تمارين مراجعة نهاية الوحدة الخامسة

١) أ (م، ٣) ، ب (٤، ب)

ميل $\overline{أب} = \frac{ن - ٣}{٤ - م} = -\frac{١}{٢}$

٢ن − ٦ = −٤ + م

م = ٢ن − ٢ .... (١)

استخدم نظرية فيثاغورث لتجد أن:

$\overline{أب} = \sqrt{(٤ - م)^{٢} + (ن - ٣)^{٢}}$

مُعطى $\overline{أب} = ٤\sqrt{٥}$

$(٤\sqrt{٥})^{٢} = (٤ - م)^{٢} + (ن - ٣)^{٢}$

$٨٠ = (٤ - م)^{٢} + (ن - ٣)^{٢}$

عوّض عن م في المعادلة (١) لتحصل على:

$٨٠ = (٤ - (٢ن - ٢))^{٢} + (ن - ٣)^{٢}$

$٨٠ = (٦ - ٢ن)^{٢} + (ن - ٣)^{٢}$

$٨٠ = ٣٦ - ٢٤ن + ٤ن^{٢} + ن^{٢} - ٦ن + ٩$

$٥ن^{٢} - ٣٠ن - ٣٥ = ٠$

$ن^{٢} - ٦ن - ٧ = ٠$

(ن − ٧)(ن + ١) = ٠

ن = ٧ أو ن = −١

إذا كانت ن = ٧ فإن م = ٢(٧) − ٢ أي أن م = ١٢

إذا كانت ن = −١ فإن م = ٢(−١) − ٢ أي أن م = −٤

م = −٤، ن = −١ أو م = ١٢، ن = ٧

٢) أوجد نقطتي التقاطع ى و ل بحلّ المعادلتين آنيًا:

$ص = ٣\sqrt{س - ٢}$ .... (١)

٣س − ٤ص + ٣ = ٠ .... (٢)

باستخدام المعادلة (١)، $\sqrt{س - ٢} = \frac{ص}{٣}$

$س - ٢ = \frac{ص^{٢}}{٩}$

$س = \frac{ص^{٢}}{٩} + ٢$

استخدم (١) عبر تعويض ص في (٢) :

$٣\left(\frac{ص^{٢}}{٩} + ٢\right) - ٤ص + ٣ = ٠$

$ص^{٢} + ١٨ - ١٢ص + ٩ = ٠$

$ص^{٢} - ١٢ص + ٢٧ = ٠$

(ص − ٩)(ص − ٣) = ٠

ص = ٩ أو ص = ٣

إذا كان ص = ٩ فإن ٣س −٤(٩) + ٣ = ٠

نجد أن س = ١١

إذا كان ص = ٣ فإن ٣س −٤(٣) + ٣ = ٠

نجد أن س = ٣

إحداثيات ى، ل (١١ ، ٩)، (٣ ، ٣)

استخدم نظرية فيثاغورث لتجد أن:

$\overline{ىل} = \sqrt{(٤ - ١١)^{٢} + (٣ - ٩)^{٢}}$

$= \sqrt{٦٤ + ٣٦}$

$\overline{ىل} = ±١٠$ (−١٠ مرفوض لأن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا).

$\overline{ىل} = ١٠$

٣) أ المعطيات: أ (١٠، ١٠) ، ب (ن، ١٠ن)

و م س − ٢ص = ٣٠

عوّض عن س = ١٠ في المعادلة م س − ٢ص = ٣٠ يعطي ١٠م − ٢٠ = ٣٠، فتكون م = ٥

فتصبح معادلة المستقيم ٥س − ٢ص = ٣٠

عوّض س = ن، ص = ١٠ن في المعادلة

٥س − ٢ص = ٣٠ لتحصل على ٥ن − ٢٠ن = ٣٠

فتكون ن = −٢

المعلم الالكتروني المتكامل

ب إحداثيات ب (−٢، −٢٠)

إحداثيات نقطة منتصف ا ب هي:

$\left(\frac{١٠ + −٢}{٢}، \frac{١٠ + −٢٠}{٢}\right)$ أو (٤، −٥)

ج ميل $\overline{ا ب}$ يساوي $\frac{−٢٠ − ١٠}{−٢ − ١٠}$ أو $\frac{٥}{٢}$

ميل المستقيم العمودي على $\overline{ا ب}$ يساوي $-\frac{٢}{٥}$،

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين $م_١ \times م_٢ = −١$)

استخدم المعادلة $ص − ص_١ = م (س − س_١)$،

حيث م = $-\frac{٢}{٥}$، النقطة (٤، −٥)

ص − (−٥) = $-\frac{٢}{٥}$ (س − ٤)

ص + ٥ = $-\frac{٢}{٥}$ س + $\frac{٨}{٥}$

ص = $-\frac{٢}{٥}$ س − $\frac{١٧}{٥}$ أو ص = −٠,٤ س − ٣,٤

٤) استخدم المعادلة $ص − ص_١ = م (س − س_١)$،

حيث م = −٢، النقطة (٣ت، ٢ت)

ص − ٢ت = −٢(س − ٣ت)

ص − ٢ت = −٢س + ٦ت

ص = −٢س + ٨ ت

عند النقطة ا، ص = ٠ فيكون ٠ = −٢س + ٨ ت

فيكون: س = ٤ت

ا (٤ت، ٠)

تقع النقطة ب على المحور الصادي، ∴ س = ٠

فيكون ص = −٢(٠) + ٨ ت فيكون:

ص = ٨ ت

ب (٠، ٨ ت)

أ المثلث ا و ب قائم الزاوية في و، $\overline{ا و}$ = ٤ت،

$\overline{ب و}$ = ٨ ت

مساحة المثلث ا و ب = $\frac{١}{٢}$ × ٤ت × ٨ ت أو

١٦ت^٢ وحدة مربعة.

