أصبح لدينا:

$س_١ + س_٢ = ٢$ ..... (١)

$س_٢ + س_٣ = ٤$ ..... (٢)

$س_١ + س_٣ = -٨$ ..... (٣)

اطرح (٢) من (١) لتحصل على:

$س_١ - س_٣ = -٢$ ..... (٤)

أضف (٤) إلى (٣) لتحصل على:

$٢س_١ = -١٠$، فيكون $س_١ = -٥$

وحيث إن $س_١ + س_٢ = ٢$

$-٥ + س_٢ = ٢$، فيكون $س_٢ = ٧$

وحيث إن $س_١ + س_٣ = -٨$

$-٥ + س_٣ = -٨$، فيكون $س_٣ = -٣$

كما أن لدينا:

$ص_١ + ص_٢ = ٨$ ..... (٥)

$ص_٢ + ص_٣ = ٠$ ..... (٦)

$ص_١ + ص_٣ = ٢$ ..... (٧)

اطرح (٦) من (٥) لتحصل على:

$ص_١ - ص_٣ = ٨$ ..... (٨)

ثم أضف (٨) إلى (٧) لتحصل على:

$٢ص_١ = ١٠$، فيكون $ص_١ = ٥$

وحيث إن $ص_١ + ص_٢ = ٨$

$٥ + ص_٢ = ٨$ ، $\therefore$ $ص_٢ = ٣$

وحيث إن $ص_١ + ص_٣ = ٢$

$٥ + ص_٣ = ٢$ فيكون $ص_٣ = -٣$

الحلّ هو أ (−٥، ٥) ، ب (٧، ٣)، ج (−٣، −٣)

المعلم الإلكتروني الشامل

## تمارين ٥-٢

**١)** أ أ(−٦، ٤) ، ب (٤، ٦) ، ج (١٠، ٧)

ميل $\overline{أ ب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{٤ - ٦}{(-٦) - ٤}$

= $\frac{١}{٥}$

ميل $\overline{ب ج}$ = $\frac{٦ - ٧}{١٠ - ٤}$

= $\frac{١}{٦}$

ب على الرغم من أن $\overline{أ ب}$ و $\overline{ب ج}$ يشتركان في النقطة ب فإن النقاط أ ، ب ، ج لا تقع على مستقيم واحد، لأن ميل $\overline{أ ب}$ لا يساوي ميل ب ج

**٢)** نقطة منتصف ر(−٤، ٥) و ل (٦، ١) هي:

م = $\left(\frac{-٤ + ٦}{٢}، \frac{٥ + ١}{٢}\right)$

م = (١، ٣)

إحداثيات ر (−٣، −٧)

ميل $\overline{ر م}$ = $\frac{-٧ - ٣}{-٣ - ١}$، أو $\frac{٥}{٢}$

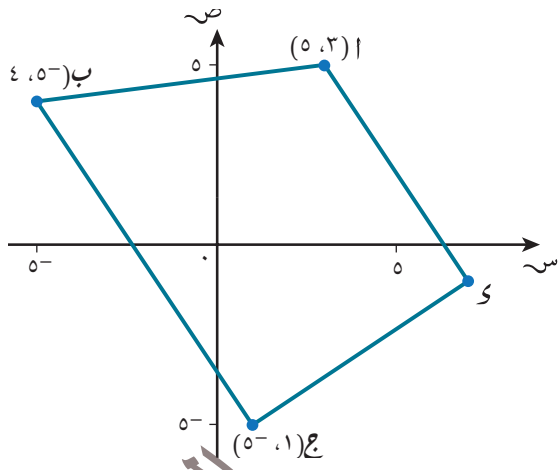
ميل $\overline{ك ل}$ = $\frac{١ - ٥}{٦ - (-٤)}$ أو $-\frac{٢}{٥}$

إذا كان ميلا مستقيمَين متعامدَين هما $م_١$، $م_٢$ فإن

$م_١ \times م_٢ = -١$

$\frac{٥}{٢} \times -\frac{٢}{٥} = -١$ فيكون $\overline{ر م}$ عموديًا على $\overline{ك ل}$

**٤)** يشبه رسم الشكل الآتي:




ميل $\overline{ب\,ج} = \frac{٤ - (-٥)}{١ - (-٥)}$، أو $-\frac{٣}{٢}$

وعليه، يكون ميل $\overline{ا\,ء} = \frac{٣}{٢}$

لتكن إحداثيات ء (س، ص)

