تمارين ٦-٤

١) أ استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

$$\left(\begin{array}{cc|c} ٣ & ١- & ٦ \\ ٦- & ٢ & ١٣- \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{١}{٣}- & \\ ٢ & ٦- & ١٣- \end{array}\right) \leftarrow ص_١ = \frac{ص_١}{٣}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{١}{٣}- & \\ ٠ & ٠ & ١- \end{array}\right) \leftarrow ص_٢ = ص_٢ + ٦ص_١$$

∴ الصف الأخير ⇐ ٠ = ١-

∴ لا توجد حلول

ب $\left(\begin{array}{cc|c} ٢ & ١ & ٤ \\ ٣ & ١- & ٧ \end{array}\right)$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{١}{٢} & \\ ٣ & ١- & ٧ \end{array}\right) \leftarrow ص_١ = \frac{ص_١}{٢}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{١}{٢} & \\ ٠ & \frac{٥}{٢} & ١ \end{array}\right) \leftarrow ص_٢ = ص_٢ - ٣ص_١$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{١}{٢} & \\ ٠ & ١ & \frac{٢}{٥}- \end{array}\right) \leftarrow ص_٢ = \frac{٢}{٥} ص_٢$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & ٠ & \frac{١١}{٥} \\ ٠ & ١ & \frac{٢}{٥}- \end{array}\right) \leftarrow ص_١ = ص_١ - \frac{١}{٢} ص_٢$$

∴ س = $\frac{١١}{٥}$ ، ص = $\frac{٢}{٥}$

ج $\left(\begin{array}{cc|c} ٥ & ٤- & ٢ \\ ١٠ & ٨- & ٤ \end{array}\right)$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{٤}{٥}- & \frac{٢}{٥} \\ ١٠ & ٨- & ٤ \end{array}\right) \leftarrow ص_١ = \frac{ص_١}{٥}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{٤}{٥}- & \frac{٢}{٥} \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{array}\right) \leftarrow ص_٢ = ص_٢ - ١٠ص_١$$

∴ لهذا النظام عدد لانهائي من الحلول

$$س - \frac{٤}{٥}- ص = \frac{٢}{٥}$$

حل آخر:

أ ابدأ بـ $\left(\begin{array}{cc|c} ٣ & ١- & ٦ \\ ٦- & ٢ & ١٣- \end{array}\right)$

ثم استعمل ص$_١$ ← $\frac{١}{٣}$ ص$_١$، ص$_٢$ ← ٦ص$_١$ + ص$_٢$

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{١}{٣}- & \\ ٠ & ٠ & ١- \end{array}\right)$

ينص الصف الأخير على أن ٠ = ١- ∴ لا توجد حلول.

ب استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{cc|c} ٢ & ١ & ٤ \\ ٣ & ١- & ٧ \end{array}\right)$ ، ثم استعمل

ص$_١$ ← $\frac{١}{٢}$ ص$_١$، ص$_٢$ ← -٣ص$_١$ + ص$_٢$،

ص$_٢$ ← $\frac{٢}{٥}$ ص$_٢$، ص$_١$ ← $\frac{١}{٢}$ - ص$_٢$ + ص$_١$

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{cc|c} ١ & ٠ & \frac{١١}{٥} \\ ١ & ٠ & \frac{٢}{٥}- \end{array}\right)$

∴ س = $\frac{١١}{٥}$، ص = $\frac{٢}{٥}$-

ج استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{cc|c} ٥ & ٤- & ٢ \\ ١٠ & ٨- & ٤ \end{array}\right)$ ، ثم استعمل

ص$_١$ ← $\frac{١}{٥}$ ص$_١$، ص$_٢$ ← - ١٠ص$_١$ + ص$_٢$

المعلم الإلكتروني الشامل

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{cc|c} ١ & -\frac{٤}{٥} & \\ \frac{٢}{٥} & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

وهذا يعطي س $-\frac{٤}{٥}$ ص $=\frac{٢}{٥}$ والتي لها عدد غير منتهٍ من الحلول.

