

تمارين ٧-٢

$$(١) \quad ٢ \text{ جاس} - ٧ \text{ جتاس} + ٤$$

$$= ٢ \text{ جاس} - ٧(١ - \text{جاس}) + ٤$$

$$= ٢ \text{ جاس} - ٧ + ٧ \text{ جاس} + ٤$$

$$= ٩ \text{ جاس} - ٣$$

$$(٢) \quad \text{أ} \quad \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} \times \text{جتاس} = \text{الطرف الأيمن}$$

$$= \text{جاس وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{ب} \quad \frac{\text{الطرف الأيمن}}{\text{جاس جتاس}} = \frac{١ - \text{جتاس}}{\text{جاس جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس}}{\text{جاس جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \text{جتاس وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{ج} \quad \frac{\text{الطرف الأيمن}}{\text{جتاس}} = \frac{\text{جتاس}}{١ - \text{جاس}}$$

$$= \frac{١ - \text{جاس}}{١ - \text{جاس}}$$

$$= \frac{(١ + \text{جاس})(١ - \text{جاس})}{١ - \text{جاس}}$$

$$= ١ + \text{جاس وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{د} \quad \frac{\text{الطرف الأيمن}}{\text{جتاس}} = \frac{١ + \text{جاس} - \text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جتاس} + \text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} + \text{جتاس}$$

$$= \text{جتاس} + \text{جتاس وهو الطرف الأيسر}$$

استخدم $أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$

$$أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$$

هـ الطرف الأيمن = $\frac{جتا^2 س - جا^2 س}{جتاس + جاس} + جاس$

$$= \frac{(جتاس + جاس)(جتاس - جاس)}{جتاس + جاس} + جاس$$

$$= جتاس - جاس + جاس$$

$$= جتاس وهو الطرف الأيسر$$

و الطرف الأيمن = $جتا^2 س + جا^2 س \times جتا^2 س$

$$= جتا^2 س جتا^2 س + جا^2 س جتا^2 س$$

$$= (جتا^2 س - 1) \times (جتا^2 س - 1) + (جا^2 س - 1) \times (جتا^2 س - 1)$$

$$= 1 - 2جتا^2 س + جا^2 س + جتا^2 س - 2جتا^2 س + جا^2 س - 1$$

$$= 1 - 2جتا^2 س$$

$$= جتا^2 س وهو الطرف الأيسر$$

طريقة بديلة:

الجانب الأيسر = $جتا^2 س + جا^2 س \times جتا^2 س$ بأخذ جتا^2 س عاملاً مشتركاً

$$= جتا^2 س (جتا^2 س + جا^2 س) \dots \dots \dots$$
 استخدم جتا^2 س + جا^2 س = 1

$$= جتا^2 س وهو الجانب الأيمن$$

(3) أ الطرف الأيمن = $(جتاس + جاس)^2$

$$= جا^2 س + 2جتاس \times جتاس + جتا^2 س$$

$$= 1 + 2جتاس \times جتاس + جتا^2 س وهو الطرف الأيسر$$

ب الطرف الأيمن = $2(جتاس + جاس) - (جتاس + جاس)^2$

$$= 2 + 2جتاس - 1 - 2جتاس + جتا^2 س - جتا^2 س$$

$$= 1 - جتا^2 س$$

$$= جا^2 س وهو الطرف الأيسر$$

ج الطرف الأيمن = $2 - (جتاس + جاس)^2$

$$= 2 - 1 \times 2 - (جتاس + جاس)^2$$

$$= 2 - (جتاس + جاس)^2 - (جتاس + جاس)^2$$

المكتروني الشامل

$$= 2\text{جأس} + 2\text{جتأس} - (\text{جأس} + 2\text{جاس} \times \text{جتاس} + \text{جتأس})$$

$$= 2\text{جأس} + 2\text{جتأس} - \text{جأس} - 2\text{جاس} \times \text{جتاس} - \text{جتأس}$$

$$= \text{جأس} - 2\text{جاس} \times \text{جتاس} + \text{جتأس}$$

$$= (\text{جاس} - \text{جتاس})^2 \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{د الطرف الأيمن} = (\text{جتأس} - 2) \times 2 - 3\text{جأس}$$

