تمارين ٣-٢

١) لتكون المتتالية هندسية يجب أن يكون ناتج قسمة كل حدّ على الحدّ السابق له مباشرة ثابتًا. يسمى أساس المتتالية ر

أ) بما أن $\frac{٢}{١} \neq \frac{٤}{٢} \neq \frac{٦}{٤}$ لذا فهي ليست هندسية.

ب) بما أن العلاقة $\frac{٤}{-١} = \frac{-١٦}{٤} = \frac{٦٤}{-١٦}$ إنها متساوية، لذا فهي متتالية هندسية، ر = -٤، أ$_{ر}^{٢}$ = ١٦٣٨٤.

ج) بما أن العلاقة $\frac{٢٧}{٨١} = \frac{٩}{٢٧} = \frac{٣}{٩}$ صحيحة وتساوي $\frac{١}{٣}$، إنها متساوية، لذا فهي متتالية هندسية، ر = $\frac{١}{٣}$ ، أ$_{ر}^{٢}$ = $\frac{١}{٢٧}$.

د) بما أن $\frac{٢}{١١} \div \frac{٣}{١١} \neq \frac{٥}{١١} \div \frac{٣}{١١} \neq \frac{٨}{١١} \div \frac{٥}{١١}$ لذا فهي ليست هندسية.

هـ) بما أن $\frac{٠,٤}{٢} \neq \frac{٠,٠٨}{٠,٤} \neq \frac{٠,١٦}{٠,٠٨}$ ليست متساوية جميعها، لذا فهي ليست هندسية.

و) بما أن ناتج قسمة كلّ حدّ على سابقه يساوي -١، لذا فهي متتالية هندسية.

٢) استخدم صيغة الحدّ النوني = أ$_{ر}^{ن-١}$،

ح$_{٩}$ = أ ر^{٨} ، ح$_{٢٠}$ = أ$_{ر}^{١٩}$

٣) الحدّ الثالث أ$_{ر}^{٢}$، والحدّ السادس = أ ر^{٥}

اقسم الحدّ السادس على الحدّ الثالث لتحصل على $\frac{\text{أ}_{ر}^{٥}}{\text{أ}_{ر}^{٢}} = \frac{-٣٢}{١٠٨}$

بسّط المعادلة ر^{٣} = $\frac{-٨}{٢٧}$ وعليه ر= $-\frac{٢}{٣}$

استخدم الصيغة لتجد الحدّ الثالث : أ$_{ر}^{٢}$ = ١٠٨،

عوّض ر= $-\frac{٢}{٣}$ لتحصل

على: $\frac{٤}{٩}$أ = ١٠٨. فيكون أ = ٢٤٣

٤) الحدّ الأول أ، والحد الثالث أ ر^{٢}

اقسم الحدّ الثالث على الحدّ الأول لتحصل على:

$\frac{\text{أ}_{ر}^{٢}}{\text{أ}} = \frac{٢٧}{٧٥} = \frac{٩}{٢٥}$

فيكون، ر^{٢} = $\frac{٩}{٢٥}$ و منه ر= $\pm\frac{٣}{٥}$

الحدّ الرابع يساوي أ$_{ر}^{٣}$ فتكون قيمه الممكنة

٧٥ × $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣}$ و ٧٥ × $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{٣}$ ، وهما $\frac{٨١}{٥}$ و $-\frac{٨١}{٥}$

٥) ناتج قسمة الحدّ الرابع على الحدّ الثاني يساوي ر^{٢} ويساوي $\frac{٢٧}{١٢}$

فيكون ر^{٢} = $\frac{٩}{٤}$ ومنه ر = $\pm\frac{٣}{٢}$ ، لكن المعطى أن جميع الحدود موجبة لذا، ر لن تكون سالبة،

∴ ر = $\frac{٣}{٢}$

ويكون الحدّ الأول ١٢ ÷ $\frac{٣}{٢}$ = ٨

٦) الحدّ الثالث عشر أ$_{ر}^{١٢}$ والحدّ السادس أ$_{ر}^{٥}$

اقسم الحدّ الثالث عشر على الحدّ السادس تحصل على: $\frac{\text{أ}_{ر}^{١٢}}{\text{أ}_{ر}^{٥}} = \frac{٣٢٠}{\left(\frac{٥}{٢}\right)}$

بسّط المعادلة لتحصل على ر^{٧} = ١٢٨، ومنها ر = ٢

استخدم صيغة الحدّ السادس أ ر^{٥} = $\frac{٥}{٢}$، عوّض بدل ر = ٢ تحصل على أ (٣٢) = $\frac{٥}{٢}$ فيكون أ = $\frac{٥}{٦٤}$

لتجد الحدّ العاشر (ح$_{١٠}$) استخدم صيغة الحدّ العام

ح$_{ن}$ = أ ر$^{ن-١}$

فيكون، $\frac{٥}{٦٤}$ × ٢^{٩} = ٤٠

٧) الحدّ الثاني أ ر، والحدّ الثالث أ$ر^{٢}$. مجموعهما

أ ر + أ$ر^{٢}$ = ٣٠

وكذلك أ − أ ر = ٩ .