ب ميل $\overline{ا ب}$ = $\frac{٨ت − ٠}{٠ − ٤ت}$ أو −٢

ميل المستقيم العمودي على $\overline{ا ب}$ يساوي $\frac{١}{٢}$، (لأن للمستقيمَين المتعامدَين $م_١ \times م_٢ = −١$) .

إذا مرّ المستقيم العمودي في النقطة د(٣ت، ٢ت)

فاستخدم المعادلة $ص − ص_١ = م (س − س_١)$،

حيث م = $\frac{١}{٢}$، والنقطة د (٣ت، ٢ت) لتحصل على:

ص − ٢ت = $\frac{١}{٢}$ (س − ٣ت)

إذا قطع هذا المستقيم محور السينات في النقطة ج فعوِّض عن ص = ٠ لتحصل على:

−٢ت = $\frac{١}{٢}$ (س − ٣ت) ← −٤ت = س − ٣ت

فيكون س = −ت

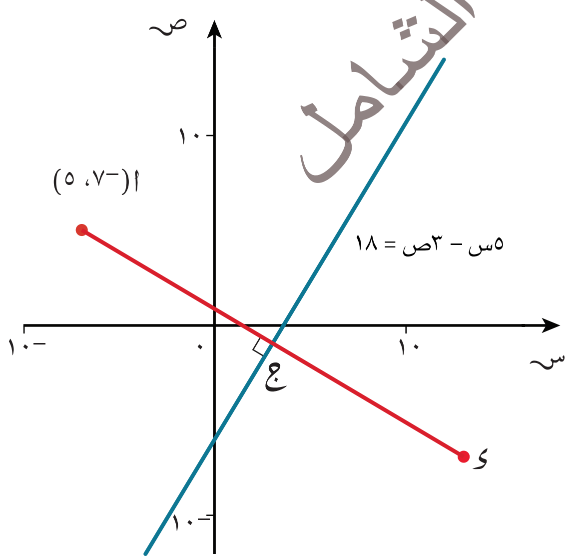
ج (−ت، ٠)

نقطة منتصف القطعة $\overline{د ج}$ هي:

$\left(\frac{٣ت + −ت}{٢}، \frac{٠ + ٢ت}{٢}\right)$ أو (ت، ت)

∴ تقع هذه على المستقيم ص = س

٥) انظر الشكل. سمِّ النقطة (−٧، ٥)



أوجِد ميل المستقيم ٥س − ٣ص = ١٨ .... (١)

٣ص = ٥س − ١٨

ص = $\frac{٥}{٣}$ س − ٦ ، فيكون الميل $\frac{٥}{٣}$

المعلم الالكتروني الشامل

فيكون ميل المستقيم العمودي على ٥س − ٣ص = ١٨ هو $-\frac{٣}{٥}$

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين م١× م٢ = −١)

أوجِد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ٥س − ٣ص = ١٨ ويمر في النقطة (−٧، ٥) باستخدام:

ص − ص١ = م (س − س١)، حيث م = $-\frac{٣}{٥}$، النقطة (−٧، ٥)

ص − ٥ = $-\frac{٣}{٥}$ (س − (−٧))

٥ص − ٢٥ = −٣س − ٢١

٣س + ٥ص = ٤ .... (٢)

حلّ المعادلتَين (١) ، (٢) آنيًا يعطي نقطة تقاطع المستقيمَين.

٥س − ٣ص = ١٨ .... (١)

٣س + ٥ص = ٤ .... (٢)

اضرب المعادلة (١) في ٥، واضرب المعادلة (٢) في ٣ لتحصل على:

٣٤س = ١٠٢

س = ٣

عوّض عن قيمة س= ٣ في المعادلة (٢) لتحصل على:

٣(٣) + ٥ص = ٤

ص = −١

يتقاطع المستقيمان في النقطة ج (٣، −١).

