الوحدة الرابعة: حلول التمارين

مقاييس النزعة المركزية

تمارين ٤-١

١) أ) لنجد الوسط الحسابي علينا أن نجمع القيم ونقسم الناتج على عددها ٩ (لأنه يوجد ٩ قيم من البيانات).

فيكون $\frac{٣٧٨}{٩} = ٤٢$

لنجد الوسيط علينا أن نرتّب القيم أولًا. بما أن عدد القيم ٩ تكون رتبة الوسيط ٥، وهي ٤١

١٢	١٧	١٧	٣٩	٤١	٤٤	٥٤	٦٧	٨٧

يبيّن الترتيب أيضًا القيم التي تتكرر أكثر. المنوال في هذه المجموعة ١٧ لأنها القيمة التي ظهرت أكثر من غيرها.

ب) لنجد الوسط الحسابي علينا أن نجمع القيم ونقسم الناتج على عددها ٨

فيكون $\frac{٨٧٨}{٨} = ١٠٩,٧٥$

لنجد الوسيط علينا أن نرتّب القيم أولًا. بما أن عدد القيم ٨ فإن قيمة الوسيط تقع بين رقم ٤ ورقم ٥، ثم نجد الوسط الحسابي لهاتَين القيمتَين. الوسيط هو $\frac{١٠٩ + ١١٣}{٢} = ١١١$

٩٨	٩٨	١٠٧	١٠٩	١١٣	١١٥	١١٥	١٢٣

يوجد منوالان لهذه البيانات لأنه توجد قيمتان تكررتا أكثر من القيم الأخرى. المنوالان هما ٩٨ ، ١١٥

ج) لنجد الوسط الحسابي علينا أن نجمع القيم ونقسم الناتج على عددها.

فيكون $\frac{٩٢,٧}{٩} = ١٠,٣$

بعد ترتيب القيم تكون رتبة الوسيط ٥ وعليه، فإن الوسيط ٣,٥

٤٨,٨	٣٨,٣	٢٧,٨	١٧,٩	٣,٥	١,٠	١,٠	-١١,٤	-٣٤,٢

المنوال هو ١,٠ لأنها القيمة التي تكررت أكثر من القيم الأخرى.

د) مجموع القيم = ٠، فيكون الوسط الحسابي $\frac{٠}{٦} = ٠$

لنجد الوسيط علينا أن نرتّب القيم أولًا. بما أن عدد القيم ٦ فإن قيمة الوسيط تقع بين رقم ٣ ورقم ٤، ثم نجد الوسط الحسابي لهاتَين القيمتَين ١,٢٥، -١,٢٥. فيكون الوسيط هو ٠

١,٧٥	١,٥	١,٢٥	-١,٢٥	-١,٥	-١,٧٥

لم تتكرر أيّة قيمة لذا لا يوجد منوال.

المعلم الإلكتروني الشامل

هـ نضرب ١٠ في ٩ لنجد مجموع ٩ أشياء قيمة كل منها ١٠. نكرر العملية لقيم المتغيّر س جميعها، انظر الصف الثالث من الجدول الآتي.

س	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
التكرار (ت)	٩	٦	٤	٣	٢	١
س × ت	٩٠	٦٦	٤٨	٣٩	٢٨	١٥

ثم نجمع القيم لنجد مجموع قيم البيانات جميعها.

