$جـ_ن = \frac{أ(ر^ن - 1)}{ر - 1}$، $\therefore$ $جـ_٤ = \frac{أ(ر^٤ - 1)}{ر - 1}$ = ك أ،

$\therefore$ ك = $\frac{ر^٤ - 1}{ر - 1}$

عندما ر = ٣، ك = $\frac{٣^٤ - 1}{٣ - 1}$ = $\frac{٨١ - 1}{٢}$ = ٤٠

عندما ر = −٣، ك = $\frac{(-٣)^٤ - 1}{-٣ - 1}$ = $\frac{٨١ - 1}{-٤}$ = −٢٠

تمارين ٣-٣

١) ٠,٣٧٣٧٣٧٣٧... = $\frac{٣٧}{١٠٠} + \frac{٣٧}{١٠٠٠٠} + \frac{٣٧}{١٠٠٠٠٠٠} + ...$

أ = $\frac{٣٧}{١٠٠}$، ر = $\frac{١}{١٠٠}$

$جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر} = \frac{\frac{٣٧}{١٠٠}}{١ - \frac{١}{١٠٠}} = \frac{٣٧}{١ - ١٠٠} = \frac{٣٧}{٩٩}$

٢) أ) أ = ٣، ر = $\frac{١}{٣}$ $\therefore$ $جـ_\infty = \frac{٣}{١ - \frac{١}{٣}} = ٣ \div \frac{٢}{٣} = ٤,٥$

ب) أ = ١، ر = $-\frac{١}{٢}$ $\therefore$ $جـ_\infty = \frac{١}{١ - (-\frac{١}{٢})} = ١ \div \frac{٣}{٢} = \frac{٢}{٣}$

ج) أ = ٨، ر = $\frac{١}{٥}$ $\therefore$ $جـ_\infty = \frac{٨}{١ - \frac{١}{٥}} = ٨ \div \frac{٤}{٥} = ١٠$

د) أ = −١٦٢، ر = $-\frac{٢}{٣}$ $\therefore$ $جـ_\infty = \frac{-١٦٢}{١ - (-\frac{٢}{٣})} =$

$-١٦٢ \div \frac{٥}{٣} = -٩٧,٢$

٣) أ) أ = ١٠، ر = $\frac{٨}{١٠}$ = ٠,٨ $\therefore$ $جـ_\infty = \frac{١٠}{١ - ٠,٨} =$

$١٠ \div ٠,٢ = ٥٠$

٤) الحدّ العام = $أ ر^{ن-١}$

الحدّ الأول أ = ٣٠٠، الحدّ الرابع = $أ ر^٣ = -٢\frac{٢}{٥}$

فيكون، $٣٠٠ ر^٣ = -٢\frac{٢}{٥}$

$ر^٣ = -\frac{١}{١٢٥}$، وعليه ر = $-\frac{١}{٥}$

استخدم صيغة المجموع إلى مالانهاية $جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$

حيث $-١ < ر < ١$

جـ = $\frac{٣٠٠}{١ - (-\frac{١}{٥})}$ = ٢٥٠

٥) مُعطى: أ = ١ ، ر = $٠,٨^٢$ = ٠,٦٤

استخدم صيغة المجموع إلى مالانهاية $جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$

حيث $-١ < ر < ١$

$جـ_\infty = \frac{١}{١ - ٦٤} = \frac{٢٥}{٩}$

٦) (أ) $٠,٤٢\dot{٢}$ = ٠,٤٢ + ٠,٠٠٤٢ + ٠,٠٠٠٠٤٢ +

٠,٠٠٠٠٠٠٤٢ + ...