$$= \text{جتأس} - 4\text{جتأس} + 4 - 3\text{جأس}$$

$$= \text{جتأس} - 4 + (\text{جأس} - 1) \times 4 - 3\text{جأس}$$

$$= \text{جتأس} - 4 + 4\text{جأس} + 4 - 3\text{جأس}$$

$$= \text{جتأس} + \text{جأس} \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{ه الطرف الأيمن} = \text{جتأس} - \text{جأس}$$

$$= \text{جتأس} - (\text{جتأس} - 1)$$

$$= 2\text{جتأس} - 1 \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{ب الطرف الأيمن} = \text{جتأس} - \text{جأس}$$

$$= 1 - \text{جأس} - \text{جأس}$$

$$= 1 - 2\text{جأس} \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{ج الطرف الأيمن} = \text{ظأس} - \text{جأس}$$

$$= (\text{ظأس} + \text{جاس}) - (\text{ظأس} - \text{جاس})$$

$$= \left(\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} + \text{جاس} \right) - \left(\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} - \text{جاس} \right)$$

$$= \left(\frac{\text{جاس} + \text{جاس} \times \text{جتاس}}{\text{جتاس}} \right) - \left(\frac{\text{جاس} - \text{جاس} \times \text{جتاس}}{\text{جتاس}} \right)$$

$$= \frac{\text{جأس} - \text{جأس} \times \text{جتأس}}{\text{جتأس}}$$

$$= \frac{\text{جأس} - \text{جأس} \text{جتأس}}{\text{جتأس}}$$

الفرق بين مربعين

$$= \frac{\text{جا}^2 \text{س} (1 - \text{جتا}^2 \text{س})}{\text{جتا}^2 \text{س}}$$

$$= \frac{\text{جا}^2 \text{س} \times \text{جا}^2 \text{س}}{\text{جتا}^2 \text{س}}$$

$$= \frac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{جتا}^2 \text{س}} \times \text{جا}^2 \text{س}$$

$$= \text{فا}^2 \text{س} \times \text{جا}^2 \text{س} \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

د الطرف الأيمن = $\text{جتا}^2 \text{س} + \text{جا}^2 \text{س}$

$$= \text{جتا}^2 \text{س} \times \text{جتا}^2 \text{س} + (1 - \text{جتا}^2 \text{س})$$

$$= (1 - \text{جا}^2 \text{س})(1 - \text{جتا}^2 \text{س}) + 1 - \text{جتا}^2 \text{س}$$

$$= 1 - 2\text{جا}^2 \text{س} + \text{جا}^2 \text{س} + 1 - \text{جتا}^2 \text{س}$$

$$= \text{جا}^2 \text{س} + 2(1 - \text{جتا}^2 \text{س}) - 2\text{جا}^2 \text{س} - \text{جتا}^2 \text{س}$$

$$= \text{جا}^2 \text{س} + 2\text{جا}^2 \text{س} + 2\text{جتا}^2 \text{س} - 2\text{جا}^2 \text{س} - \text{جتا}^2 \text{س}$$

$$= \text{جا}^2 \text{س} + \text{جتا}^2 \text{س} \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

هـ ا الطرف الأيمن = $\frac{\text{جتا}^2 \text{س} - \text{جا}^2 \text{س}}{\text{جتاس} - \text{جاس}}$

$$= \frac{(\text{جتاس} + \text{جاس})(\text{جتاس} - \text{جاس})}{\text{جتاس} - \text{جاس}}$$

$$= \text{جتاس} + \text{جاس} \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

ب الطرف الأيمن = $\text{جا}^2 \text{س} - \text{جتا}^2 \text{س}$

$$= \text{جا}^2 \text{س} - \text{جتا}^2 \text{س} \times \text{جتا}^2 \text{س}$$

$$= \text{جا}^2 \text{س} - (1 - \text{جا}^2 \text{س})(1 - \text{جتا}^2 \text{س})$$

$$= \text{جا}^2 \text{س} - (1 - 2\text{جا}^2 \text{س} + \text{جا}^2 \text{س})$$

$$= \text{جا}^2 \text{س} - 1 + 2\text{جا}^2 \text{س} - \text{جا}^2 \text{س}$$

$$= 1 - 2\text{جا}^2 \text{س} \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

