2s}$$

$$\text{هـ} \quad \frac{s}{s(2-5)} = \frac{s}{s(2-5)}$$

$$= \frac{1}{2-5} \times s$$

$$= \frac{2s}{2-5}$$

أو:

$$\text{لتكن } s = \frac{2-5}{2}$$

أعد كتابة الدالة في صورة $s = \frac{2-5}{2}$

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن $2-5 = s$ فيكون $s = \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3} = \frac{s}{2-5}, \quad \frac{1}{3} = \frac{s}{2-5}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{2-5}{s} = \frac{2-5}{s}$$

$$2-5 = \frac{1}{3} \times s$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3(2-5)}$$

$$= \frac{2}{3(2-5)}$$

$$= \frac{49(5-s)}{s^2(5-2s)}$$

يمكن تبسيط الإجابة إلى:

$$= \frac{49(5-s)}{s^2(5-2s)}$$

$$= \frac{49(5-s)}{s^2(5-2s)}$$

$$\text{أو لتكن } s = \frac{5-2}{7}$$

أعد كتابة الدالة في صورة

$$s = \frac{5-2}{7}$$

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن $5-2 = s$ فيكون $s = \frac{5-2}{7}$

$$\frac{s}{s} = \frac{5-2}{7}, \quad \frac{s}{s} = \frac{5-2}{7}$$

$$\frac{s}{s} \times \frac{5-2}{7} = \frac{5-2}{7}$$

$$= \frac{5-2}{7}$$

$$= \frac{49(5-s)}{s^2(5-2s)}$$

$$\text{أ} \quad \text{ب} \quad \text{ج} \quad \frac{s}{s(5-s)} = \frac{s}{s(5-s)} = \frac{s}{s(5-s)}$$

$$= \frac{1}{5-s} \times s$$

$$= \frac{s}{5-s}$$

$$\text{ب} \quad \frac{s}{s(3+2s)} = \frac{s}{s(3+2s)}$$

$$= \frac{1}{3+2s} \times s$$

$$= \frac{s}{3+2s}$$

٤) أ استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن $ع = ٢س - ٣$ فيكون $ص = ٥ع$

$$٢ = \frac{عس}{س}, \quad ٥ع = \frac{صس}{عس}$$

$$\frac{عس}{س} \times \frac{صس}{عس} = \frac{صس}{س}$$

$$٢ \times ٥ع =$$

$$٢ \times (٣ - ٢س) =$$

$$١٠ = (٣ - ٢س)$$

عندما $س = ٢$ يكون ميل المماس للمنحنى:

$$١٠ = (٣ - ٢ \times ٢) =$$

$$\frac{٦}{٢(١ - س)} = ص \quad (٥)$$

أعد كتابة الدالة في صورة $ص = ٦(١ - س)^{-٢}$

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن $ع = س - ١$ فيكون $ص = ٦ع^{-٢}$

$$١٢ع^{-٣} = \frac{صس}{عس}$$

$$\frac{عس}{س} \times \frac{صس}{عس} = \frac{صس}{س}$$

$$١٢ع^{-٣} =$$

$$\frac{١٢}{٢(١ - س)^٢} =$$

الإحداثي السيني لنقاط محور الصادات هو عند

$$١٢ = \frac{١٢}{٢(١ - ٠)^٢} = ص$$

$$٦ص = س - ١ \quad (٦)$$

يقطع التمثيل البياني المحور السيني عندما $ص = ٠$

$$٠ = \frac{٣}{٢ + س} - س$$

اضرب الطرفين في $(٢ + س)$ لتحصل على:

$$٠ = ٣ - (٢ + س)س$$

$$٩) \frac{س}{س} (٢\sqrt[٣]{١ + ٣س}) = \frac{س}{س} (١ + ٣س)^{\frac{٢}{٣}}$$

$$٢ \times \frac{١}{٣} (١ + ٣س)^{-\frac{١}{٣}} =$$

$$\frac{٢}{١ + ٣س\sqrt[٣]{١}} =$$

$$١٠) \frac{س}{س} (٥ - ٢س)^{\frac{١}{٣}} = \left(\frac{١}{٥ - ٢س\sqrt[٣]{١}} \right) \frac{س}{س}$$