٩٠ + ٦٦ + ٤٨ + ٣٩ + ٢٨ + ١٥ = ٢٨٦

نجد مجموع التكرارات

٩ + ٦ + ٤ + ٣ + ٢ + ١ = ٢٥

أخيرًا، نقسم مجموع القيم على مجموع التكرارات لنحصل على:

الوسط الحسابي = ١١,٤٤

عرفنا أن عدد القيم ٢٥ ورتبة الوسيط هي ١٣. وعرفنا أن هناك ٩ قيم في عمود١٠، و ٦ قيم في عمود ١١ لذا تقع القيمة رقم ١٣ في العمود ١١، فيكون الوسيط ١١

المنوال هو القيمة التي تقابل أكثر الأعداد تكرارًا (أو التي تكررت أكثر من غيرها). القيمة ١٠ تقابل أكثر الأعداد تكرارًا، فيكون المنوال ١٠

و كما عملنا في الجزئية ١(هـ) نضرب قيم ص في تكراراتها المناظرة. كما هو موضح في الجدول الآتي:

ص	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
التكرار (ت)	٩٩	٩٩	٩٩	٩٩	٩٩
ص × ت	١٤٨٥	١٥٨٤	١٦٨٣	١٧٨٢	١٨٨١

ثم نجد مجموع قيم البيانات:

١٤٨٥ + ١٥٨٤ + ١٦٨٣ + ١٧٨٢ + ١٨٨١ = ٨٤١٥

نجد مجموع التكرارات:

٩٩ + ٩٩ + ٩٩ + ٩٩ + ٩٩ = ٤٩٥

نقسم مجموع القيم على عددها لنحصل على: $\frac{٨٤١٥}{٤٩٥}$ = ١٧

الوسط الحسابي ١٧

عرفنا أن عدد القيم ٤٩٥ فتكون رتبة الوسيط ٢٤٨. يوجد ٩٩ قيمة في العمود الأول و ٩٩ في العمود الثاني و ٩٩ في العمود الثالث. لذا يقع الوسيط في العمود الثالث، وتكون قيمة الوسيط ١٧

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا. جميع التكرارات متساوية، لذا كل من ١٥ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٨ ، ١٩ هو منوال.

المعلم الإلكتروني الشامل

ز هذا يشبة الجزئيّتَين السابقتَين، لكن كُتبت القيم في جدول رأسي. لذا نضرب قيم هـ في تكراراتها المناظرة كما هو مبيّن في العمود ٣ من الجدول الآتي:

هـ	التكرار (ت)	هـ × ت
٣٦	٨	٢٨٨
٣٧	١١	٤٠٧
٣٨	١٣	٤٩٤
٣٩	١٦	٦٢٤
٤٠	٣٧	١٤٨٠
المجموع	٨٥	٣٢٩٣

ثم نجد مجموع القيم: مجموع القيم من العمود الثالث ٣٢٩٣

نجد مجموع التكرارات: مجموع القيم في العمود الأوسط هو ٨٥

الوسط الحسابي = $\frac{٣٢٩٣}{٨٥}$ = ٣٨,٧

عدد القيم ٨٥، فتكون رتبة الوسيط ٤٣. يوجد ٨ + ١١ + ١٣ = ٣٢ قيمة في الصفوف ٣٦، ٣٧ ، ٣٨

وأن ٨ + ١١ + ١٣ + ١٦ = ٤٨ في الصفوف ٣٦، ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩، وعليه، القيمة رقم ٤٣ تقع في الصف ٣٩ ويكون الوسيط ٣٩

المنوال هو القيمة التي تقابل أكثر الأعداد تكرارًا. القيمة هي ٤٠ لأنها تكررت ٤٠ مرة. المنوال ٤٠

ح يشبه الأسئلة السابقة. نضرب قيم ك في تكراراتها المناظرة كما هو مبيّن في العمود ٣ من الجدول الآتي:

ك	التكرار (ت)	هـ × ت
٥,٦	٨	٤٤,٨
٥,٧	٨٧	٤٩٥,٩
٥,٨	٤٠	٢٣٢
٥,٩	٣٥	٢٠٦,٥
٦,٠	٢١	١٢٦
المجموع	١٩١	١١٠٥,٢