ميل $\overline{ا\,ء} = \frac{ص - ٥}{س - ٣}$

وحيث إن ميل $\overline{ا\,ء}$ يساوي ميل $\overline{ب\,ج}$ يكون:

$$\frac{ص - ٥}{س - ٣} = -\frac{٣}{٢}$$

$$\therefore -٣(س - ٣) = ٢(ص - ٥)$$

$$-٣س + ٩ = ٢ص - ١٠$$

$$٢ص + ٣س = ١٩ \quad \ldots\ldots\ldots (١)$$

وحيث إن الزاوية ا ء ج = ٩٠°،

ميل $\overline{ا\,ء} \times$ ميل $\overline{ج\,ء} = -١$

ميل $\overline{ج\,ء} = \frac{٢}{٣}$

$$\therefore \frac{ص - (-٥)}{س - ١} = \frac{٢}{٣}$$

$$٣(ص + ٥) = ٢(س - ١)$$

$$٣ص + ١٥ = ٢س - ٢$$

$$٣ص - ٢س = -١٧ \quad \ldots\ldots\ldots (٢)$$

اضرب المعادلة (١) في ٢ لتحصل على

$$٤ص + ٦س = ٣٨ \quad \ldots\ldots (٣)$$

اضرب المعادلة (٢) في ٣ لتحصل على

$$٩ص - ٦س = -٥١ \quad \ldots\ldots (٤)$$

اجمع المعادلتَين (٣)، (٤) لتحصل على:

$$١٣ص = -١٣$$

$$ص = -١$$

عوّض في معادلة (١) لتحصل على:

$$٢(-١) + ٣س = ١٩$$

$$-٢ + ٣س = ١٩$$

$$س = ٧$$

إحداثيات ء (٧، −١)

**٥)** ا، ب، ج تقع على مستقيم واحد، فيكون ميل $\overline{ا\,ب}$ يساوي ميل $\overline{ب\,ج}$

ميل $\overline{ا\,ب} = \frac{٥ - ٨}{٥ - ك} = \frac{-٣}{٥ - ك}$

ميل $\overline{ب\,ج} = \frac{٤ - ٥}{-ك - ك} = \frac{-١}{-٢ك}$

$$\frac{-٣}{٥ - ك} = \frac{-١}{-٢ك}$$

$$-٣(-٢ك) = -١(ك - ٥)$$

$$٦ك = -ك + ٥$$

$$٧ك = ٥$$

$$ك = \frac{٥}{٧}$$

**٦)** ا (−٩، ٢ك − ٨)، ب (٦، ك)، ج (ك، ١٢)

إذا كان قياس الزاوية ا ب ج هو ٩٠° فإن:

ميل $\overline{ا\,ب} \times$ ميل $\overline{ب\,ج} = -١$

ميل $\overline{ا\,ب} = \frac{ك - (٢ك - ٨)}{(-٩) - ٦} = \frac{-ك + ٨}{١٥}$

ميل $\overline{ب\,ج} = \frac{١٢ - ك}{ك - ٦}$

وعليه، يكون $\frac{-ك + ٨}{١٥} \times \frac{١٢ - ك}{ك - ٦} = -١$

$$\frac{(-ك + ٨)(١٢ - ك)}{١٥(ك - ٦)} = -١$$

المعلم الإلكتروني الشامل

(–ك +٨)(١٢ – ك) = –١٥(ك – ٦)

–١٢ك + ك$^{٢}$ + ٩٦ – ٨ك = –١٥ك + ٩٠

ك$^{٢}$ – ٥ك + ٦ = ٠

(ك – ٢)(ك – ٣) = ٠

ك = ٢ أو ك = ٣

**٧)** لتكن إحداثيات ج (س، ص)

إذا كان قياس الزاوية ا ب ج هو ٩٠

فإن $\overline{\text{ا ب}}$ يعامد $\overline{\text{ب ج}}$

ميل $\overline{\text{ا ب}} = \frac{٦ - ٨}{٨ - ٠}$ أو $-\frac{١}{٤}$

فيكون ميل $\overline{\text{ب ج}}$ = ٤ لأن م$_{١}$ × م$_{٢}$ = –١

ميل $\overline{\text{ب ج}} = \frac{ص - ٦}{س - ٨}$

$\frac{ص - ٦}{س - ٨}$ = ٤

ص – ٦ = ٤(س – ٨)

ص – ٦ = ٤س – ٣٢

ص = ٤س – ٢٦

∵ النقطة ج تقع على المحور الصادي

فإن س = ٠

∴ ص = –٢٦

إحداثيات ج (٠ ، –٢٦)

**٨)** أ النقاط ا ، ب، ج على استقامة واحدة.

ميل $\overline{\text{ا ب}}$ يساوي ميل $\overline{\text{ب ج}}$ ، كلاهما يمر في النقطة ب

ميل $\overline{\text{ا ب}} = \frac{٤ - ٨}{١٩ - ٧} = \frac{١}{٣}$

ميل $\overline{\text{ب ج}} = \frac{٢ك - ٨}{ك - ١٩}$

$\frac{٢ك - ٨}{ك - ١٩} = \frac{١}{٣}$

٣(٢ك – ٨) = ١(ك – ١٩)