وحيث إن المستقيم ٥س − ٣ص = ١٨ عمود منصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين (−٧، ٥)، و ء،

فاستخدم المتجهات لتجد:

$\overline{اج} = \begin{pmatrix} ٣ - (-٧) \\ -١ - ٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٠ \\ -٦ \end{pmatrix}$

$\overline{اج} = \overline{جء}$

$\overline{جء} = \begin{pmatrix} ١٠ \\ -٦ \end{pmatrix}$ فتكون إحداثيات ء (١٣، −٧)

∴ ج نقطة منتصف $\overline{اء}$

ويفرض أن ء (س، ص)

نستخدم قانون نقطة المنتصف:

(٣، −١) = $\left(\frac{-٧ + س}{٢}، \frac{٥ + ص}{٢}\right)$

∴ $\frac{-٧ + س}{٢}$ = ٣ ⇐ −٧ + س = ٦ ⇐ س = ٦ + ٧

⇐ س = ٣

$\frac{٥ + ص}{٢}$ = −١ ⇐ ٥ + ص = −٢ ⇐ ص = −٢ − ٥

⇐ ص = −٧

∴ إحداثيات النقطة هي : (١٣، −٧)

٢٦ أ ص = س + ٢ − $\frac{٤}{س}$، .... (١)

س − ٢ص + ٦ = ٠ .... (٢)

حلّ المعادلتَين (١)، (٢) آنيًا لتجد إحداثيات النقطتَين أ، ب. عوّض عن قيمة ص من المعادلة (١) في المعادلة (٢) لتجد أن:

س − ٢$\left(س + ٢ - \frac{٤}{س}\right)$ + ٦ = ٠

س − ٢س − ٤ + $\frac{٨}{س}$ + ٦ = ٠

$س^٢ - ٢س^٢ - ٤س + ٨ + ٦س = ٠$

$س^٢ - ٢س - ٨ = ٠$

المعلم الالكتروني الشامل

(س − ٤)(س + ٢) = ٠

س = ٤ أو س = −٢

عوّض عن س = ٤ في المعادلة (٢) لتجد أن:

٤ − ٢ص + ٦ = ٠

ص = ٥

عوّض عن س = −٢ في المعادلة (٢) لتجد أن:

−٢ − ٢ص + ٦ = ٠

ص = ٢

إحداثيات النقطتين أ، ب هي (٤، ٥)، (−٢، ٢)

ب) إحداثيات نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ هو

$\left(\frac{٤ + -٢}{٢} ، \frac{٥ + ٢}{٢}\right)$ أو $\left(١، \frac{٧}{٢}\right)$

ميل $\overline{\text{أب}}$ يساوي $\frac{٢ - ٥}{-٢ - ٤}$ أو $\frac{١}{٢}$

ميل العمود المنصف يساوي −٢

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين م$_{١}$ × م$_{٢}$ = −١)

استخدم المعادلة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)،

م = −٢ و $\left(١ ، \frac{٧}{٢}\right)$

ص − $\frac{٧}{٢}$ = −٢(س − ١)

ص − $\frac{٧}{٢}$ = −٢س + ٢

ص = −٢س + $\frac{١١}{٢}$

٧) أ) عوّض عن س = ٥، ص = ١١ في المعادلة

ص = م س + ١ لتجد أن:

١١ = ٥م + ١

م = ٢

فتكون معادلة المستقيم هي ص = ٢س + ١ ... (١)

معادلة الدائرة س^{٢} + ص^{٢} − ١٩س − ٥١ = ٠ ... (٢)

عوّض عن قيمة ص من المعادلة (١) في المعادلة (٢) لتجد:

س^{٢} + (٢س + ١)^{٢} − ١٩س − ٥١ = ٠

س^{٢} + ٤س^{٢} + ٤س + ١ − ١٩س − ٥١ = ٠

٥س^{٢} − ١٥س − ٥٠ = ٠

س^{٢} − ٣س − ١٠ = ٠

(س − ٥) (س + ٢) = ٠

س = ٥ (الإحداثي السيني للنقطة د) أو س = −٢

عوّض عن س = −٢ في المعادلة (١) لتحصل على: ص = ٢(−٢) + ١

ص = −٣

إحداثيات ل هي (−٢ ، −٣)، $\left(\frac{٣}{٢} ، ٤\right)$

$\overline{\text{د ل}}$ = $\left(\frac{٤ + -٢}{٢} ، \frac{١١ + -٣}{٢}\right)$ أو $\left(٤، \frac{٣}{٢}\right)$

ميل $\overline{\text{د ل}}$ يساوي $\frac{-٣ - ١١}{-٢ - ٥}$ أو ٢

ميل العمود المنصف يساوي −$\frac{١}{٢}$ (لأن للمستقيمَين المتعامدَين م$_{١}$ × م$_{٢}$ = −١)

استخدم المعادلة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)،

م = −$\frac{١}{٢}$ ، و $\left(\frac{٣}{٢} ، ٤\right)$

ص − ٤ = −$\frac{١}{٢}$(س − $\frac{٣}{٢}$)

ص − ٤ = −$\frac{١}{٢}$س + $\frac{٣}{٤}$

ص = −$\frac{١}{٢}$ س + $\frac{١٩}{٤}$

ج) حل المعادلتين س^{٢} + ص^{٢} − ١٩س − ٥١ = ٠ .. (٢)

ص = −$\frac{١}{٢}$ س + $\frac{١٩}{٤}$ .... (٣) آنيًا لتجد إحداثيات نقاط تقاطع العمود المنصف مع الدائرة.