ثم نجد مجموع القيم: مجموع القيم من العمود الثالث هو ١١٠٥,٢

نجد مجموع التكرارات من العمود الأوسط وهو ١٩١

الوسط الحسابي = $\frac{١١٠٥,٢}{١٩١}$ = ٥,٧٨٦

نعرف أن عدد القيم ١٩١ وبالتالي يكون ترتيب قيمة الوسيط ٩٦. إنها أول قيمة من البيانات التي تقابل القيمة الأولية (الخام) ٥,٨. وعليه الوسيط هو ٥,٧٥

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعًا (تكرارًا). وهذه القيمة هي ٥,٧ حيث تقابل تكرارًا مقداره ٨٧. المنوال ٥,٧

المعلم الإلكتروني الشامل

٢) أ الوسط الحسابي مجموع الكتل مقسومًا على عدد حبات التفاح.

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$. أعد الترتيب لتحصل على

مجموع القيم = الوسط الحسابي × عدد القيم

= ١٥٠ × ٢٠ = ٣٠٠٠غم

ب الوسط الحسابي مجمع الكتل مقسومًا على عدد حبات الموز.

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$. أعد الترتيب لتحصل على

مجموع القيم = الوسط الحسابي × عدد القيم

= ١٧٠ × ٣٠ = ٥١٠٠ غم

ج مجموع كتل الفاكهه = ٣٠٠٠ + ٥١٠٠ = ٨١٠٠ غم

د مجموع حبات الفاكهة ٥٠. فيكون الوسط الحسابي = $\frac{٨١٠٠}{٥٠}$ = ١٦٢ غم

٣) أ الوسط الحسابي مجموع الأطوال مقسومًا على عدد الأقلام الرصاص وأقلام التلوين.

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$ أعد الترتيب لتحصل على

مجموع الأطوال = الوسط الحسابي × عدد الأقلام

عدد الأقلام الرصاص وأقلام التلوين هو ٢٥

مجموع الأطوال = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥ سم

ب مجموع أطوال ١٥ قلم = ٢٥ × ٩ – ١٠ × ١١,٤

مجموع الأطوال = ٢٢٥ – ١١٤ = ١١١ سم

ج نطرح مجموع أطوال الأقلام الرصاص من مجموع أطوال الأقلام الرصاص وأقلام التلوين، فيكون ١١١ سم مجموع أطوال أقلام التلوين.

الوسط الحسابي = $\frac{١١١}{١٥}$ = ٧,٤ سم

٤) أ مجموع درجات الذكور = ١٥ × ٦٢ = ٩٣٠

مجموع درجات الإناث = ١٧ × ٧٠ = ١١٩٠

مجموع درجات الذكور والإناث = ٩٣٠ + ١١٩٠ = ٢١٢٠

ب الوسط الحسابي = $\frac{٢١٢٠}{٣٢}$ = ٦٦,٢٥

٥) أ أكبر تكرار هو ٤٧ و هو يقابل الدرجة ٧، وعليه يكون المنوال ٧

ب مجموع التكرارات ٢٠٠

المعلم الالكتروني الشامل

ج يقع الوسيط بين الدرجتَين رتبتاهما ١٠٠ ، ١٠١. مجموع تكرارات الدرجات ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ هو ٣ + ٣ + ٥ + ٧ + ١٢ + ٢٥ + ٤٠ = ٩٥. عندما نضيف التكرار ٤٧ المقابل للدرجة ٧ فسيتجاوز الرتبتَين ١٠٠ ، ١٠١ وعليه، الوسيط = ٧

د ١) مجموع الدرجات ١٢٦٩ انظر الصف ٣ من الجدول حيث ضُربت الدرجة في التكرار المناظر لها وجُمع الناتج.