$$٢ \times \frac{١}{٣} (٥ - ٢س)^{-\frac{١}{٣}} =$$

$$\frac{١}{\sqrt[٣]{(٥ - ٢س)^٢}} =$$

$$١١) \frac{س}{س} (٢س - ٢)^{\frac{١}{٣}} \times ٦ = \left(\frac{٦}{٢س\sqrt[٣]{٢س - ٢}} \right) \frac{س}{س}$$

$$(٣ -) \times \frac{١}{٣} (٢س - ٢)^{-\frac{١}{٣}} \times ٦ =$$

$$\frac{٦}{\sqrt[٣]{(٢س - ٢)^٣}} =$$

أو:

$$\frac{٦}{٢س\sqrt[٣]{٢س - ٢}} = ص$$

أعد كتابة الدالة في صورة $ص = ٦(٢س - ٢)^{-\frac{١}{٣}}$

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن $ع = ٢س - ٢$ فيكون $ص = ٦ع^{-\frac{١}{٣}}$

$$\frac{عس}{س} = ٢ - ٣, \quad ٦ع^{-\frac{٤}{٣}} \times \frac{١}{٣} = \frac{صس}{عس}$$

$$\frac{عس}{س} \times \frac{صس}{عس} = \frac{صس}{س}$$

$$٢ - ٣ \times ٦ع^{-\frac{٤}{٣}} =$$

$$\frac{٦}{٤ع} =$$

$$\frac{٦}{\sqrt[٣]{(٢س - ٢)^٣}} =$$

المحور السيني والعمودي

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

$$26 + 10s - 2s^2 = ع$$

$$\frac{1}{3}ع = ص = ص$$

$$\frac{1}{3}ع = \frac{ص}{ع} = \frac{ع}{ع} = 1, 10 - 2s^2 = \frac{ع}{ع}$$

$$\frac{ع}{ع} \times \frac{ص}{ع} = \frac{ص}{ع}$$

$$(10 - 2s^2) \times \frac{1}{3}ع =$$

$$(10 - 2s^2) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(26 + 10s - 2s^2)$$

$$\frac{5 - s}{(26 + 10s - 2s^2)^{\frac{1}{3}}} =$$

وحيث إن الميل يساوي صفرًا فإن:

$$0 = \frac{5 - s}{(26 + 10s - 2s^2)^{\frac{1}{3}}}$$

$$0 = 5 - s$$

$$5 =$$

$$\sqrt[3]{(26 + 10s - 2s^2)} = 5 \text{ في } ص$$

لتحصل على:

$$\sqrt[3]{(26 + 10(5) - 2(5)^2)} = ص$$

$$1 = ص$$

إحداثيات النقطة هي (5, 1)

$$\frac{أ}{1 - ب} = 1 \quad (8)$$

$$بالنقطة حيث س = 2, ص = 1$$

عوض بالنقطة (2, 1) في الدالة لتحصل على:

$$\frac{أ}{1 - ب} = 1$$

$$أ = 1 - ب \quad [1]$$

$$\text{أعد كتابة ص} = \frac{أ}{1 - ب} \text{ في صورة}$$

$$ص = أ(ب - 1)^{-1}$$

$$0 = 3 - 2س + 2س$$

$$0 = (3 - 2س)(2س + 1)$$

المقاطع السينية هي س = 3- و س = 1

الآن أعد كتابة ص = س - $\frac{3}{2س + 1}$ لتحصل على:

$$ص = س - (2س + 1)^{-1}$$

$$1 = (2س + 1)^{-1}$$

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن ع = س + 2 فيكون ع³ =

$$\frac{ع}{ع} = 1, \frac{د}{ع} = \frac{د}{ع}$$

$$\frac{ع}{ع} \times \frac{د}{ع} = \frac{د}{ع}$$

$$1 \times 2 = \frac{د}{ع}$$

أوجد مشتقة ص:

$$\frac{د}{د} = \frac{ص}{د} = \frac{ص}{د} + 1 = \frac{ص}{د}$$

$$\frac{ص}{د} = \frac{ص}{د} + 1 = \frac{ص}{د} + 1 = \frac{ص}{د}$$

فتجد الميل عند س = 3-

$$\frac{ص}{د} = \frac{ص}{د} + 1 = \frac{ص}{د}$$

الميل = 4

$$\frac{ص}{د} = \frac{ص}{د} + 1 = \frac{ص}{د} + 1 = \frac{ص}{د}$$

فتجد الميل عند س = 1

$$\frac{4}{3} = \frac{3}{9} + 1 = \frac{3}{9} + 1 = \frac{3}{9}$$

الميل هو $\frac{4}{3}$

$$\sqrt[3]{(26 + 10س - 2س^2)} = ص \quad (7)$$

أعد كتابة الدالة في صورة

$$ص = (26 + 10س - 2س^2)^{\frac{1}{3}}$$

استخدم قاعدة السلسلة لتجد المشتقة:

افترض أن $ع = ب - س - ١$ فيكون $ص = أ - ع^{-١}$

$$\frac{ع}{س} = ب، \frac{ص}{ع} = ١ - ع^{-٢}$$

$$\frac{ع}{س} \times \frac{ص}{ع} = \frac{ص}{س}$$

$$- أ - ع^{-٢} =$$

$$- أ ب - ع^{-٢} =$$

$$- \frac{أ ب}{(ب - س)^2} =$$

عوّض بدل $س = ٢$ لتجد قيمة الميل عند تلك

النقطة:

$$\frac{ص}{س} = \frac{أ ب}{(١ - ب)^2}$$

$$\frac{٣}{٥} = \frac{أ ب}{(١ - ب)^2}$$

$$٥ أ ب = ٣ (١ - ب)^2 \dots \dots \dots [٢]$$

عوّض بدل $أ$ من المعادلة [١] في المعادلة [٢]:

$$٥ (١ - ب)^2 = ب (١ - ب)^3$$

$$١٠ أ ب - ٥ = ب (١ - ب)^3$$

$$١٠ أ ب - ٥ = ب (١ - ب)^3$$

$$٠ = ٣ + ب - ٧ ب^٢$$

$$٠ = (٣ - ب) (١ - ب)$$

$$ب = \frac{١}{٣} \text{ أو } ب = ٣$$

عوّض بدل $ب = \frac{١}{٣}$ في المعادلة [١] لتحصل على:

$$أ = ٢ \times ١ - \frac{١}{٣} \text{ أو } أ = ٠ \text{ (لكن } أ \neq ٠ \text{ لأنه عندها لا}$$

يوجد منحنى).

عوّض بدل $ب = ٣$ في المعادلة [١] لتحصل على:

$$٥ = ١ - ٣ \times ٢ = أ$$

الحل: $أ = ٥$ ، $ب = ٣$

$$(٩) \quad ص = (٣ - س)^٢$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{(٣ - س)^٢} \times ٤ = \frac{ص}{س}$$

$$١٢ = (٣ - س)^٢$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{(٣ - س)^٢} \times ٣ \times ١٢ = \frac{ص}{س}$$

$$١٠٨ = (٣ - س)^٢$$

عندما $س = \frac{١}{٣}$ ، فإن $\frac{ص}{س} = \frac{ص}{(٣ - \frac{١}{٣})^٢} = ١٠٨$ $٢٧ < ٠$

$\frac{ص}{س} < ٠$ عند النقطة $(\frac{١}{٣}, \frac{١}{١٦})$

$$(١٠) \quad د (س) = (٤ - س)^٢، هـ (س) = ٤ + ٥$$

$$د' (س) = \frac{٢}{٤ - س}، هـ' (س) = ٨$$

$$ع' (س) = \frac{٢}{٤ - س} \times ٨ = \frac{١٦}{٤ - س}$$

$$\frac{١٦}{٣} = \frac{١ - ١٦}{٤ - س} = (١ - ع')$$

الميل المنحني عند $س = ١$ يساوي $\frac{١٦}{٣}$

$$(١١) \quad أ (هـ) = (٤ - س)^٢ - ١ = (٤ - س)^٢ - ١$$

$$١ = (٤ - س)^٢ - ١$$

$$١ = ٨ - س$$

$$٣ = ٨ - س$$

منحنى الدالة $ص = (هـ \circ د) (س)$ مستقيم ميله $٨ -$

$$ب) \quad د (س) = (٤ - س)^{\frac{١}{٢}}$$

$$هـ (س) = ٢ - ١ = ١$$

$$د' (س) = \frac{١}{٢} (٤ - س)^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٢} \times ٤ = ٢$$