عوّض عن قيمة ص من المعادلة (٣) في المعادلة (٢) لتحصل على

س^{٢} + $\left(-\frac{١}{٢}\text{س} + \frac{١٩}{٤}\right)^{٢}$ − ١٩س − ٥١ = ٠

س^{٢} + $\frac{١}{٤}$س^{٢} − $\frac{١٩}{٤}$ س + $\frac{٣٦١}{١٦}$ − ١٩س − ٥١ = ٠

١٦س^{٢} + ٤س^{٢} − ٧٦س + ٣٦١ − ٣٠٤س − ٨١٦ = ٠

المعلم الالكتروني الشامل

$٢٠س^٢ - ٣٨٠س - ٤٥٥ = ٠$

$٤س^٢ - ٧٦س - ٩١ = ٠$

استخدم الصيغة التربيعية حيث

أ = ٤، ب = −٧٦، ج = −٩١ لتجد أن:

$$س = \frac{--٧٦ \pm \sqrt{(-٧٦)^٢ - ٤(٤)(-٩١)}}{٢(٤)}$$

$$س = \frac{٧٦ \pm \sqrt{٧٢٣٢}}{٨}$$

$$س = \frac{٧٦ \pm ٨\sqrt{١١٣}}{٨}،$$

$$س = \frac{١٩}{٢} + \sqrt{١١٣}،\ \frac{١٩}{٢} - \sqrt{١١٣}$$

قد يظهر في التمثيل البياني أن قياس الزاوية ٩٠°، لا تفترض ذلك أبدًا، ما لم يُذكر ذلك بوضوح، أو تجد ذلك من خلال الحسابات.

٨) أ ميل $\overline{أب}$ يساوي $= \frac{٢٢ - (-٢)}{١٥ - ٣} = ٢$

ميل $\overline{أب}$ = ٢ م

٢ م = ٢

م = ١

ب ج هي نقطة تقاطع المستقيمَين $\overline{ب ج}$ و $\overline{أ ج}$

ميل $\overline{ب ج}$ = م أو ١

استخدم الصيغة ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$)،

حيث م = ١، إحداثيات النقطة (١٥، ٢٢)، فتكون

معادلة المستقيم $\overline{ب ج}$ هي:

ص − ٢٢ = ١(س − ١٥)

ص − ٢٢ = س − ١٥

ص = س + ٧ ...... (١)

ميل $\overline{أ ج}$ = −٢ م أو −٢

استخدم الصيغة ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$)،

حيث م = −٢، إحداثيات النقطة (٣، −٢) فتكون

معادلة المستقيم $\overline{أ ج}$ هي:

ص − (−٢) = −٢(س − ٣)

ص + ٢ = −٢س + ٦

ص = −٢س + ٤ ...... (٢)

حل المعادلتين (١) و (٢) آنيًّا لتجد:

س + ٧ = −٢س + ٤

٣س = −٣

س = −١

عوّض عن س = −١ في (١) لتحصل على

ص = −١ + ٧

ص = ٦

فتكون إحداثيات ج هي (−١، ٦).

ج إحداثيات نقطة منتصف $\overline{أب}$ هي

$$\left(\frac{١٥ + ٣}{٢}،\ \frac{٢٢ + -٢}{٢}\right) = (٩، ١٠)$$

ميل العمود المنصف للقطعة $\overline{أب}$ يساوي $-\frac{١}{٢}$.

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين م$_١$ × م$_٢$ = −١)

استخدم الصيغة ص − ص$_١$ = م (س − س$_١$)،

حيث م = $-\frac{١}{٢}$، إحداثيات النقطة (٩، ١٠)، لتجد

معادلة المستقيم العمودي المنصف للقطعة $\overline{أب}$:

$$ص - ١٠ = -\frac{١}{٢}(س - ٩)$$

$$ص - ١٠ = -\frac{١}{٢}س + \frac{٩}{٢}$$

$$ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{٢٩}{٢} \ ...... (٣)$$

حل المعادلتين (٣) و (١) آنيًّا لتجد:

$$-\frac{١}{٢}س + \frac{٢٩}{٢} = س + ٧$$

−س + ٢٩ = ٢س + ١٤

٣س = ١٥، س = ٥

عوّض عن س = ٥ في المعادلة (١) لتحصل على:

ص = ٥ + ٧

ص = ١٢

فتكون إحداثيات النقطة د هي (٥، ١٢)

المعلم الالكتروني الشامل

٩) أ إحداثيات نقطة منتصف القطعة $\overline{\text{اب}}$ هي

$\left(\frac{-١ + ٧}{٢} ، \frac{٦ + ٢}{٢}\right)$ أو (٣، ٤)

ميل $\overline{\text{اب}}$ $\frac{٢ - ٦}{٧ -(-١)}$ أو $-\frac{١}{٢}$

ميل العمود المنصف للقطعة $\overline{\text{اب}}$ يساوي ٢

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين يكون $م_١ \times م_٢ = -١$)

استخدم الصيغة $ص - ص_١ = م\,(س - س_١)$،

حيث م = ٢، إحداثيات النقطة (٤، ٣)، لتجد

معادلة المستقيم العمودي المنصف للقطعة $\overline{\text{اب}}$:

$ص - ص_١ = م\,(س - س_١)$، م = ٢، (٣ ، ٤)

ص - ٤ = ٢(س - ٣)

ص-٤ = ٢س - ٦

ص= ٢س - ٢

ب إحداثيات ج (د ل)، و (٠، ٠)

استخدم نظرية فيثاغورث لتجد:

$\overline{\text{وج}} = \sqrt{د^٢ + ل^٢}$ (الجذر هنا لا يساوي د + ل)

معطى $\overline{\text{وج}}$ = ٢

فيكون ٢ = $\sqrt{د^٢ + ل^٢}$ أو $د^٢ + ل^٢ = ٤$ .... (١)

وحيث إن ج تقع على المستقيم ص = ٢ س - ٢،

عوّض عن س= د ، ص = ل في المعادلة لتحصل

على: ل = ٢د - ٢ .... (٢)

حل المعادلتَين (١)، (٢) آنيًا عوّض بدل ل من

المعادلة (٢) في المعادلة (١) تحصل على:

$د^٢ + (٢د - ٢)^٢ = ٤$

$د^٢ + ٤د^٢ - ٨د + ٤ = ٤$

$٥د^٢ - ٨د = ٠$

د (٥د - ٨) = ٠

د = ٠ أو د = $\frac{٨}{٥}$

إذا كان د = ٠، عوّض في المعادلة ل = ٢د - ٢

لتحصل على: ل = ٢ (٠) - ٢

ل = -٢

إذا كان د = $\frac{٨}{٥}$ ، عوّض في المعادلة ل = ٢د - ٢

لتحصل على: ل = ٢$\left(\frac{٨}{٥}\right)$ - ٢

ل = $\frac{٦}{٥}$

فتكون إحداثيات ج (٠، -٢) أو $\left(\frac{٨}{٥}، \frac{٦}{٥}\right)$

١٠) أ إحداثيات نقطة منتصف $\overline{\text{اج}}$ هي

$\left(\frac{-٣ + ٥}{٢} ، \frac{٢ + ٦}{٢}\right)$ أو (١، ٤)

ميل المستقيم $\overline{\text{اج}}$ = $\frac{٦ - ٢}{٥ -(-٣)}$ أو $\frac{١}{٢}$

ميل العمود المنصف للقطعة $\overline{\text{اج}}$ يساوي -٢

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين يكون $م_١ \times م_٢ = -١$)

استخدم الصيغة $ص - ص_١ = م\,(س - س_١)$،

حيث م = ٢، إحداثيات النقطة (١، ٤) لتجد

معادلة المستقيم العمودي المنصف للقطعة $\overline{\text{اج}}$:

ص - ٤ = -٢(س - ١)

ص - ٤ = -٢س + ٢

ص = -٢س + ٦

تقع ب على المحور السيني فيكون ص = ٠

وعليه، فإن ٠ = -٢س + ٦

س = ٣

إحداثيات ب (٣ ، ٠).

ب ميل $\overline{\text{بج}}$ يساوي $\frac{٦ - ٠}{٥ - ٣}$ أو ٣

ميل $\overline{\text{اب}}$ يساوي $\frac{٠ - ٢}{٣ -(-٣)} = -\frac{١}{٣}$

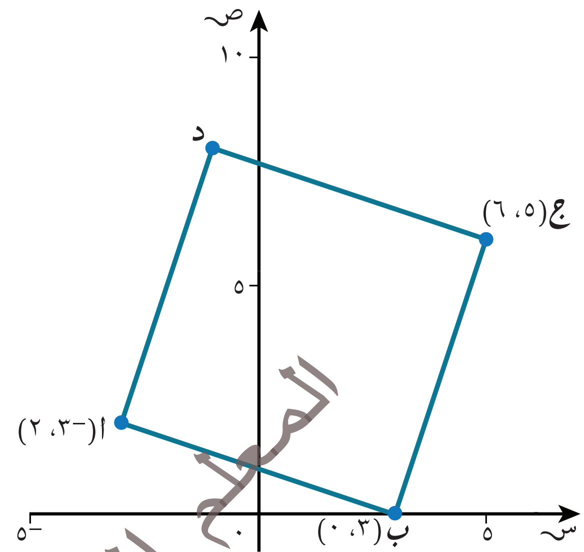
ميل $\overline{\text{بج}}$ × ميل $\overline{\text{اب}}$ = ٣ × $-\frac{١}{٣}$ أو -١