الدرجة (س)	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار (ت)	٣	٣	٥	٧	١٢	٢٥	٤٠	٤٧	٣١	٢٥	٢	٢٠٠
س × ت	٠	٣	١٠	٢١	٤٨	١٢٥	٢٤٠	٣٢٩	٢٤٨	٢٢٥	٢٠	١٢٦٩

٢) الوسط الحسابي = $\frac{١٢٦٩}{٢٠٠}$ = ٦,٣٤٥

٦) الوسط الحسابي يساوي مجموع القيم مقسومًا على عددها ن

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{ن}}$. أعد الترتيب لتحصل على

الوسط الحسابي × ن = مجموع القيم، ومنه ن = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{الوسط}}$

فيكون $\frac{٣١٢}{٢٠٨}$ = ١٥

٧) الوسط الحسابي يساوي مجموع القيم مقسومًا على عددها ن.

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{ن}}$. أعد الترتيب لتحصل على

الوسط الحسابي × ن = مجموع القيم

٣,٢٥ × ٤٢ = ١٣٦,٥

٨) الوسط الحسابي = $\frac{١٣ + ١٩ + ٢٧ + ٤٢ + ك}{٥}$ = ٣٠

بسّط المعادلة $\frac{١٠١ + ك}{٥}$ = ٣٠

ك + ١٠١ = ١٥٠

ك = ٤٩

٩) مجموع أطوال الـ ٦ دعامات القصيرة = ٢,٢٥ × ٦ = ١٣,٥. مجموع أطوال الدعامات الـ ٧ هو ٢,٣١ × ٧ = ١٦,١٧، فيكون طول الدعامة السابعة ١٦,١٧ – ١٣,٥ = ٢,٦٧ م.

١٠) الوسط الحسابي لكتل أول ٣ رجال $\frac{٨٨,٢ + ٨٢,٥ + ٧٤,٩}{٣}$ = ٨١,٢

وعليه، سيكون الوسط الحسابي لكتل الرجال الأربعة = ٨١,٢ + ٣,٦ = ٨٤,٨

مجموع كتل الرجال الأربعة = ٨٤,٨ × ٤ = ٣٣٩,٢. مجموع كتل أول ٣ رجال ٢٤٣,٦، وعليه، ستكون كتلة الرجل الرابع ٣٣٩,٢ – ٢٤٣,٦ = ٩٥,٦ كغم

المعلم الإلكتروني الشامل

١١) الوسط الحسابي لزمن الأفلام الـ ٥ هو ١٠٢ دقيقة. مجموع أوقات الأفلام = ١٠٢ × ٥ = ٥١٠

الوسط الحسابي لزمن أطول ٣ أفلام ١١٤ دقيقة، فيكون مجموع أوقاتها = ١١٤ × ٣ = ٣٤٢ دقيقة.

الفرق = ٥١٠ – ٣٤٢ = ١٦٨ دقيقة.

زمن الفلمَين الأخيرَين متساوٍ فيكون زمن كل منهما ٨٤ دقيقة، لكن أحدهما أطول بـ ١٠ دقائق، فيكون زمن الفلم الأول ٧٩ والآخر ٨٩ دقيقة، أي ١ ساعة و١٩ دقيقة و١ ساعة و٢٩ دقيقة.

١٢) نستخدم الجدول الآتي لنجري الحسابات:

عدد الركاب	١	٢	٣	٤	٥
عدد المركبات (ت)	٤٣	٣٨	س	١٢	٣
عدد الركاب × عدد المركبات	٤٣	٦٧	٣س	٤٨	١٥

مجموع الركاب ١٨٢ ٣ س، مجموع المركبات ٩٦ + س

لنجد الوسط الحسابي $\frac{(١٨٢ + ٣س)}{(٩٦ + س)} = ٢١٥٢$

١٨٣ + ٣ س = ٢٠٦,٥٩٢ + ٢,١٥٢س

نعيد ترتيب المعادلة ٣س – ٢,١٥٢س = ٢٠٦,٥٩٢ – ١٨٣

٠,٨٤٨ س = ٢٤,٥٩٢

فيكون س = ٢٩

١٣) أ ١) القيمة الوحيدة ١١ تكررت ٣ مرات؛ وعليه، مهما كانت قيمة ك فلا تؤثّر على المنوال.

