تمارين ١-٥

١) ص = س^{٢}، ص = س + ٦

س^{٢} = س + ٦

س^{٢} − س − ٦ = ٠

(س + ٢)(س − ٣) = ٠

س = −٢، س = ٣

عندما س = −٢ فإن ص = −٢ + ٦ = ٤

وعندما س = ٣ فإن ص = ٣ + ٦ = ٩

٢) س + ٣ص = ٠، ٢س^{٢} + ٣ص = ١

∴ ٣ ص = − س، ٣ ص = ١ − ٢س^{٢}

− س = ١ − ٢س^{٢}

٢س^{٢} − س − ١ = ٠

(٢س + ١)(س − ١) = ٠

س = −$\frac{١}{٢}$، س = ١

عندما س = −$\frac{١}{٢}$، ص = −$\frac{س}{٣}$ = −$\frac{-\frac{١}{٢}}{٣}$ = $\frac{١}{٦}$

عندما س = ١، ص = −$\frac{س}{٣}$ = −$\frac{١}{٣}$

الحلّان هما س = −$\frac{١}{٢}$، ص = $\frac{١}{٦}$،

س = ١، ص = −$\frac{١}{٣}$

تمارين ١-٦

١) أ) ٤س − ٣ = س^{٢} − ٥س + ٢

س^{٢} − ٩س + ٥ = ٠

ب^{٢} − ٤أجـ = (−٩)^{٢} − ٤ × ١ × ٥ = ٦١ > ٠

للمعادلة نقطتا تقاطع

ب) ٣ − ٢س = ٢س^{٢} + ٣س + ٧

٢س^{٢} + ٥س + ٤ = ٠

ب^{٢} − ٤أجـ = ٥^{٢} − ٤ × ٢ × ٤ = −٧ < ٠

لا توجد نقاط تقاطع بين المستقيم ومنحنى الدالة

ج) ٨س + ٣ = ١ − ٢س^{٢}

٢س^{٢} + ٨س + ٢ = ٠

س^{٢} + ٤س + ١ = ٠

ب^{٢} − ٤أجـ = ٨^{٢} − ٤ × ٢ × ٢ = ٤٨ > ٠

توجد نقطتا تقاطع بين المستقيم ومنحنى الدالة

د) ص = − س + ٣

− س + ٣ = ٢ − ٣س − ٣س^{٢}

٣س^{٢} + ٢س + ١ = ٠

ب^{٢} − ٤أجـ = ٢^{٢} − ٤ × ٣ × ١ = −٨ < ٠

لا توجد نقاط تقاطع بين المستقيم ومنحنى الدالة

٢) ٢س^{٢} + س + ٣ = ك س + ١

٢س^{٢} + (١ − ك) س + ٢ = ٠

أ = ٢، ب = ١ − ك، جـ = ٢

ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٠

(١ − ك)^{٢} − ٤ (٢)(٢) = ٠

ك^{٢} − ٢ك − ١٥ = ٠

(ك + ٣)(ك − ٥) = ٠

ك = −٣، ك = ٥

٣) للمنحنيين ص = س^{٢} + (٣ − ك) س − (٤ك + ٣)، ص = ٠ نقطة مماس واحدة ∴ للمعادلة س^{٢} + (٣ − ك) س − (٤ك + ٣) = ٠ جذر واحد مكرر.

ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٠

(٣ − ك)^{٢} − ٤(١)(−٤ك − ٣) = ٠

٩ − ٦ك + ك^{٢} + ١٦ك + ١٢ = ٠

ك^{٢} + ١٠ك + ٢١ = ٠

(ك + ٧)(ك + ٣) = ٠

ك = −٧، ك = −٣

٤) ٣س + $\frac{٢}{س}$ = س + جـ

٣س^{٢} + ٢ − س^{٢} + جـ س = ٠

٢س^{٢} + جـ س + ٢ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج = ٠

جـ^{٢} − ٤(٢)(٢) = ٠

جـ^{٢} = ١٦

جـ = ± ٤

٥) س^{٢} + ك س + ٢ = ٣س + ١

س^{٢} + (ك − ٣) س + ١ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج > ٠

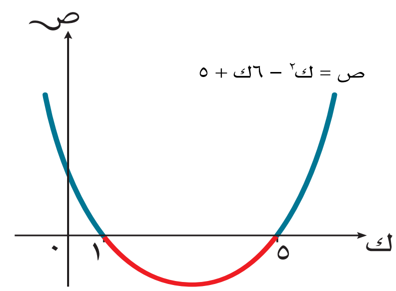
(ك − ٣)^{٢} − ٤(١)(١) > ٠

ك^{٢} − ٦ ك + ٥ > ٠

(ك − ١)(ك − ٥) > ٠

حلّا المعادلة ك^{٢} − ٦ك + ٥ = ٠ هما ك = ١، ك = ٥

نتحقق من جانبَي القيمتَين ك = ١، ك = ٥ على منحنى ص = ك^{٢} − ٦ك + ٥، الذي له قيمة صغرى.



نرى أن ص > ٠ في الجزأين الزرقاوين حيث يقع المنحنى أعلى المحور ك.

مجموعة الحلول هي ك < ١، ك > ٥.

٦) أ س^{٢} + ٢س (٢س + ك) + ٢٠ = ٠

س^{٢} + ٤س^{٢} + ٢ك س + ٢٠ = ٠

٥س^{٢} + ٢ك س + ٢٠ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج = ٠

(٢ك)^{٢} − ٤(٥)(٢٠) = ٠

٤ك^{٢} − ٤٠٠ = ٠

ك = ± ١٠

ب عندما ك = −١٠، تكون المعادلة التربيعية

٥س^{٢} − ٢٠س + ٢٠ = ٠

س^{٢} − ٤س + ٤ = ٠

(س − ٢)^{٢} = ٠

س = ٢

عند س = ٢، ص = ٢ × ٢ − ١٠ = −٦

عندما ك = ١٠، تكون المعادلة التربيعية

٥س^{٢} + ٢٠س + ٢٠ = ٠

س^{٢} + ٤س + ٤ = ٠

(س + ٢)^{٢} = ٠

س = −٢

عند س = −٢، ص = ٢ × (−٢) + ١٠ = ٦

نقطتا المماس هما النقطة (٢، −٦) عندما ك = −١٠، والنقطة (−٢، ٦) عندما ك = ١٠

٧) س^{٢} + (ك س − ١٠)^{٢} = ١٠س

س^{٢} + ك^{٢}س^{٢} − ٢٠ك س + ١٠٠ − ١٠س = ٠

(١ + ك^{٢}) س^{٢} + (−٢٠ك − ١٠) س + ١٠٠ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج ≥ ٠

(−٢٠ك − ١٠)^{٢} − ٤(١ + ك^{٢})(١٠٠) ≥ ٠

٤٠٠ ك^{٢} + ٤٠٠ك + ١٠٠ − ٤٠٠ − ٤٠٠ك^{٢} ≥ ٠

٤٠٠ك − ٣٠٠ ≥ ٠

ك ≥ ٠,٧٥

٨) س^{٢} − ٥س + ٤ = م س − ٥

س^{٢} + (−٥ − م) س + ٩ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج < ٠

(−٥ − م)^{٢} − ٤(١)(٩) < ٠

٢٥ + ١٠ م + م^{٢} − ٣٦ < ٠

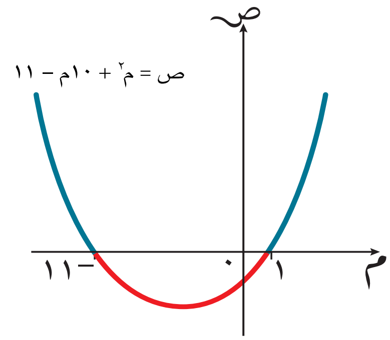
م^{٢} + ١٠ م − ١١ < ٠

(م + ١١)(م − ١) < ٠

حلّا المعادلة م^{٢} + ١٠م − ١١ = ٠ هما م = −١١، م = ١

نتحقق من جانبَي القيمتَين م = −١١، م = ١ على منحنى ص = م^{٢} + ١٠ م − ١١، الذي له قيمة صغرى.

٦٠



نرى أن ص < ٠ في الجزء الأحمر حيث يقع المنحنى أسفل المحور م.

