تمارين ٣-٤

١) أ

الدالة	عند س = أ	السبب
د (س)	لا	د (أ) ليست معرّفة عند س = أ
ع (س)	نعم	ع (أ) معرّفة وتساوي $\lim_{س \to أ}$ ع (س)
هـ (س)	لا	هـ (أ) معرّفة لكنها لا تساوي $\lim_{س \to أ}$ هـ (س)
ح (س)	نعم	ح (أ) معرّفة وتساوي $\lim_{س \to أ}$ ح (س)
ك (س)	نعم	ك (أ) معرّفة وتساوي $\lim_{س \to أ}$ ك (س)
ر (س)	لا	ر (أ) معرّفة لكنها لا تساوي $\lim_{س \to أ}$ ر (س)

ب

الدالة	على الفترة ب ≥ س ≥ جـ	السبب
د (س)	لا	منحنى الدالة د (س) غير متصل عند النقطة س = أ
ع (س)	لا	تتضمن الفترة نقطة تكون الدالة ع (س) عندها غير متصلة
هـ (س)	نعم	منحنى الدالة هـ (س) متصل عند جميع نقاط الفترة
ح (س)	لا	منحنى الدالة ح (س) غير متصل عند النقطة س = ب
ك (س)	نعم	منحنى الدالة ك (س) متصل عند جميع نقاط الفترة
ر (س)	لا	تتضمن الفترة نقطتَين يكون فيها منحنى الدالة م (س) عندها غير متصل

المعلم الإلكتروني الشامل

٢) أ س = ٥، س = ٩؛ لأن ع (٥) غير معرّفة، ع (٩) ≠ $\lim_{س \to ٩}$ ع (س)

ب س = ١، س = ٦، س = ٩، س = ١٠؛ لأن

$\lim_{س \to ١}$ د (س)، $\lim_{س \to ٦}$ د (س)، $\lim_{س \to ٩}$ د (س) غير موجودة، د (١٠) غير معرّفة.

ج الدالة ع (س)؛ لأنها متصلة عند جميع قيم الفترة.

٣) أ الإحداثي السيني لأي نقطة على الخط التقاربي الرأسي يعطي معادلته: س = $\frac{٥}{٢}$

ب عندما س = $\frac{٥}{٢}$، ت س + ف = ٠، فيكون س = $\frac{-ت}{ف}$ = $\frac{٥}{٢}$، ف = ٢، ت = −٥

ج ك (س) معرّفة على جميع قيم المجال، والنهاية عند كل نقطة موجودة كما أنه لا توجد فجوات أو قفزات أو خط تقاربي رأسي في هذا المجال.

د لأن ك(س) غير معرّفة عند س = $\frac{٥}{٢}$ و $\frac{٥}{٢}$ تقع على الفترة المغلقة بين ١ و ٤

هـ أ = ٢ لأنه توجد نقطة تكون الدالة عندها غير متصلة بين س = ٢ و س = ٣

٤) البرهان باستخدام:

أ د(س) = $\frac{٤}{٢ - ١}$ = ٤، د(١) موجودة وتساوي ٤

ب

من جهة اليمين	
س	هـ(س)
١,١	٤,٤٤٤٤
١,٠١	٤,٠٤٠٤
١,٠٠١	٤,٠٠٤٠
١,٠٠٠١	٤,٠٠٠٤

من جهة اليسار	
س	هـ(س)
٠,٩	٣,٦٣٦٣
٠,٩٩	٣,٩٦٠٤
٠,٩٩٩	٣,٩٩٦٠
٠,٩٩٩٩	٣,٩٩٩٦

نهـــــا د(س) = نهـــــا د(س) = ٤
س ← ١+ ، س ← ١-

النهايتان من جهة اليمين، ومن جهة اليسار متساويتان. ∴ نهـــــا د(س) موجودة وتساوي ٤
س ← ١

ج نهـــــا د(س) = د(١)
س ← ١

٥) أ الدالة معرّفة على جميع القيم في الفترة ١ ≤ س ≤ ١٠، والنهاية عند كل نقطة تساوي قيمة الدالة عند تلك النقطة.

ب أي فترة أ ≤ س ≤ ب تحتوي س = ٠

٦) الدالة د(س) غير متصلة عند س = ٨، لأن القسمة على صفر غير معرّفة.
لا تتضمّن الفترة ٠ ≤ س ≤ ٥ على س = ٨، لكن الفترة ٥ ≤ س ≤ ١٠ تتضمن س = ٨

٧) أ أنشئ جدولًا يتضمّن أربع قيم على الأقل لـ س تقترب من ١٠ من جهة اليمين ومن جهة اليسار تبيّن أنّه لا توجد نهاية عند د(١٠).

أو بيّن أن د(س) = $\frac{١}{س^٢ - ٨س - ٢٠}$ = $\frac{١}{(س + ٢)(س - ١٠)}$ ، فتكون د(١٠) غير معرّفة و د(س) غير متصلة عند س = ١٠

ب مثّل أو أنشئ جدول قيم يبيّن أن النهاية عند س = −٢ غير موجودة أو بيّن أن

د(س) = $\frac{١}{س^٢ - ٨س - ٢٠}$ = $\frac{١}{(س + ٢)(س - ١٠)}$ ، فتكون د(−٢) غير معرّفة و د(س) غير متصلة عند س = −٢

المعلم الإلكتروني الشامل