٢) المنوال ١١

٣) ك أكبر من ٣٠ وعليه، يقع إلى يسار قيمة المنتصف بعد ترتيب القيم، كما هو مبيّن في الجدول الآتي:

٤	١١	١١	١١	٢٥	٢٦	ك	٣٥	٣٧

(قد تقع ك في أي مكان إلى يسار القيمة ٢٥)

ب ١) الوسيط

٢) ٢٥

ج الوسط الحسابي ٢٢، وعليه يكون المجموع ٢٢ × ٩ = ١٩٨

مجموع القيم المعلومة ١٦٠، فيكون ك = ١٩٨ – ١٦٠ = ٣٨

المعلم الإلكتروني الشامل

١٤) أ

عدد الأخوات س	عدد الطلبة ت
٠	٦
١	١٢
٢	٨
٣	٤
٤	٢

ب عمود عدد الأخوات '١' هو الأطول، فيكون المنوال هو ١

ج عدد الطلبة ٣٢ فتكون رتبة الوسيط بين ١٦ و ١٧. يوجد ٦ طلبة ليس لهم أخوات و١٨ طالبًا عدد أخواتهم ٠ أو ١، فيكون الوسيط ١

د نضيف عمودًا ثالثًا بعنوان س × ت، ونجد مجموع قيم هذا العمود ومجموع الطلبة.

عدد الأخوات س	عدد الطلبة ت	س × ت
٠	٦	٠
١	١٢	١٢
٢	٨	١٦
٣	٤	١٢
٤	٢	٨
المجموع	٣٢	٣٨

الوسط الحسابي = $\frac{٤٨}{٣٢}$ = ١,٥

١٥) نرسم جدولًا ونضيف العمود س × ت .

عدد النزلاء س	عدد المنازل ت	س × ت
٠	٦	٦
١	م	٢م
٢	١٠	٣٠
٣	١١	٤٤
٤	٥	٢٥
المجموع	٣٢ + م	١٠٥ + ٢م

الوسط الحسابي = $\frac{١٠٥ + ٢م}{٣٢ + م}$ = ٣، نعيد ترتيب المعادلة لنحصل على

١٠٥ + ٢ م = ٩٦ + ٣ م

م = ٩

المعلم الإلكتروني الشامل

أ مجموع المنازل ٣٢ + ٩ = ٤١

ب مجموع النزلاء ١٠٥ + ٢ × ٩ = ١٢٣

١٦) أ القيمة الأكثر تكرارًا هي ٣١ (تكررت ٣ مرات)، إذن المنوال هو ٣١

ب القيمة الوسطى هي في المكان ١٢، عند العد من أصغر قيمة ٨ نصل الى القيمة ٢٣، الوسيط هو ٢٣

ج مجموع الأعداد الثلاثة في الصف الأول هو ٢٥

مجموع الأعداد الخمسة في الصف الثاني هو ٧٤

مجموع الأعداد الخمسة في الصف الثالث هو ١١٤

مجموع الأعداد الثمانية في الصف الرابع هو ٢٥٩

الوسط الحسابي هو $\overline{س} = \frac{٢٥ + ٧٤ + ١١٤ + ٢٥٩}{٢١} = ٢٢,٥$

١٧) أ ١) توجد ١٢ بنتًا، فتكون قيمة الوسيط بين القيمة رقم ٦، ورقم ٧. القيمة رقم ٦ هي ٩٠، و رقم ٧ هي ٩١، فيكون الوسيط ٩٠,٥٪

٢) يوجد ١٣ ولدًا فيكون الوسيط هو القيمة رقم ٧، وهي ٩٣٪.

ب نضع جميع الطلبة بنينًا وبنات في مخطط الساق والورقة المنفرد، الوسيط هو القيمة رقم ١٣ ويساوي ٩٢٪.