$${}^2 \text{ب} - {}^2 \text{أ} = (\text{ب} - \text{أ})(\text{ب} + \text{أ})$$

المحتوى الإلكتروني الشامل

البسط هو الفرق بين مربعين

$$\text{ج} \quad \frac{\text{جتأس} - \text{جأس}}{\text{جتأس}} = \text{الطرف الأيمن}$$

$$= \frac{(\text{جتأس} + \text{جأس})(\text{جتأس} - \text{جأس})}{\text{جتأس}}$$

$$= \frac{(\text{جتأس} - \text{جأس})(\text{جتأس} + \text{جأس})}{\text{جتأس}}$$

$$= 1 \times \left(\frac{\text{جأس}}{\text{جتأس}} - 1 \right)$$

$$= 1 - \text{ظأس وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{د} \quad \frac{\text{جتاس}}{\text{ظاس} (1 - \text{جاس})} = \text{الطرف الأيمن}$$

$$= \frac{\text{جتاس}}{\text{ظاس}} \times \frac{1}{1 - \text{جاس}}$$

$$= \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} \times \frac{1}{1 - \text{جاس}}$$

$$= \frac{\text{جتأس}}{\text{جاس}} \times \frac{1}{1 - \text{جاس}}$$

$$= \frac{1 - \text{جأس}}{\text{جاس}} \times \frac{1}{1 - \text{جاس}}$$

$$= \frac{(1 - \text{جاس})(\text{جاس} + 1)}{\text{جاس}(1 - \text{جاس})}$$

$$= \frac{1 + \text{جاس}}{\text{جاس}}$$

$$= 1 + \frac{1}{\text{جاس}} \text{ وهو الطرف الأيسر}$$

استخدم الفرق بين مربعين

الخطوة الإلكترونية الشامل

$$\text{هـ) الطرف الأيسر} = \frac{\text{ظاس} - 1}{\text{ظاس} + 1}$$

$$= \frac{1 - \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}{1 + \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}$$

$$= \frac{\text{جتاس} - \text{جاس}}{\text{جتاس}} = \frac{\text{جتاس} + \text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جتاس} - \text{جاس}}{\text{جتاس} + \text{جاس}}$$

وهو الطرف الأيمن

$$\text{و) الطرف الأيمن} = \left(\frac{1}{\text{جتاس}} - \frac{1}{\text{ظاس}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\text{جتاس}} - \frac{1}{\text{جتاس}} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1 - 1}{\text{جتاس}} \right)^2$$

$$= \frac{(1 - 1)^2}{\text{جتاس}^2}$$

$$= \frac{(1 - 1)^2}{1 - \text{جتاس}^2}$$

$$= \frac{(1 - 1)(1 - 1)}{(1 - 1)(1 + 1)}$$

$$= \frac{1 - 1}{1 + 1} = \frac{1 - \text{جتاس}}{1 + \text{جتاس}}$$

وهو الطرف الأيسر

حل ١ - جتا أس إلى العوامل مستخدمًا "الفرق بين مربعين"

$$\frac{\text{جاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} =$$

$$= \text{ظاس وهو الطرف الأيسر}$$

$$(7) \quad \frac{\text{جاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} - 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} =$$

$$1 + \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} - 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} =$$

$$= 2 + \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} - 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} =$$

$$= 2 + \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} - 1}{\text{جتاس} + 1} + \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1} =$$

$$= 1 \times 2 + 2 =$$

$$4 =$$

القيمة الثابتة هي ٤

$$(8) \quad \text{أ} \quad 7 \text{ جاس} + 4 \text{ جتاس} = 7 \text{ جاس} + 4 \text{ جتاس} + (1 - \text{جاس})$$

$$= 7 \text{ جاس} + 4 \text{ جتاس} - 4 + 4 \text{ جاس}$$

$$= 4 + 3 \text{ جاس}$$

ب القيمة الصغرى لعبارة $3 \text{ جاس} + 4 \text{ جتاس}$ هي ٠ والقيمة

العظمى لها هي ٣

$$\therefore 0 + 4 \geq (س) \geq 3 + 4$$

$$4 \geq (س) \geq 7$$

$$(9) \quad \text{أ} \quad 4 \text{ جاه} - \text{جتاه} = 4 \text{ جاه} - (1 - \text{جاه})$$