$$هـ' (س) = ٤ - س$$

$$((د \circ هـ) (س))'$$

$$= (٤ - س) \times \frac{٢}{١ - (٢ - س)^٢}$$

$$-\frac{8}{\sqrt{2s-3}}$$

$$-\frac{\frac{1}{2} \times 8}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2(2s-3)}} = \left(\frac{1}{2}\right)'(ه \circ د)$$

$$-\frac{4}{2-3\sqrt{2}} = -4 =$$

ميل المنحنى (ه \circ د) عند $s = \frac{1}{2}$ يساوي -4

(١٢) أ د (س) = $\sqrt{2s} = \sqrt{s}$ بحيث يكون ع (س) = ده (س) = $\sqrt{1-s^2}$

ه (س) = $\frac{1-s^2}{s}$
 د (س) = $\frac{1}{2\sqrt{s}}$ ، ه' (س) = $\frac{1}{s^2}$

ع' (س) = د' (ه (س)) \times ه' (س)

$$= \frac{1}{2s^2} \times \frac{1}{1-s-2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1-s^2}}$$

$$= \frac{1}{2s^2} \times \frac{\sqrt{s}}{1-s-2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2s^2\sqrt{1-s^2}}$$

$$= \frac{1}{(1-s^2)^2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}s^2 - 4s^2}$$

ب ميل عند $s = \frac{2}{3}$ يساوي ع' $\left(\frac{2}{3}\right)$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^4} \sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\frac{8}{27} - \frac{32}{81} \sqrt{2}}$$

الإلكتروني الشامل

$$\sqrt[3]{\frac{9}{8}} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{9}{8}} = \sqrt[3]{\frac{9}{8}} =$$

$$1,125 = \frac{9}{8} = \text{ك} \therefore$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{8}{9}}} =$$

$$\frac{9}{\sqrt[3]{8}} =$$

$$\frac{9}{2} =$$

تمارين ٤-٤

(١) أ ص = س^٢ - ٣س + ٢

$$\frac{ص}{س} = ٣ - ٢س$$

عندما س = ٣، فإن الميل = ٣ - ٣ × ٢ = ٣

معادلة المماس عند النقطة (٢، ٣) هي ص - ٢ = ٣(س - ٣)

المعادلة هي ص = ٣س - ٧

ب ص = (٥ - س)^٤

$$\frac{ص}{س} = \frac{٤(٥ - س)^٣}{٨} = ٢ \times (٥ - س)^٣$$

عندما س = ٢، فإن الميل = ٢(٥ - ٢)^٣ = ٨

معادلة المماس عند النقطة (٢، ٨) هي ص - ٨ = ٨(س - ٢)

المعادلة هي ص = ٨س - ٨

ج ص = $\frac{٥ - ٣س}{س} = ٥س^{-١} - ٣$

$$\frac{ص}{س} = \frac{٥}{٢س} + ٢س$$

عند س = ١، فإن الميل يساوي ٢(١ - ١)^٥ + $\frac{٥}{٢(١-١)}$ = ٣

معادلة المماس عند النقطة (١، ٦) هي ص - ٦ = ٣(س + ١)

المعادلة هي ص = ٣س + ٩

د ص = $\sqrt[٤]{٥ - ٢س} = (٥ - ٢س)^{\frac{١}{٤}}$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٤} \times ٢ \times (٥ - ٢س)^{-\frac{٣}{٤}} = \frac{١}{٢(٥ - ٢س)^{\frac{٣}{٤}}}$$

عندما س = ٩، فإن الميل = $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٤\sqrt[٤]{٩}}$

معادلة المماس عند النقطة (٩، ٤) هي ص - ٤ = $\frac{١}{٢}(س - ٩)$

المعادلة هي ص = $\frac{١}{٢}س - \frac{١}{٢}$ أو ٢ص = س - ١

التمرين الإلكتروني الشامل