٢) استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

$\left(\begin{array}{cc|c} ٢ & ج & \\ ٣ & -٢ & د \end{array}\right) \leftarrow$ ص$_١ = \frac{\text{ص}_١}{٢}$

$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{ج}{٢} & \\ \frac{٣}{٢} & -٢ & د \end{array}\right) \leftarrow$ ص$_١ = \frac{\text{ص}_١}{٢}$

$\left(\begin{array}{cc|c} ١ & \frac{ج}{٢} & \\ \frac{٣}{٢} & -٢ - \frac{٣}{٢}ج & د - \frac{٩}{٢} \end{array}\right)$ ص$_٢ =$ ص$_٢ - ٣$ص$_١$

أ لا تكون لها حلول إذا كان

$-٢ - \frac{٣}{٢}ج = ٠ \Leftarrow \frac{٣}{٢}ج = -٢ \Leftarrow ج = \frac{-٤}{٣}$

$د - \frac{٩}{٢} \neq ٠ \Leftarrow د \neq \frac{٩}{٢}$

ب يكون لها عدد لانهائي من الحلول إذا كان

$-٢ - \frac{٣}{٢}ج = ٠ \Leftarrow ج = \frac{-٤}{٣}$

$د - \frac{٩}{٢} = ٠ \Leftarrow د = \frac{٩}{٢}$

ج يكون لها حل وحيد، إذا كان

$-٢ - \frac{٣}{٢}ج \neq ٠ \Leftarrow ج \neq \frac{-٤}{٣}$

و د ∋ ع

حل آخر:

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{cc|c} ٢ & ج & \\ ٣ & -٢ & د \end{array}\right)$، ثم استعمل

ص$_٢ \leftarrow \frac{٣}{٢}$ ص$_١ -$ ص$_٢$، ص$_١ \leftarrow \frac{١}{٢}$ ص$_١$

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{cc|c} \frac{٣}{٢} & \frac{ج}{٢} & \\ & ٢ + \frac{٣}{٢}ج & د - \frac{٩}{٢} \end{array}\right)$

أ إذا لم تكن هناك حلول، يكون $\frac{٣}{٢}$ ج $+ ٢ = ٠$

$\therefore$ أ $= -\frac{٤}{٣}$، د $\neq \frac{٩}{٢}$

ب إذا كان لها عدد غير منتهٍ من الحلول،

يكون $\frac{٣}{٢}$ ج $+ ٢ = ٠$، $\frac{٩}{٢}$ $-$ د $= ٠$

نحل المعادلتين لنحصل على ج $= -\frac{٤}{٣}$، د $= \frac{٩}{٢}$

ج إذا كان لها حل وحيد، يمكن أن تساوي العبارة

$\frac{٣}{٢}$ ج $+ ٢ \neq ٠$

لا يمكن لـ ج أن تكون $-\frac{٤}{٣}$ كما يمكن لـ $\frac{٩}{٢}$ $-$ د أن تأخذ أي قيمة.

$\therefore$ ج $\neq -\frac{٤}{٣}$، د ∋ ع

٣) أ استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٤ & -٢ & \\ -٢ & -١٠ & -٦ & \\ ٣ & ١٤ & ٤ & \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٤ & -٢ & \\ ٠ & -٢ & -١٠ & \\ ٣ & ١٤ & ٤ & \end{array}\right) \leftarrow$ ص$_٢ =$ ص$_٢ + ٢$ص$_١$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٤ & -٢ & \\ ٠ & -٢ & -١٠ & \\ ٠ & ٢ & ١ & \end{array}\right) \leftarrow$ ص$_٣ =$ ص$_٣ - ٣$ص$_١$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٤ & -٢ & \\ ٠ & -٢ & -١٠ & \\ ٠ & ٠ & ٨ & \end{array}\right)$

$\because$ الصف الأخير فيه $٠ = ٨$

$\therefore$ لا توجد حلول.