$$= 4 \text{ جاه} - 1 + \text{جاه}$$

$$= 1 + 4 \text{ جاه} - 1$$

$$= 5 - (2 + 2)$$

بالإكمال إلى مربع

ب القيمة الصغرى لعبارة

$$(2 + \text{جاه})^2$$

$$\text{هي } 1 = (2 + 1)^2$$

والقيمة العظمى لها هي $(2 + 1)^2 = 9$

القيمة الصغرى لعبارة $4 \text{ جاه} - \text{جتاه}$

$$\text{هي } 1 - 5 = -4$$

$$\text{ز الطرف الأيمن} = \frac{\text{ظاس} + 1}{\text{جاس} \times \text{ظاس} + \text{جتاس}}$$

$$= \frac{\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} + 1}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس} + \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس} + \text{جتاس}}{\text{جتاس}} \div \frac{1}{\text{جتاس}}$$

$$= \text{جاس} + \text{جتاس وهو الطرف الأيسر}$$

$$\text{ح الطرف الأيمن} = \frac{\text{جاس} - 1}{\text{جتاس} - 1}$$

$$= \frac{\text{جاس} \times \text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جتاس} \times \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جاس} \times \text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \frac{\text{جتاس} \times \text{جتاس}}{\text{جتاس}}$$

$$= \text{ظاس وهو الطرف الأيسر}$$

$$(6) \quad \text{الطرف الأيمن: } \frac{1}{\text{جتاس}} - \frac{\text{جتاس}}{\text{جتاس} + 1}$$

$$= \frac{1 + \text{جاس} - \text{جتاس}}{\text{جتاس} + 1}$$

$$= \frac{1 + \text{جاس} - \text{جتاس}}{\text{جتاس} + 1}$$

$$= \frac{1 + \text{جاس} - \text{جتاس}}{\text{جتاس} + 1}$$

$$= \frac{1 + \text{جاس} - \text{جتاس}}{\text{جتاس} + 1}$$

$$= \frac{\text{جاس} + \text{جاس}}{\text{جتاس} + 1}$$

$$= \frac{\text{جتاس} + 1}{\text{جتاس} + 1}$$

$$\frac{\sqrt{4} - 1 - 1}{\sqrt{4} + 1} = \frac{2 - 2}{2} = 0$$

$$\frac{(\sqrt{4} - 1) - \sqrt{4} + 1}{\sqrt{4} + 1} = \frac{2 - 2}{2} = 0$$

$$\frac{\sqrt{18}}{2(\sqrt{4} + 1)} = \frac{3\sqrt{2}}{2(2 + 1)} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4} + 1} = \frac{2}{2 + 1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4} + 1} = \text{جتاه}$$

القيمة العظمى لها هي ٤ جاه - جتاه
هي ٥ - ٩ = ٤

(١٠) أ $\frac{(\text{جاه} + 1)^2}{\text{جتاه}} \times \frac{\text{جاه} - 1}{2 \text{جتاه}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$$\frac{(\text{جاه} + 1)(\text{جاه} - 1)^2}{2 \text{جتاه}^2} =$$

$$\frac{(\text{جاه} - 1)^2}{2 \text{جتاه}^2} =$$

$$\frac{(\text{جاه} - 1)^2}{2 \text{جتاه}^2} =$$

$$1 =$$

ب) افترض أن ل = جاه، وأن ج = جتاه

فيكون أ $\frac{ل - 1}{ج^2} = \frac{ل - 1}{ج}$ ومنها ج = $\frac{ل - 1}{ج}$

$$\frac{(ل + 1)^2}{ج} = \frac{1}{أ} \text{ وعليه فإن } ج = \frac{(ل + 1)^2}{أ}$$

ساو بين المعادلتين لتحصل على:

$$\frac{ل - 1}{2} = \frac{ل + 1}{أ}$$

$$ل - 1 = \frac{ل + 1}{2}$$

$$ل(\sqrt{4} + 1) = \sqrt{4} - 1$$

$$ل = \frac{\sqrt{4} - 1}{\sqrt{4} + 1}$$

$$\text{جاه} = \frac{\sqrt{4} - 1}{\sqrt{4} + 1}$$

$$\frac{ل - 1}{2} = \text{الآن ج}$$

$$\frac{\sqrt{4} - 1 - 1}{\sqrt{4} + 1} =$$

$$2$$

المحاضرة الإلكترونية الشامل