٦ك – ٢٤ = ك – ١٩

٥ك = ٥

ك = ١

ب إذا كان قياس الزاوية ج ا ب هو ٩٠°، فيكون

ميل $\overline{\text{ج ا}}$ × ميل $\overline{\text{ا ب}}$ = –١

ميل $\overline{\text{ج ا}} = \frac{٢ك - ٤}{ك - ٧}$

ميل $\overline{\text{ا ب}} = \frac{٤ - ٨}{٧ - ١٩} = \frac{١}{٣}$

$\frac{٢ك - ٤}{ك - ٧} \times \frac{١}{٣}$ = –١

$\frac{٢ك - ٤}{٣ك - ٢١}$ = –١

٢ك – ٤ = –٣ك + ٢١

٥ك = ٢٥

ك = ٥

**٩)** $\frac{س}{أ} - \frac{ص}{ب}$ = ١،

عند النقطة ى، ص = ٠ إذًا:

$\frac{س}{أ} - \frac{٠}{ب}$ = ١

$\frac{س}{أ}$ = ١

س = أ فتكون ى (أ، ٠)

عند النقطة ل، س = ٠ إذًا:

$\frac{٠}{أ} - \frac{ص}{ب}$ = ١

$-\frac{ص}{ب}$ = ١

ص = – ب، ∴ ل (٠، – ب)

ميل $\overline{\text{ى ل}} = \frac{-ب - ٠}{٠ - أ}$ أو $\frac{ب}{أ}$

$\frac{ب}{أ} = \frac{٢}{٥}$ فيكون، ب = $\frac{٢أ}{٥}$

استخدم نظرية فيثاغورث لتحصل على:

طول $\overline{\text{ى ل}} = \sqrt{(٠ - أ)^{٢} + (- ب - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$

طول $\overline{\text{ى ل}} = ٢\sqrt{٢٩}$

ربّع الطرفَين لتحصل على:

أ$^{٢}$ + ب$^{٢}$ = ١١٦

عوّض بدل ب لتحصل على:

$أ^{٢} + \left(\frac{٢أ}{٥}\right)^{٢}$ = ١١٦

المعلم الإلكتروني الشامل

$أ^{٢} + \frac{٤أ^{٢}}{٢٥} = ١١٦$

$٢٥أ^{٢} + ٤أ^{٢} = ٢٩٠٠$

$أ^{٢} = ١٠٠$

$أ = \pm ١٠$ لكن أ موجبة؛ وعليه، يكون $أ = ١٠$

عوّض بدل أ في ب $= \frac{٢أ}{٥}$ ،

$ب = \frac{٢(١٠)}{٥}$

الحلّ $أ = ١٠$ ، $ب = ٤$

**١٠)** المعطيات ك (أ، أ − ٢)، ل (٤ − ٣أ، −أ)

أ ميل $\overline{ك ل} = \frac{-أ - (أ - ٢)}{٤ - ٣أ - أ}$

$= \frac{٢ - ٢أ}{٤ - ٤أ}$

$= \frac{٢(١ - أ)}{٤(١ - أ)}$

$= \frac{١}{٢}$

ب ميل المستقيم العمودي على $\overline{ك ل} = -٢$ لأن للمستقيمَين المتعامدَين

$م_{١} \times م_{٢} = -١$

ج باستخدام نظرية فيثاغورث:

$\overline{ك ل} = \sqrt{((٤ - ٣أ) - أ)^{٢} + (-أ - (أ - ٢))^{٢}}$

$= \sqrt{(٤ - ٤أ)^{٢} + (-أ - أ + ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{(٤ - ٤أ)^{٢} + (-٢أ + ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ - ٣٢أ + ١٦أ^{٢} + ٤أ^{٢} - ٨أ + ٤}$

$= \sqrt{٢٠أ^{٢} - ٤٠أ + ٢٠}$

$١٠\sqrt{٥} = \sqrt{٢٠أ^{٢} - ٤٠أ + ٢٠}$

ربّع الطرفَين لتحصل على:

$٥٠٠ = ٢٠أ^{٢} - ٤٠أ + ٢٠$

$٢٠أ^{٢} - ٤٠أ - ٤٨٠ = ٠$

$أ^{٢} - ٢أ - ٢٤ = ٠$

$(أ - ٦)(أ + ٤) = ٠$

$أ - ٦ = ٠$ أو $أ + ٤ = ٠$

$أ = ٦$ أو $أ = -٤$

**١١)** يجب أن تعرف خصائص الأشكال الرباعية المميزة لتساعدك على الإجابة عن أسئلة الهندسة الإحداثية.

أ $م = \left(\frac{٤ + ٨}{٢}، \frac{١٠ + ٢}{٢}\right) = (٦، ٦)$

ب م هي نقطة منتصف $\overline{أ ج}$ فيكون:

$م = \left(\frac{ع + ح}{٢}، \frac{١ + ط}{٢}\right)$

وعليه، يكون $\frac{ع + ح}{٢} = ٦$

$ع + ح = ١٢$ ..... (١)

و $\frac{١ + ط}{٢} = ٦$

$١ + ط = ١٢$

$ط = ١١$

وحيث إن قطرَي المعين متعامدان، قياس الزاوية ٩٠° فإن ميل $\overline{أ ج} \times$ ميل $\overline{ب ك} = -١$

$\frac{ط - ١٠}{ح - ع} \times \frac{٢ - ١٠}{٨ - ٤} = -١$، وحيث إن $ط = ١١$،

$\frac{١٠}{ح - ع} \times -٢ = -١$

(انتبه هنا! فالبسط فقط هو الذي يضرب في −٢)

$\frac{١٠(-٢)}{ح - ع} = -١$

$-٢٠ = -١(ح - ع)$

$-٢٠ = -ح + ع$ ..... (٢)

اجمع المعادلتَين (١) و (٢) لتحصل على:

$٢ع = -٨$

$ع = -٤$

عوّض بدل $ع = -٤$ في المعادلة (١) لتحصل على:

$-٤ + ح = ١٢$

المعلم الإلكتروني الشامل

ح = ١٦

الحلّ ع = −٤، ح = ١٦، ط = ١١

ج أطوال أضلاع المعين الأربعة متساوية.

ا = (−٤ ، ١) ، ب (٨، ٢)

استخدم نظرية فيثاغورث لتحصل على:

$\overline{ا ب} = \sqrt{((-٤) - ٨)^{٢} + (١ - ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{١٤٤ + ١}$

$\overline{ا ب} = \sqrt{١٤٥}$

محيط المعين يساوي $٤\sqrt{١٤٥}$

د مساحة المعين = $\frac{\overline{ا ج} \times \overline{ب ء}}{٢}$

ا = (−٤، ١)، ب (٨، ٢)، ج (٦، ١١)، ء (٤، ١٠)

استخدم نظرية فيثاغورث لتحصل على:

$\overline{ا ج} = \sqrt{(١٦ - (-٤))^{٢} + (١١ - ١)^{٢}}$

$= \sqrt{٤٠٠ + ١٠٠}$

$\overline{ا ج} = \sqrt{٥٠٠}$

$\overline{ب ء} = \sqrt{(٤ - ٨)^{٢} + (١٠ - ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ + ٦٤}$

$\overline{ب ء} = \sqrt{٨٠}$

المساحة = $\frac{\sqrt{٥٠٠} \times \sqrt{٨٠}}{٢}$

المساحة = $\frac{\sqrt{٤٠٠٠٠}}{٢}$

المساحة = ١٠٠

## تمارين ٥-٣

**١)** أ المستقيم ميله ٢ ويمر بالنقطة (٤، ٩)

استخدم الصيغة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$) حيث

م = ٢، س$_{١}$ = ٤، ص$_{١}$ = ٩

ص − ٩ = ٢(س − ٤)

ص − ٩ = ٢س − ٨

ص = ٢س + ١

**٢)** أ لتكن نقطتان على المستقيم (١، ٠) ، (٥، ٦)

الميل م = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{٦ - ٠}{٥ - ١} = \frac{٣}{٢}$

استخدم الصيغة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$) حيث

م = $\frac{٣}{٢}$ ، س$_{١}$ = ١، ص$_{١}$ = ٠

ص − ٠ = $\frac{٣}{٢}$(س − ١)

٢ص = ٣س − ٣

**٣)** أ ميل المستقيم ص = ٣س − ٥ يساوي ٣.

أي مستقيم يوازي هذا المستقيم يكون له

الميل نفسه أي م = ٣

يمر المستقيم في النقطة (١، ٧)

فيكون س$_{١}$ =١، ص$_{١}$ = ٧

استخدم الصيغة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)

ص − ٧ = ٣(س − ١)

ص − ٧ = ٣س − ٣

ص = ٣س + ٤

ج ميل المستقيم ص = ٢س − ٣ يساوي ٢

استخدم م$_{١}$ × م$_{٢}$ = −١، ميل أي مستقيم يوازي هذا المستقيم يساوي $-\frac{١}{٢}$

يمر المستقيم في النقطة (٦، ١)

فيكون س$_{١}$ = ٦، ص$_{١}$ = ١

استخدم الصيغة ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)

ص − ١ = $-\frac{١}{٢}$ ( س − ٦ )

٢ص − ٢ = − س + ٦

س + ٢ص = ٨

**٤)** أ (٥، ٢)، (−٣، ٦)

ميل المستقيم = $\frac{٦ - ٢}{-٣ - ٥} = -\frac{١}{٢}$

المعلم الإلكتروني الشامل