ب $\left(\begin{array}{ccc|c} ٢ & ١ & ١ & \\ ٢ & ٣ & ١٠ & \\ ٤ & ٠ & -١ & \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ٢ & ١ & ١ & \\ ٠ & ٢ & ٩ & \\ ٤ & ٠ & -١ & \end{array}\right) \leftarrow$ ص$_٢ \leftarrow$ ص$_٢ -$ ص$_١$

المعلم الإلكتروني الشامل

$$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٩ & ٢ & ٠ \\ -١ & -٣ & -٢ & ٠ \end{array}\right) \leftarrow \text{ص}_٣ \leftarrow \text{ص}_٣ - ٢\text{ص}_١$$

$$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٩ & ٢ & ٠ \\ ١ & ٦ & ٠ & ٠ \end{array}\right) \leftarrow \text{ص}_٣ \leftarrow \text{ص}_٢ + \text{ص}_٣$$

ع٦ = ١، ع = $\frac{١}{١٦}$

٢ص + ٩ع = ٢، ٦ص = ٢ − $\frac{٣}{٢}$ ⇐ ص = $\frac{١}{٤}$

٢س + ص + ع = ١

٢س + $\frac{١}{٦}$ + $\frac{١}{٤}$ = ١

٢س = ١ − $\frac{٥}{١٢}$

٢س = $\frac{٧}{١٢}$

س = $\frac{٧}{٢٤}$

ج $\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & -١ & ٥ & ١ \\ ٠ & -٤ & ٧ & ٢ \\ -٢ & -١٠ & ١١ & ٤ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & -١ & ٥ & ١ \\ -٢ & -٢ & -٣ & ٠ \\ -٢ & -١٠ & ١١ & ٤ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & -١ & ٥ & ١ \\ -٢ & -٢ & -٣ & ٠ \\ -٦ & -٦ & -٩ & ٠ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & -١ & ٥ & ١ \\ -٢ & -٢ & -٣ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

عدد لانهائي من الحلول

−٣ص − ٢ع = −٢ ⇐ ٢ع = ٢ − ٣ص

٣ص = ٢ − ٢ع، ع = ١ − $\frac{٣}{٢}$ ص

ص = $\frac{٢}{٣}$ − $\frac{٢}{٣}$ع

س + ٥ص − ع = ١

س + $\frac{١٠}{٣}$ − $\frac{١٠}{٣}$ع − ع = ١

س = $\frac{٧}{٣}$ − $\frac{١٣}{٣}$ع

∴ $\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{٧}{٣} \\ \frac{٢}{٣} \\ ٠ \end{pmatrix} + \text{ز}\begin{pmatrix} ١٣ \\ -٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$

ز = $\frac{\text{ع}}{٣}$

حل آخر:

استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{c|ccc} ٢ & -٢ & ٤ & ١ \\ ٣ & -٦ & -١٠ & -٢ \\ ٧ & ٤ & ١٤ & ٣ \end{array}\right)$، ثم استعمل

ص$_٢$ ← ٢ص$_١$ + ص$_٢$،

ص$_٣$ ← −٣ص$_١$ + ص$_٣$، ص$_٢$ ← − $\frac{١}{٢}$ ص$_٢$،

ص$_٣$ ← − ٩ص$_٢$ + ص$_٣$، ص$_١$ ← − ٥ص$_٣$ + ص$_١$

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{c|ccc} ١٦ & -٢٢ & ٠ & ١ \\ ٣,٥- & ٥ & ١ & ٠ \\ ٨ & ٠ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

ينصّ الصف الأخير على أن ٠ = ٨

∴ لا توجد حلول.