هذه تمثل متسلسلة هندسية فيها أ = ٠,٤٢،

ر = ٠,٠١

(ب) استخدم صيغة المجموع إلى مالانهاية

$جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$ حيث $-١ < ر < ١$

تحصل على: $\frac{٠,٤٢}{١ - ٠,٠١} = \frac{٠,٤٢}{٠,٩٩} = \frac{٤٢}{٩٩} = \frac{١٤}{٣٣}$

٧) أ = −١٢٠، $جـ_\infty$ = −٧٢

استخدم صيغة المجموع إلى مالانهاية $جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$

تحصل على: $\frac{١٢٠}{١ - ر}$ = −٧٢

اضرب تبادليًّا لتحصل على: ٧٢(١ − ر) = ١٢٠، ثم

اقسم على ٧٢، فيكون ١ − ر = $\frac{١٢٠}{٧٢}$

ر = ١ − $\frac{١٢٠}{٧٢}$ وتساوي $-\frac{٢}{٣}$

مجموع أول ثلاثة حدود يساوي: $جـ_ن = \frac{أ(١ - ر^ن)}{١ - ر}$

$$جـ_٣ = \frac{-١٢٠\left(\left(-\frac{٢}{٣}\right)^٣ - ١\right)}{-\frac{٢}{٣} - ١} = -\frac{٢٨٠}{٣}$$

٨) الحدّ الثاني أر = −٩٦ والحدّ الخامس أر^٤ = ٤٠,٥

أ) اقسم المعادلة الثانية على الأولى لتحصل على:

$ر^3 = -\frac{٢٧}{٦٤}$

$\therefore ر = -\frac{٣}{٤}$

عوّض قيمة ر في أ ر = −٩٦ تجد أن أ = ١٢٨

ب) $جـ_∞ = \frac{أ}{١ - ر}$، فيكون $جـ_∞ = \frac{١٢٨}{١ - \left(-\frac{٣}{٤}\right)} = \frac{٥١٢}{٧}$

٩) أ ر = ١٨، أر^٣ = ١,٦٢

أ) اقسم الحدّ الرابع على الحدّ الثاني لتحصل على: $ر^٢ = \frac{٩}{١٠٠}$

$ر = \pm\frac{٣}{١٠}$

مُعطى أن الأساس موجب فيكون

$ر = \frac{٣}{١٠}$

عوّض بدل ر في أر = ١٨ لتحصل على: أ = ٦٠

ب) $جـ_∞ = \frac{أ}{١ - ر}$، فيكون $جـ_∞ = \frac{٦٠}{١ - \left(\frac{٣}{١٠}\right)} = \frac{٦٠٠}{٧}$

١٠) أ) الحدود الثلاثة الأولى ك + ١٥، ك، ك − ١٢

أوجِد الأساس بقسمة الحدّ على سابقه مباشرة

فيكون، $ر = \frac{ك}{ك + ١٥}$، و $ر = \frac{ك - ١٢}{ك}$

هذا يعني أن $\frac{ك}{ك + ١٥} = \frac{ك - ١٢}{ك}$

اضرب تبادليًّا لتحصل على:

$ك^٢ = (ك - ١٢)(ك + ١٥)$

فكّ الأقواس لتحصل على:

$ك^٢ = ك^٢ + ٣ك - ١٨٠$، إذًا ك = ٦٠

ب) أول ثلاثة حدود هي: ٧٥، ٦٠، ٤٨؛

أ = ٧٥، $ر = \frac{٤}{٥}$

$جـ_∞ = \frac{أ}{١ - ر}$، فيكون $جـ_∞ = \frac{٧٥}{١ - \frac{٤}{٥}} = ٣٧٥$

١١) الحدّ الرابع = أر^٣ = ٤٨

$جـ_∞ = \frac{أ}{١ - ر} = أ٣$

$\frac{أ}{١ - ر} = أ٣$ اقسم على أ ثم اضرب في (١ − ر)

لتحصل على: ١ = ٣(١ − ر)

حل المعادلة فيكون $ر = \frac{٢}{٣}$

استخدم أ ر^٣ = ٤٨، وعوّض بدل $ر = \frac{٢}{٣}$

لتحصل على $\frac{٨}{٢٧}أ = ٤٨$

أ = ١٦٢

١٢) $جـ_ن = \frac{أ(ر^ن - ١)}{ر - ١}$، فيكون $جـ_٣ = ٦٢ = \frac{أ(ر^٣ - ١)}{ر - ١}$

$جـ_ن = \frac{أ}{١ - ر}$، فيكون $جـ_∞ = ٦٢,٥ \frac{أ}{١ - ر}$

اقسم المعادلة الأولى على الثانية لتحصل على:

$\frac{٦٢}{٦٢,٥} = \frac{أ(١ - ر^٣)}{ر - ١} \div \frac{أ}{١ - ر}$ فيكون،

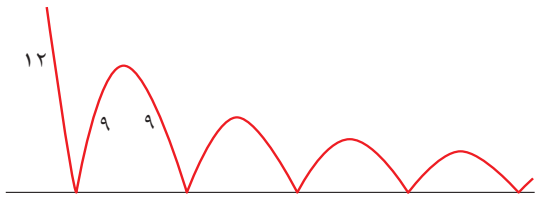
٠,٩٩٢ = ١ , ر^٣ وعليه ر^٣ = ٠,٠٠٨،

ومن ثم ر = ٠,٢

عوّض بدل ر = ٠,٢ في $\frac{أ}{١ - ر}$، لتجد أن

$\therefore$ أ = (٠,٢ − ١)٦٢,٥ = ٥٠

١٣) ارسم شكلًا يُمثل المسافات الرأسية التي تقطعها الكرة عند سقوطها من ارتفاع ١٢ م.



سنجمع ١٢ في النهاية إلى الناتج. في المتتالية حيث

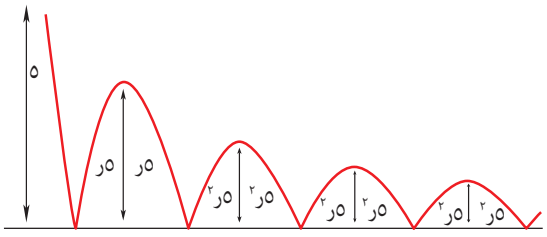
أ = ١٨، ر = $\frac{٣}{٤}$

جـ$_{\infty}$ = $\frac{\text{أ}}{١ - \text{ر}}$، وعليه يكون المجموع إلى مالانهاية

$$= \frac{١٨}{١ - \frac{٣}{٤}} = ٧٢$$

اجمع ١٢ إلى الناتج لتجد المسافات الرأسية التي قطعتها الكرة ٧٢ + ١٢ = ٨٤ مترًا.

١٤) أ ارسم صورة توضح السيناريو حيث يكون مجموع الارتفاعات الرأسية إلى مالانهاية ٣٠ مترًا.



هذا هو مجموع الى مالانهاية، والارتفاع الذي ترتفع إليه الكرة بعد الارتداد الأول هو ٥ر

٥ + ٢(٥ر + ٥ر^{٢} + ٥ر^{٣} + ٥ر^{٤} + ...) = ٣٠

مجموع المتسلسلة ذات أ = ر وأساسها ر يساوي ٢٥.

$$\frac{٥-٣٠}{٢} = ... + ٥ر^{٤} + ٥ر^{٣} + ٥ر^{٢} + ٥ر$$

$$١٢,٥ = ... + ٥ر^{٤} + ٥ر^{٣} + ٥ر^{٢} + ٥ر$$

ر + ر^{٢} + ر^{٣} + ر^{٤} + ... = ٢٥

استخدم الصيغة جـ$_{\infty}$ = $\frac{\text{أ}}{١ - \text{ر}}$

$$٢٥ = \frac{\text{ر}}{١ - \text{ر}}$$

ر = ٢٥ − ٢٥ر

$$\text{ر} = \frac{٢٥}{٣٥}$$

$$\text{ر} = \frac{٥}{٧}$$

بعد الارتداد الأول ، ترتفع الكرة إلى ارتفاع ٣,٧٥ متر.

٥ر = $\frac{٢٥}{٧}$ أو ٣,٧٥

١٥) متتالية هندسية حدّها الأول س وأساسها $\frac{٤}{٥}$

حدد المتتالية التي تعمل عليها.

جـ$_{\infty}$ = $\frac{\text{أ}}{١ - \text{ر}}$

في هذه الحالة ستجد المجموع إلى مالانهاية، لتجمع جميع المسافات الرأسية التي تخطاها الضفدع.

$$٢٠ = \frac{\text{س}}{١ - \frac{٤}{٥}}$$

$$\text{س} = \frac{١}{٥} \times ٢٠$$

س = ٤

استخدم صيغة المجموع إلى مالانهاية للمتسلسلة الهندسية لتجد قيمة الأساس.

سقطت الكرة من أرتفاع ٤ أمتار.

برر الإجابة بالتوافق مع سياق المسألة.