١٨)

التوزيع التكراري للمتغير س		
س	التكرار (ت)	س × ت
٧	٢	١٤
٨	٧	٥٦
٩	١١	٩٩
١٠	٩	٩٠
١١	ك	١١ك
١٢	ك – ٣	١٢ك – ٣٦
المجموع	٢٦ + ٢ك	٢٢٣ + ٢٣ك

الوسط الحسابي = $\frac{٢٣ + ٢٢٣}{٢٦ + ٢ك} = ٩,٦$

نضرب تبادليًّا: ٢٣ك + ٢٢٣ = ١٩,٢ك + ٢٤٩,٦

حل المعادلة: ٣,٨ك = ٢٦,٦

ك = ٧

١٩) أ

عدد الكتب	٠	١	٢	٣	المجموع
عدد الأطفال (ت)	١٠	٨	٦	س	٢٤ + س
س × ت	٠	٨	١٢	٣س	٢٠ + ٣س

المعلم الالكتروني الشامل

الوسط الحسابي = $\frac{(٢٠ + ٣س)}{(٢٤ + س)}$ = ١

حل المعادلة: ٢٠ + ٣س = ٢٤ + س

٢س = ٤

س = ٢

ب العدد (٠) الأكثر تكرارًا، لذا سيكون تكرار العدد ٣ أقل من ١٠. أكبر قيمة ممكنة لـ س = ٩

ج ١٨ طفلًا ممن قرأ ٠، ١ كتاب، وعليه كل واحد من الأطفال من رقم ١٩ إلى رقم ٢٤ قد قرأ كتابين. إذا كانت رتبة الوسيط ١٩ فسيكون عدد الأطفال ٣٧، و س = ١٣. وإذا كانت رتبة الوسيط ٢٤ فسيكون عدد الأطفال ٤٧

س = ٢٣

١) ١٣ ٢) ٢٣

٢٠) أ مجموع القيم ك ١٠س. القيمة التي تتوسط جميع القيم هي ٥س + ٠,٥، والقيمتان اللتان رتبتاهما ٥س، ٥س + ١ كلتاهما تساويان ٣، لذا ٣ هو الوسيط.

ب

ك	١	٢	٣	٤	المجموع
التكرار (ت)	س	٢س	٣س	٤س	١٠س
ك × ت	س	٤س	٩س	١٦س	٣٠س

الوسط الحسابي = $\frac{٣٠س}{١٠س}$ = ٣

ج تكرار س يجب أن تكون عددًا صحيحًا موجبًا.

٢١) الوسط الحسابي يساوي $\frac{(٧ + ١٣ + ١٨ + ٢٦ + ٧)}{٥}$

الوسط الحسابي يساوي $\frac{٦٤ + ص}{٥}$

الوسيط = ١٨، وحيث إن الوسط الحسابي يساوي الوسيط

فيكون $\frac{٦٤ + ص}{٥}$ = ١٨

أعد ترتيب المعادلة لتحصل على ٦٤ + ص = ٩٠

ص = ٢٦

٢٢) أ $\frac{٣٠}{٢٠}$ = ١,٥

ب ١) $\frac{٩٨}{٥٠}$ = ١.٩٦ ٢) $\frac{١٧٤}{٥٠}$ = ٣,٤٨

ج مثلًا، لوحة الأعمدة لأربع مجموعات مكونة من أربعة أعمدة، أو جداول منفصلة لكل من الأولاد والبنات.

٢٣) أ الوسط الحسابي لعدد الصفحات التي قرأها الـ ٥ أولاد = ١١,٥

ب الوسط الحسابي لعدد الصفحات التي قرأها ٧ بنات = ١٤,٥

ج الوسط الحسابي لعدد الصفحات التي قرأها جميع الاطفال = $\frac{٥ \times ١١,٥ + ٧ \times ١٤,٥}{١٢}$ = ١٣,٢٥

المعلم الإلكتروني الشامل