ب استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & ١ & ١ \\ ٢ & ٣ & ١٠ & ٣ \\ ٤ & ٠ & -١ & ١ \end{array}\right)$، ثم استعمل

ص$_١$ ← $\frac{١}{٢}$ ص$_١$، ص$_٢$ ← −٢ص$_١$ + ص$_٢$،

ص$_٣$ ← − ٤ص$_١$ + ص$_٣$

ص$_٢$ ← $\frac{١}{٢}$ ص$_٢$،

ص$_٣$ ← ٢ص$_٢$ + ص$_٣$، ص$_٣$ ← $\frac{١}{٦}$ ص$_٣$،

ص$_٢$ ← − $\frac{٩}{٢}$ ص$_٣$ + ص$_٢$،

ص$_١$ ← − $\frac{١}{٢}$ ص$_٣$ + ص$_١$،

ص$_١$ ← − $\frac{١}{٢}$ ص$_٢$ + ص$_١$

المعلم الإلكتروني الشامل

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{c|ccc} \frac{٧}{٢٤} & ٠ & ٠ & ١ \\ \frac{١}{٤} & ٠ & ١ & ٠ \\ \frac{١}{٦} & ١ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

هناك حل وحيد هو س = $\frac{٧}{٢٤}$، ص = $\frac{١}{٤}$، ع = $\frac{١}{٦}$

ج) استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١- & ٥ & ١ \\ ٢ & ٤- & ٧ & ٠ \\ ٤ & ١٠- & ١١ & ٢- \end{array}\right)$، ثم استعمل

ص٢ ← −٢ص١ + ص٢،

ص٣ ← −٤ص١ + ص٢، ص٣ ← $\frac{١}{٣}$ ص٣

ص٣ ← − ٩ص٢ + ص٣، ص١ ← −٥ص٢ + ص١

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{c|ccc} \frac{٧}{٣}- & \frac{١٣}{٣}- & ٠ & ١ \\ \frac{٢}{٣} & \frac{٢}{٣} & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

يوجد عدد لانهائي من الحلول

٤) استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١- & ٠ & ١ \\ ٢ & ٥ & ١- & ٤ \\ ١ & ١٥ & ٢ & ك \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١- & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٥ & ٢ \\ ١ & ٢ & ١٥ & ك \end{array}\right)$ ← ص٢ ← ص٢ − ٢ص١

$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١- & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٥ & ٢ \\ ٠ & ٣ & ١٥ & ك ١- \end{array}\right)$ ← ص٣ ← ص٣ − ص١

$\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١- & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٥ & ٢ \\ ٠ & ٠ & ٠ & ك ٧- \end{array}\right)$ ← ص٣ ← ص٣ − ٣ص٢

ليكون لها عدد لانهائي من الحلول

∴ ك − ٧ = ٠ ⇐ ك = ٧

حل آخر:

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{c|ccc} ١ & ١- & ٠ & ١ \\ ٤ & ٥ & ١- & ٢ \\ ٤ & ١٥ & ٢ & ١ \end{array}\right)$، ثم استعمل

ص٢ ← −٢ص١ + ص٢، ص٣ ← − ص١ + ص٣،

ص٣ ← −٣ص٢ + ص٣

ص١ ← ص٢ + ص١

إذا كان لها عدد لانهائي من الحلول، يكون

ك − ٧ = ٠

∴ ك = ٧

٥) استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

$\left(\begin{array}{c|ccc} ٣ & ٤ & ٤- & ١ \\ ٤ & ١١ & ٧- & ١ \\ ٥ & ٣ & ٥- & ٢ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{c|ccc} ٣ & ٤ & ٤- & ١ \\ ١ & ٧ & ٣- & ٠ \\ ٥ & ٣ & ٥- & ٢ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{c|ccc} ٣ & ٤ & ٤- & ١ \\ ١ & ٧ & ٣- & ٠ \\ ١ & ٥- & ٣ & ٠ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{c|ccc} ٣ & ٤ & ٤- & ١ \\ ١ & ٧ & ٣- & ٠ \\ ٠ & ٢ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

٢ع = ٠ ⇐ ع = ٠

−٣ص + ٧ع = ١ ⇐ ص = $\frac{١}{٣}$ −

س − ٤ص + ٤ع = ٣

س = ٣ − $\frac{٤}{٣}$ ⇐ س = $\frac{٥}{٣}$

حل آخر:

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{c|ccc} ٣ & ٤ & ٤- & ١ \\ ٤ & ١١ & ٧- & ١ \\ ٥ & ٣ & ٥- & ٢ \end{array}\right)$، ثم استعمل

المعلم الإلكتروني الشامل

ص٢ ← −ص١ + ص٢، ص٣ ← −٢ص١ + ص٣،

ص٢ ← $-\frac{١}{٣}$ ص٢

ص٣ ← ٣ص٢ + ص٣، ص٣ ← $\frac{١}{٢}$ ص٣،

ص٢ ← $\frac{٧}{٣}$ ص٣ + ص٢،

ص١ ← −٤ص٣ + ص١، ص١ ← ٤ص٢ + ص١

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ & \frac{-١}{٣} \\ ٠ & ٠ & ١ & ٠ \end{array}\right)$

∴ النقطة الوحيدة حيث تلتقي كل المستويات هي

س = $\frac{٥}{٣}$، ص = $-\frac{١}{٣}$، ع = ٠

٦) استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & -٦ & ٠ & ٢ \\ ٢ & ٤ & -١٧ & ٤ \\ ٣ & ١٢ & -٣٣ & ٦ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & -٦ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ١٦ & -١٧ & ٠ \\ ٠ & ١٠ & -١١ & ٠ \end{array}\right)$ ← ص٢ ← −٢ص١ + ص٢

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & -٦ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ١٦ & -١٧ & ٠ \\ ٠ & ٣٠ & -٣٣ & ٦ \end{array}\right)$ ← ص٣ ← ٣ص١ + ص٣

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & -٦ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ١٦ & -١٧ & ٠ \\ ٣ & ١٢ & -٣٣ & ٦ \end{array}\right)$ ← ص٣ ← $\frac{١}{٣}$ ص٣

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & -٦ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ١٦ & -١٧ & ٠ \\ ٠ & ٠ & -٦ & ٠ \end{array}\right)$ ← ص٣ ← ١٠ص٢ + ١٦ص٣

−٦ع = ٠ ← ع = ٠

حل آخر:

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & -٦ & ٠ & ٢ \\ ٢ & ٤ & -١٧ & ٤ \\ ٣ & ١٢ & -٣٣ & ٦ \end{array}\right)$، ثم استعمل

ص٢ ← −٢ص١ + ص٢، ص٣ ← −٣ص١ + ص٣،

ص٢ ← $\frac{١}{١٦}$ ص٣

ص٣ ← −٣٠ص٢ + ص٣، ص٣ ← $-\frac{٨}{٩}$ ص٣،

ص٢ ← $\frac{١٧}{١٦}$ ص٣ + ص٢،

ص١ ← ٦ص٢ + ص١

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ & ٠ \end{array}\right)$

∴ نقطة الالتقاء هي س = ٢، ص = ٠، ع = ٠

١٦ص − ١٧ع = ٠

س − ٦ص = ٢ ← س = ٢، ص = ٠

٧) استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ١- & -٢ & ٢ & ١- \\ ٣ & ٦ & ل & ك \end{array}\right)$

أ $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ١- & -٢ & ٢ & ١- \\ ٣ & ٦ & ٥ & ٥ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٠ & -٣ & ١- & ٢- \\ ٣ & ٦ & ٥ & ٥ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٠ & -٣ & ١- & ٢- \\ ٠ & ٣ & ٤ & ٢ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٠ & -٣ & ١- & ٢- \\ ٠ & ٠ & -٥ & ٠ \end{array}\right)$

س + ص + ٣ع = ١

س = ١ − $\frac{٢}{٣}$

س = $\frac{١}{٣}$

−٥ع = ٠ ⇐ ع = ٠

−٣ص − ع = −٢ ⇐ ص = $\frac{٢}{٣}$

المعلم الإلكتروني الشامل

ب $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ١- & ٢- & ٢ & ١ \\ ١٠ & ٦ & ١٠ & ٣ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٣- & ٠ \\ ١٠ & ٦ & ١٠ & ٣ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٣- & ٠ \\ ٧ & ٣ & ١ & ٠ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٣- & ٠ \\ ٥ & ٠ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

ليس لها حلول

ج $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ١- & ٢- & ٢ & ١ \\ ٥ & ٦ & ١٠ & ٣ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٣- & ٠ \\ ٥ & ٦ & ١٠ & ٣ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٣- & ٠ \\ ٢ & ٣ & ١ & ٠ \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٣- & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

عدد لانهائي من الحلول.