المعلم الالكتروني الشامل

لذا يكون المستقيمان $\overline{\text{ا ب}}$ و $\overline{\text{ب ج}}$ متعامدَين،

لأن $\text{م}_1 \times \text{م}_2 = -1$

ج) انظر الشكل أدناه



وحيث إن ا ب ج ى مربع تكون الأضلاع المتقابلة متساوية الطول ومتوازية. لذا استخدم المتجهات لتجد:

$$\overline{\text{ا ب}} = \begin{pmatrix} -٣ & -٣ \\ -٠ & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٦ \\ ٢ \end{pmatrix}$$

$$\overline{\text{ا ب}} = \overline{\text{ى ج}}$$

$\overline{\text{ى ج}} = \begin{pmatrix} -٦ \\ ٢ \end{pmatrix}$ وعليه، فإن إحداثيات النقطة ى (−١، ٨)

$$\overline{\text{ا ى}} = \sqrt{(-١ - (-٣))^2 + (٨ - ٢)^2}$$

$$\overline{\text{ا ى}} = \sqrt{٤٠} \text{ أو } ٢\sqrt{١٠}$$

١١) أ) إحداثيات نقطة منتصف ا ب هي

$$\left(\frac{١ + ٥}{٢} ، \frac{-٢ + ٢}{٢}\right) \text{ أو } (٣، ١)$$

ميل $\overline{\text{ا ب}}$ يساوي $\frac{٤ - (-٢)}{٥ - ١}$ أو $\frac{٣}{٢}$

معادلة العمود المنصف للقطعة $\overline{\text{ا ب}} = -\frac{٢}{٣}$

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين يكون $\text{م}_1 \times \text{م}_2 = -1$)

استخدم الصيغة $\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$،

حيث م $= -\frac{٢}{٣}$، إحداثيات النقطة (١، ٣)، لتجد معادلة المستقيم العمودي المنصف للقطعة $\overline{\text{ا ب}}$:

$$\text{ص} - ١ = -\frac{٢}{٣}(\text{س} - ٣)$$

$$\text{ص} - ١ = -\frac{٢}{٣}\text{س} + ٢$$

$$\text{ص} = -\frac{٢}{٣}\text{س} + ٣$$

ب) يجب أن يمر العمود المنصف للقطعة $\overline{\text{ا ب}}$ في مركز الدائرة ج (٦، ت).

لذا عوّض عن س = ٦، ص = ت في المعادلة

ص $= -\frac{٢}{٣}$س + ٣ لتحصل على:

$$\text{ت} = -\frac{٢}{٣}(٦) + ٣$$

$$\text{ت} = -١$$

ج) أوجِد نصف قطر الدائرة أي طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{ب ج}}$

استخدم نظرية فيثاغورث:

$$\overline{\text{ب ج}} = \sqrt{(-١ - ٤)^2 + (٦ - ٥)^2}$$

$\overline{\text{ب ج}} = \sqrt{٢٦}$ طول نصف القطر

معادلة الدائرة $(\text{س} - \text{أ})^2 + (\text{ص} - \text{ب})^2 = \text{نق}^2$

> إذا كان لك أن تختار، فاستخدم صورة المربع الكامل أسهل من الصورة العامة للدائرة $\text{س}^2 + \text{ص}^2 + ٢\,\text{هـ}\,\text{س} + ٢\,\text{د}\,\text{ص} + \text{ج} = ٠$

معادلة الدائرة التي مركزها (٦ ، −١)، ونصف قطرها $\sqrt{٢٦}$ هي:

$$(\text{س} - ٦)^2 + (\text{ص} - (-١))^2 = ٢٦$$

$$(\text{س} - ٦)^2 + (\text{ص} + ١)^2 = ٢٦$$

المعلم الالكتروني الشامل

١٢) أ ميل المستقيم $\overline{اب}$ يساوي $\left(\frac{٢ - ١٧}{٣ - ١٣}\right)$ أو $\frac{٣}{٢}$

ميل $\overline{اد}$ = $-\frac{٢}{٣}$،

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين $م_١ \times م_٢ = -١$)

استخدم الصيغة $ص - ص_١ = م (س - س_١)$،

حيث م = $-\frac{٢}{٣}$، إحداثيات النقطة (١٣، ١٧)، لتجد

معادلة المستقيم $\overline{اد}$:

ص − ١٧ = $-\frac{٢}{٣}$ (س − ١٣)

ص − ١٧ = $-\frac{٢}{٣}$ س + $\frac{٢٦}{٣}$

ص = $-\frac{٢}{٣}$ س + $\frac{٧٧}{٣}$ ...... (١)

قياس الزاوية ا د ج = ٩٠° لأن قياس الزاوية

ب ا د = قياس الزاوية ج د ا زاويتان داخليتان

للمستقيمَين المتوازيَين $\overline{اب}$، $\overline{دج}$

ميل $\overline{جد}$ = $\frac{٣}{٢}$

استخدم الصيغة $ص - ص_١ = م (س - س_١)$،

حيث م = $\frac{٣}{٢}$ ، إحداثيات النقطة (١٣، ٤) لتجد

معادلة المستقيم $\overline{جد}$:

ص − ٤ = $\frac{٣}{٢}$ (س − ١٣)

ص − ٤ = $\frac{٣}{٢}$ س − $\frac{٣٩}{٢}$

ص = $\frac{٣}{٢}$ س − $\frac{٣١}{٢}$ ...... (٢)

حل المعادلتَين (١)، (٢) آنيًا لتجد إحداثيات النقطة د:

$-\frac{٢}{٣}$ س + $\frac{٧٧}{٣}$ = $\frac{٣}{٢}$ س − $\frac{٣١}{٢}$

−٤س + ١٥٤ = ٩س − ٩٣

١٣س = ٢٤٧

س = ١٩

عوّض عن س = ١٩ في المعادلة (٢) لتحصل على

ص = $\frac{٣}{٢}$(١٩) − $\frac{٣١}{٢}$

ص = ١٣

فتكون إحداثيات د (١٩، ١٣)