مجموعة الحلول هي −١١ < م < ١

٩) س^{٢} − ٤س + ٧ = م س + ٦

س^{٢} + (−٤ − م) س + ١ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج = ٠

(−٤ − م)^{٢} − ٤(١)(١) = ٠

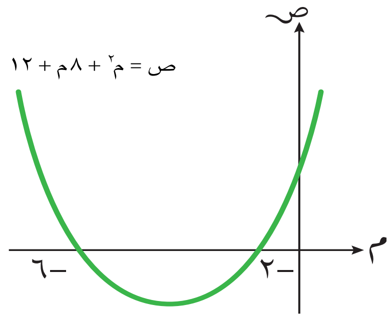
١٦ + ٨ م + م^{٢} − ٤ = ٠

م^{٢} + ٨ م + ١٢ = ٠

(م + ٦)(م + ٢) = ٠

حلّا المعادلة م^{٢} + ٨ م + ١٢ = ٠ هما م = −٦، م = −٢

نتحقق من جانبَي القيمتَين م = −٦، م = −٢ على منحنى ص = م^{٢} + ٨ م + ١٢، الذي له قيمة صغرى.



نرى أن ص = ٠ في النقاط حيث يقطع المنحنى المحور م.

مجموعة الحلول هي م = −٦، م = −٢

١٠) س^{٢} − ٧س + ك = س − ٦

س^{٢} − ٨ س + ك + ٦ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج < ٠

(−٨)^{٢} − ٤(١)(ك + ٦) < ٠

٦٤ − ٤ك − ٢٤ < ٠

ك > ١٠

١١) س(ك − س) = ٩ − ٢س

ك س − س^{٢} − ٩ + ٢س = ٠

س^{٢} + (−ك − ٢) س + ٩ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج < ٠

(−ك − ٢)^{٢} − ٤(١)(٩) < ٠

ك^{٢} + ٤ك + ٤ − ٣٦ < ٠

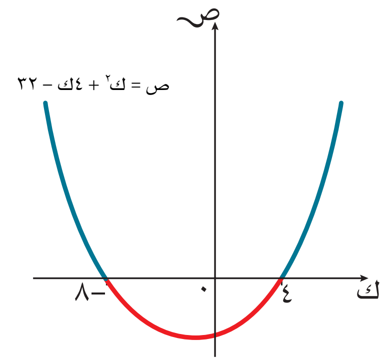
ك^{٢} + ٤ك − ٣٢ < ٠

(ك + ٨)(ك − ٤) < ٠

حلّا المعادلة ك^{٢} + ٤ك − ٣٢ = ٠

هما ك = −٨، ك = ٤

نتحقق من جانبَي القيمتَين م = −٨، م = ٤ على منحنى ص = ك^{٢} + ٤ك − ٣٢، الذي له قيمة صغرى.



نرى أن ص < ٠ في الجزء الأحمر حيث يقع المنحنى أسفل المحور ك.

مجموعة الحلول هي −٨ < ك < ٤ .

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الأولى

١) ٤س^{٢} + ٨ س − ٨ = ك (٤س −٣)

٤س^{٢} + ٨ س − ٨ − ٤ك س + ٣ك = ٠

٤س^{٢} + (٨ − ٤ك) س + ٣ك − ٨ = ٠

ب^{٢} − ٤ أ ج < ٠

(٨ − ٤ك)^{٢} − ٤(٤)(٣ك − ٨) < ٠

٦٤ − ٦٤ك + ١٦ك^{٢} − ٤٨ك + ١٢٨ < ٠

١٦ك^{٢} − ١١٢ك + ١٩٢ < ٠

ك^{٢} − ٧ك + ١٢ < ٠

(ك − ٣)(ك − ٤) < ٠

حلّا المعادلة ك^{٢} − ٧ك + ١٢ = ٠ هما ك = ٣، ك = ٤

على منحنى ص = ك^{٢} − ٧ك + ١٢، الذي له قيمة صغرى، نرى أن ص < ٠ في الجزء الذي يقع أسفل المحور ك، حيث ٣ < ك < ٤

٢) س(س + ٢) < س

س^{٢} + ٢س − س < ٠

س^{٢} + س < ٠

س(س + ١) < ٠

حلّا المعادلة س^{٢} + س = ٠ هما س = ٠، س = −١