$-٣ص - ع = -٢ \Leftarrow ص = \frac{٢}{٣} - \frac{١}{٣} ع$

$س + ص + ٣ع = ١$

$س + \frac{٢}{٣} - \frac{١}{٣} ع + ٣ع = ١ \Leftarrow س = -\frac{١}{٣} - \frac{٨}{٣} ع$

حل آخر:

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ١- & ٢- & ٢ & ١ \\ ٥ & ٦ & ١٠ & ٣ \end{array}\right)$، ثم استعمل

$ص_٢ \leftarrow - ص_١ + ص_٢$،

$ص_٣ \leftarrow -٣ص_١ + ص_٣$، $ص_٢ \leftarrow -\frac{١}{٣} ص_٣$

$ص_١ \leftarrow ص_١ - ص_٢$،

$ص_٣ \leftarrow -٣ص_٢ + ص_٣$، $ص_٣ \leftarrow -\frac{١}{٥} ص_٣$

$ص_١ \leftarrow ص_١ - \frac{٨}{٣} ص_٣$،

$ص_٢ \leftarrow - \frac{١}{٣} ص_٣ + ص_٢$

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & ٠ & \frac{١}{٣} \\ ٠ & ١ & ٠ & \frac{٢}{٣} \\ ٠ & ٠ & ١ & \end{array}\right)$

يوجد حل وحيد هو س = $\frac{١}{٣}$، ص = $\frac{٢}{٣}$، ع = ٠

ب استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ١- & ٢- & ٢ & ١ \\ ١٠ & ٦ & ١٠ & ٣ \end{array}\right)$، ثم استعمل

$ص_٢ \leftarrow - ص_١ + ص_٢$، $ص_٣ \leftarrow -٣ص_١ + ص_٣$،

$ص_٢ \leftarrow -\frac{١}{٣} ص_٣$،

$ص_٣ \leftarrow -٣ص_٢ + ص_٣$،

$ص_١ \leftarrow - ص_٢ + ص_١$

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & \frac{٨}{٣} & \frac{١}{٣} \\ ٠ & ١ & \frac{١}{٣} & \frac{٢}{٣} \\ ٠ & ٠ & ٠ & ٥ \end{array}\right)$

المعلم الإلكتروني الشامل

يشير الصف الأخير إلى أن ٠ = ٥ ∴ لا توجد حلول، وليس ضروريًا أن نكمل للوصول إلى صورة صفوف إيشلون.

ج استخدم المصفوفة المعززة مع عمليات الصف لتحصل على صورة صفوف إيشلون.

ابدأ بـ $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ١ & ٣ & ١ \\ ١ & -٢ & ٢ & -١ \\ ٣ & ٦ & ١٠ & ٥ \end{array}\right)$، ثم استعمل

ص٢ ← ص٢ − ص١،

ص٣ ← ص٣ − ٣ص١، ص٣ ← ص٣ + ص٢، ص٢ ← $-\frac{١}{٣}$ ص٢،

ص٣ ← ص٣ − ٣ص٢،

ص١ ← ص١ − ص٢

الأمر الذي يعطي $\left(\begin{array}{ccc|c} ١ & ٠ & \frac{٨}{٣} & \\ ٠ & ١ & \frac{١}{٣} & \frac{٢}{٣} \\ ٠ & ٠ & ٠ & ٠ \end{array}\right)$

∴ يوجد عدد لانهائي من الحلول لأن المتغيرات ليست مستقلة بعضها عن بعض.

المعلم الإلكتروني الشامل