ب مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$(أ + ب) ع

استخدم نظرية فيثاغورث لتجد:

أ = اب = $\sqrt{(١٣ - ٣)^٢ + (١٧ - ٢)^٢}$ أو $\sqrt{٣٢٥}$

ب = جد = $\sqrt{(١٩ - ١٣)^٢ + (١٣ - ٤)^٢}$ أو $\sqrt{١١٧}$

ع = اد = $\sqrt{(١٩ - ١٣)^٢ + (١٣ - ١٧)^٢}$ أو $\sqrt{٥٢}$

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}(\sqrt{٣٢٥} + \sqrt{١١٧})\sqrt{٥٢}$

المساحة = ١٠٤

١٣) أ حل المعادلتين

س ص = ١٢ ...... (١)

٣س + ص = ٢٠ ...... (٢)

آنيًا لتجد أحداثيات نقطتي التقاطع أ، ب من

المعادلة (٢) قيمة ص = ٢٠ − ٣س، عوّض عن

ص في المعادلة (١) لتجد:

س (٢٠ − ٣س) = ١٢

$٣س^٢$ − ٢٠س + ١٢ = ٠

(٣س − ٢)(س − ٦) = ٠

س = $\frac{٢}{٣}$ أو س = ٦

عوّض عن س = $\frac{٢}{٣}$ في المعادلة (١) لتجد أن ص = ١٨

عوّض عن س = ٦ في المعادلة (١) لتجد أن ص = ٢

إحداثيات ا و ب هي ($\frac{٢}{٣}$ ، ١٨)، (٦ ، ٢)

إحداثيات نقطة المنتصف $\overline{اب}$

= $\left(\frac{\frac{٢}{٣} + ٦}{٢} ، \frac{١٨ + ٢}{٢}\right)$ أو $\left(\frac{١٠}{٣}، ١٠\right)$

ب س ص = ١٢ ...... (١)

٣س + ص = ك ...... (٢)

من المعادلة (١) نجد أن ص = $\frac{١٢}{س}$

المعلم الإلكتروني الشامل

عوّض عن ص في المعادلة (٢) لتجد أن:

$$٣س + \frac{١٢}{س} = ك$$

$$٣س^{٢} + ١٢ = ك\ س$$

$$٣س^{٢} - ك\ س + ١٢ = ٠$$

قارن المعادلة مع أس^{٢} + ب س + ج = ٠ تجد أن:

أ = ٣، ب = − ك، ج = ١٢

ليكون للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان فإن

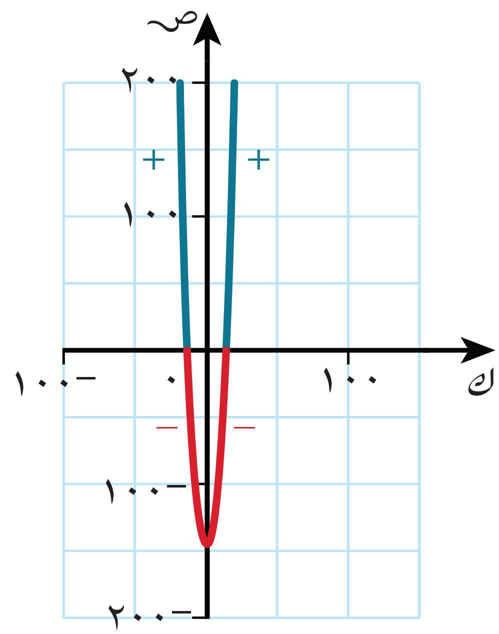
ب^{٢} − ٤أج > ٠

عوّض قيم أ ، ب ، ج تحصل على:

$(-ك)^{٢} - ٤(٣)(١٢) > ٠$

ك^{٢} − ١٤٤ > ٠ أو (ك − ١٢)(ك + ١٢) > ٠

ارسم منحنى ص = (ك − ١٢)(ك + ١٢)، شكله ∪ لأن معامل ك^{٢} موجب.



المقطعان من المحور ك هما ك = −١٢، ك = ١٢

ليكون (ك −١٢) (ك + ١٢) > ٠ يجب أن نجد مجال ك التي يكون المنحنى عندها موجبًا – يقع فوق المحور ك –.