حلل إلى العوامل كلًا من المعادلتَين لتحصل على:

أ ر(١ + ر) = ٣٠

أ (١ − ر) = ٩

اقسم المعادلتَين لتحذف أ: $\frac{\text{أ ر}(\text{أ} + \text{ر})}{\text{أ}(١ - \text{ر})} = \frac{٣٠}{٩}$ ومن

هذه المعادلة $\frac{\text{أ ر}(\text{أ} + \text{ر})}{\text{أ}(١ - \text{ر})}$ وكذلك

٣$ر^{٢}$ + ٣ر = ١٠ − ١٠ر

جمّع الحدود لتحصل على ٣$ر^{٢}$ + ١٣ر − ١٠ = ٠

حلل إلى العوامل: (٣ر − ٢) (ر + ٥) = ٠

ر = $\frac{٢}{٣}$ أو ر= −٥، لكن المُعطى أن جميع الحدود موجبة لذا نحذف الإجابة السالبة.

عوّض عن ر = $\frac{٢}{٣}$ في المعادلة أ (١ − ر) = ٩

أ $(١ - \frac{٢}{٣})$ = ٩

$\frac{١}{٣}$أ = ٩ ، أ = ٢٧

٨) الحدود الثلاثة تشكل متسلسلة هندسية فيكون:

$\frac{\text{س} + ٦}{\text{س}} = \frac{\text{س} + ٩}{\text{س} + ٦}$

اضرب تبادليًّا فيكون،

(س + ٦)(س + ٦) = س(س + ٩)

فكّ الأقواس فيكون، $\text{س}^{٢}$ + ١٢س + ٣٦ = $\text{س}^{٢}$ + ٩س

بسّط لتحصل على : ٣س + ٣٦ = ٠

س = −١٢

٩) أ أ = ٤، ر = ٢، ن = ٨

استخدم الصيغة $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$ حيث ر > ١

$\text{جـ}_{٨} = \frac{٤(٢^{٨} - ١)}{٢ - ١}$ = ١٠٢٠

ب أ = ٧٢٩، ر = $\frac{١}{٣}$ ، ن = ٨

استخدم الصيغة $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - ١)}{١ - \text{ر}}$ حيث

−١ < ر < ١

$\text{جـ}_{٨} = \frac{٧٢٩\left(\left(\frac{١}{٣}\right)^{٨} - ١\right)}{\frac{١}{٣} - ١}$ = ١٠٩٣ $\frac{١}{٣}$

ج أ = ٢، ر= −٣، ن = ٨

استخدم الصيغة $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$ حيث ر < −١

$\text{جـ}_{٨} = \frac{٢((-٣)^{٨} - ١)}{١ - (-٣)}$ = −٣٢٨٠

د أ = −٥٠٠٠، $-\frac{١}{٥}$، ن = ٨

استخدم الصيغة $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - ١)}{١ - \text{ر}}$

حيث −١ < ر < ١

$\text{جـ}_{٨} = \frac{-٥٠٠٠\left(-\left(\frac{١}{٥}\right)^{٨} - ١\right)}{\frac{١}{٥} + ١}$ = − ٤١٦٦,٦٥٦

١٠) أ ر = ١,١؛ أ = ١٠٠٠٠؛ ن = ٦

القيمة سنة ٢٠٢١م = ١٠٠٠٠ × $١,١^{٦}$

= ١٧٧١٥,٦١ ريالًا عُمانيًا.

ب من ٢٠١٥م إلى ٢٠٢١م يكون عدد مرات التبرع = ٧

استخدم $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$

ن = ٧، ر = ١,١

$\text{جـ}_{٧} = \frac{١٠٠٠٠((١,١)^{٧} - ١)}{١,١ - ١}$

= ٩٤٨٧١,٧١ ريالًا عُمانيًا.

١١) الحد الأول = أ والحد الثالث = أ$ر^{٢}$، ∴ $\frac{\text{أ ر}^{٢}}{\text{أ}}$ = ٩

تحصل على ر = ± ٣