تمارين مراجعة نهاية الوحدة السادسة

١) أ $\underline{ب} \times \underline{ج} = \underline{ا} + \underline{ا}^{٢}$

اضرب من جهة اليمين في $\underline{ب}^{-١}$ لتحصل على $\underline{ب}^{-١} \times \underline{ب} \times \underline{ج} = \underline{ب}^{-١} \times (\underline{ا} + \underline{ا}^{٢})$

الأمر الذي يؤدي إلى $\underline{ج} = \underline{ب}^{-١} (\underline{ا} + \underline{ا}^{٢})$

$$\underline{ب}^{-١} = \frac{١}{(-١) \times ٢ - (-٤) \times ١} \begin{pmatrix} -٤ & -٢ \\ -١ & -١ \end{pmatrix} = -\frac{١}{٢} \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$$

$$\underline{ا}^{٢} = \begin{pmatrix} ٦ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ٦ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤٦ & ٤٥ \\ ١٨ & ١٩ \end{pmatrix}$$

$$\underline{ا} + \underline{ا}^{٢} = \begin{pmatrix} ٦ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٤٦ & ٤٥ \\ ١٨ & ١٩ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥٢ & ٥٠ \\ ٢٠ & ٢٢ \end{pmatrix}$$

هذا يعني أن $\underline{ج} = -\frac{١}{٢} \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ١ & ١ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ٥٢ & ٥٠ \\ ٢٠ & ٢٢ \end{pmatrix}$

$$= -\frac{١}{٢} \begin{pmatrix} ٢٤٨ & ٢٤٤ \\ ٧٢ & ٧٢ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -١٢٤ & -١٢٢ \\ -٣٦ & -٣٦ \end{pmatrix}$$

ب $\underline{ا} \times \underline{ى} \times \underline{ب} = \underline{م}$

اضرب من جهة اليمين في $\underline{ا}^{-١}$ ومن جهة اليسار في $\underline{ب}^{-١}$ للطرفين لتحصل على

$\underline{ا}^{-١} \times \underline{ا} \times \underline{ى} \times \underline{ب} \times \underline{ب}^{-١} = \underline{ا}^{-١} \times \underline{م} \times \underline{ب}^{-١}$

الأمر الذي يؤدي إلى $\underline{ى} = \underline{ا}^{-١} \times \underline{ب}^{-١} = (\underline{ب} \times \underline{ا})^{-١}$

$$\underline{ب} \times \underline{ا} = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٤- & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٦ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٢ & ١ \\ -٢ & -٧ \end{pmatrix}$$

$$(\underline{ب} \times \underline{ا})^{-١} = \frac{١}{(-٢) \times (-٧) - ١ \times (-٢)} \begin{pmatrix} -٧ & -١ \\ -٢ & ٢ \end{pmatrix}$$

$$= \frac{١}{١٦} \begin{pmatrix} -٧ & -١ \\ -٢ & ٢ \end{pmatrix}$$

هذا يعني أن $\underline{ى} = \frac{١}{١٦} \begin{pmatrix} -٧ & -١ \\ -٢ & ٢ \end{pmatrix}$

المعلم الالكتروني الشامل

٢) أ $\Delta = ١ \times \begin{vmatrix} ٢ & ٠ \\ ٤+أ & ٠ \end{vmatrix} - ٢ \times \begin{vmatrix} ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix} + أ \times \begin{vmatrix} ٠ & ٢ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix}$

$= ١ \times [٢ \times (أ + ٤) - (أ - ٣) \times ٠] - ٢ \times [٠ \times (أ + ٤) - ١ \times (أ - ٣)] + أ (٠ - ٢)$

$= ٢أ + ٨ + ٢أ - ٦ - ٢أ = ٢أ + ٢$

وحتى تكون المصفوفة منفردة، وجب أن تكون محددتها = ٠

٢أ + ٢ = ٠ تعطي أ = -١

ب المصفوفة المعززة عندما أ = ٤ هي:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} ١ & ٢ & ٤ & ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٢ & ١ & ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٨ & ٠ & ٠ & ١ \end{array}\right)$$

$ص_٣ \leftarrow ص_٣ - ص_١$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} ١ & ٢ & ٤ & ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٢ & ١ & ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٤- & ٠ & ٢- & ١ \end{array}\right)$$

$ص_٣ \leftarrow ص_٣ + ص_٢$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} ١ & ٢ & ٤ & ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٢ & ١ & ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٥ & ٠ & ١ & ١ \end{array}\right)$$

$ص_١ \leftarrow ٥ص_١ - ٤ص_٣$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} ٥ & ١٠ & ٠ & ٥ & ٠ & ٤- \\ ٠ & ٢ & ١ & ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٥ & ٥ & ١ & ٤- \end{array}\right)$$

$ص_٢ \leftarrow ٥ص_٢ - ص_٣$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} ٥ & ١٠ & ٠ & ٥ & ٠ & ٤- \\ ٠ & ١٠ & ٥ & ٥ & ٥ & ١- \\ ٠ & ٠ & ٥ & ٥ & ١ & ٤- \end{array}\right)$$

$ص_١ \leftarrow ص_١ - ص_٢$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} ٥ & ٠ & ٨- & ٥ & ٤- & ٣- \\ ٠ & ١٠ & ٥ & ٥ & ٥ & ١- \\ ٠ & ٠ & ٥ & ٥ & ١ & ٤- \end{array}\right)$$

$ص_١ \leftarrow ص_١ \div ٥$

$ص_٢ \leftarrow ص_٢ \div ١٠$

$ص_٣ \leftarrow ص_٣ \div ٥$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} ١ & ٠ & \frac{٨}{٥}- & ١ & \frac{٤}{٥}- & \frac{٣}{٥}- \\ ٠ & ١ & \frac{١}{١٠} & ١ & \frac{١}{٢} & \frac{١}{١٠}- \\ ٠ & ٠ & ١ & ١ & \frac{١}{٥} & \frac{١}{٥}- \end{array}\right)$$

$$\text{أ}^{-١} = \begin{pmatrix} \frac{٣}{٥}- & \frac{٨}{٥}- & \frac{٨}{٥} \\ \frac{١}{١٠}- & \frac{٤}{١٠} & \frac{١}{١٠} \\ \frac{١}{٥} & \frac{١}{٥} & \frac{١}{٥}- \end{pmatrix} = \frac{١}{١٠} \begin{pmatrix} ٦- & ١٦- & ١٦ \\ ١- & ٤ & ١ \\ ٢ & ٢ & ٢- \end{pmatrix}$$

٣) أ ليكن $\text{أ} = \begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٢ & ٨ & ٧ \\ ١ & ١٠ & ١١ \end{pmatrix}$

$\therefore \Delta = ١ \times \begin{vmatrix} ٨ & ١٠ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} - ٢ \times \begin{vmatrix} ٧ & ١١ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} + ٣ \times \begin{vmatrix} ٧ & ١١ \\ ٨ & ١٠ \end{vmatrix}$

$= ١(٨٨ - ٧٠) - ٢(٢٢ - ٧) + ٣(٨ - ٢٠) = ٢٤$

$\neq ٠ \therefore$ أ غير منفردة.

المعلم الإلكتروني الشامل