الحل ك < −١٢ أو ك > ١٢

١٤) أ ا(−٣ ، ٦) و ب (٩ ، −١٠)

ميل $\overline{اب}$ يساوي $\frac{-١٠ + -٦}{٩ - (-٣)} = -\frac{٤}{٣}$

استخدم الصيغة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)،

حيث م = $-\frac{٤}{٣}$، إحداثيات النقطة (−٣، ٦)، لتجد معادلة المستقيم $\overline{اب}$:

$$ص - ٦ = \frac{٤}{٣}(س - (-٣))$$

$$ص - ٦ = \frac{٤}{٣}س - ٤$$

$$ص = \frac{٤}{٣}س + ٢$$

ب إحداثيات نقطة منتصف $\overline{اب}$ هي

$$\left(\frac{-٣ + ٩}{٢} ، \frac{٦ + (-١٠)}{٢}\right) \text{ أو } (٣، -٢)$$

ميل المستقيم $\overline{اب}$ يساوي $-\frac{٤}{٣}$

ميل العمود المنصف على $\overline{اب}$ يساوي ٣ (لأن للمستقيمَين المتعامدَين م$_{١}$ × م$_{٢}$ = −١)

استخدم الصيغة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)،

حيث م = $\frac{٣}{٤}$، إحداثيات النقطة (٣، −٢)، لتجد معادلة العمود المنصف للقطعة $\overline{اب}$:

$$ص - (-٢) = \frac{٣}{٤}(س - ٣)$$

$$ص + ٢ = \frac{٣}{٤}س - \frac{٩}{٤}$$

$$ص = \frac{٣}{٤}س - \frac{١٧}{٤}$$

٤ص = ٣س − ١٧ أو ٣س − ٤ص = ١٧

ج العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{اب}$ يجب أن يمر في مركز الدائرة.

لذا س = ١٥ يحقق المعادلة ٣س − ٤ص = ١٧

٣ (١٥) − ٤ص = ١٧

٤ص = ٤٥ − ١٧

المعلم الالكتروني الشامل

ص = ٧

فتكون إحداثيات مركز الدائرة ج (١٥ ، ٧).

ونصف قطرها $\overline{\text{أ ج}}$ أو $\overline{\text{ب ج}}$

استخدم نظرية فيثاغورث:

$\overline{\text{أ ج}}$ = $\sqrt{(-٣ - ١٥)^{٢} + (٦ - ٧)^{٢}}$ أو $\sqrt{٣٢٥}$

معادلة الدائرة (س − أ)^{٢} + (ص − ب)^{٢} = نق^{٢}

استخدم إحداثيات المركز ج(١٥، ٧)،

نق = $\sqrt{٣٢٥}$ لتحصل على:

(س − ١٥)^{٢} + (ص − ٧)^{٢} = ٣٢٥ معادلة الدائرة المطلوبة

١٥) أ س^{٢} + ص^{٢} − ٨س + ٤ص + ٤ = ٠

وبصورة عامة:

س^{٢} − ٨س + ص^{٢} + ٤ص + ٤ = ٠

(س − ٤)^{٢} − ٤^{٢} + (ص + ٢)^{٢} − ٢^{٢} + ٤ = ٠

(س − ٤)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٦

فيكون نق ٤ ومركزها (٤، −٢)

ب تقطع الدائرة محور السينات حيث ص = ٠، لذا

يكون س^{٢} − ٨س + ٤ = ٠

استخدم الصيغة التربيعية : أ = ١، ب = −٨، ج = ٤

س = $\dfrac{-\,-٨ \pm \sqrt{(-٨)^{٢} - ٤(١)(٤)}}{٢(١)}$

س = $\dfrac{٨ \pm \sqrt{٤٨}}{٢}$

س = ٤ − ٢$\sqrt{٣}$ أو س = ٤ + ٢$\sqrt{٣}$

ج عوّض عن س = ٦ و ص = ٢$\sqrt{٣}$ − ٢ في المعادلة

(س − ٤)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٦ فيكون

(٦ − ٤)^{٢} + (٢$\sqrt{٣}$ − ٢ + ٢)^{٢} = ١٦

٤ + (٢$\sqrt{٣}$) = ١٦

٤ + ١٢ = ١٦

١٦ = ١٦

الطرفان متساويان؛ وعليه، فإن النقطة أ تقع على الدائرة.

د ميل المستقيم الذي يصل بين أ (٦، ٢$\sqrt{٣}$ − ٢)

والمركز (٤، −٢) يساوي:

$\dfrac{٢\sqrt{٣} - ٢ - (-٢)}{٢}$ أو $\sqrt{٣}$ وعليه، يكون ميل المماس عند النقطة أ يساوي − $\dfrac{١}{\sqrt{٣}}$

(لأن للمستقيمَين المتعامدَين يكون م$_{١}$ × م$_{٢}$ = −١)

استخدم الصيغة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)،

حيث م = − $\dfrac{١}{\sqrt{٣}}$، إحداثيات النقطة (٦، ٢$\sqrt{٣}$ − ٢)

ص − (٢$\sqrt{٣}$ − ٢) = − $\dfrac{١}{\sqrt{٣}}$ (س − ٦)

ص − ٢$\sqrt{٣}$ + ٢ = − $\dfrac{١}{\sqrt{٣}}$ (س − ٦)

$\sqrt{٣}$ ص − ٦ + ٢$\sqrt{٣}$ = −١ (س − ٦)

$\sqrt{٣}$ ص − ٦ + ٢$\sqrt{٣}$ = −١س + ٦

٣ص − ٦$\sqrt{٣}$ + ٦ = −$\sqrt{٣}$ س + ٦$\sqrt{٣}$

$\sqrt{٣}$ س + ٣ص = ١٢$\sqrt{٣}$ − ٦

المعلم الالكتروني الشامل