تمارين ٤-٢

١) أ) الوسط الحسابي = $\frac{٢٧ + ٤٣ + ٢٩ + ٣٤ + ٥٣ + ٣٧ + ١٩ + ٥٨}{٨} = ٣٧,٥$

الوسط الحسابي للمربعات = $\frac{^{٢}٢٧ + ^{٢}٤٣ + ^{٢}٢٩ + ^{٢}٣٤ + ^{٢}٥٣ + ^{٢}٣٧ + ^{٢}١٩ + ^{٢}٥٨}{٨} = \frac{١٢٤٧٨}{٨}$

الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{١٢٤٧٨}{٨} - \left(\frac{٣٠٠}{٨}\right)^{٢}} = ١٢,٤$

ب) الوسط الحسابي = $\frac{٢,٧}{٦} = ٠,٤٥$؛ الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{٥١٢,٣٣}{٦} - \left(\frac{٢,٧}{٦}\right)^{٢}} = ٩,٢٣$

٢) أ) تباين (الأحياء) = $\frac{^{٢}٢١ + ^{٢}٣٣ + ^{٢}٤٥}{٣} - \left(\frac{٢١ + ٣٣ + ٤٥}{٣}\right)^{٢} = ٩٦$

تباين (الكيمياء) = $\frac{^{٢}٤١ + ^{٢}٥٣ + ^{٢}٦٥}{٣} - \left(\frac{٤١ + ٥٣ + ٦٥}{٣}\right)^{٢} = ٩٦$

تباين (الفيزياء) = $\frac{^{٢}٥١ + ^{٢}٦٣ + ^{٢}٧٥}{٣} - \left(\frac{٥١ + ٦٣ + ٧٥}{٣}\right)^{٢} = ٩٦$

طريقة أخرى لإيجاد التباين:

الوسط الحسابي لدرجات إبراهيم في مادة الأحياء هو ٣٣، ولذلك يمكن أن نجد التباين باستخدام الصيغة

$\frac{\Sigma(س - \overline{س})^{٢}}{ن} = \frac{(٢١ - ٣٣)^{٢} + (٣٣ - ٣٣)^{٢} + (٤٥ - ٣٣)^{٢}}{٣} = \frac{١٤٤ + ٠ + ١٤٤}{٣} = ٩٦$

ب) التباينات الثلاثة متساوية.

لا ينطبق التعليق نفسه على الوسط الحسابي لدرجات إبراهيم لأنها جميعها مختلفة.

الأحياء: $\frac{٢١ + ٣٣ + ٤٥}{٣} = ٣٣$؛ الكيمياء: $\frac{٤١ + ٥٣ + ٦٥}{٣} = ٥٣$؛ الفيزياء: $\frac{٥١ + ٦٣ + ٧٥}{٣} = ٦٣$

٣) الوسط الحسابي = $\frac{٥٩}{٣٥} = ١\frac{٢٤}{٣٥}$ أو ١,٦٩؛ التباين = $\frac{١٥٧}{٣٥} - \left(\frac{٥٩}{٣٥}\right)^{٢} = ١,٦٤$

تذكّر أن تستخدم الوسط الحسابي الدقيق (أو قيمته لأقرب ٤ أرقام معنوية) عند إيجادك التباين. إذا استخدمنا ١,٦٩ فسنحصل على قيمة غير صحيحة للتباين وهي ١,٦٣

٤) الوسط الحسابي = $\frac{٧٢٠}{٣٦٠} = ٢$، الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{١٦٧٢}{٣٦٠} - \left(\frac{٧٢٠}{٣٦٠}\right)^{٢}} = ٠,٨٠٣$

٥) أ) مراكز الفئات هي ٢٥، ٣٥، ٥٠، ٧٠

الطالبات: الوسط الحسابي = $\frac{١٢٠٠}{٣٠} = ٤٠$ دقيقة؛ الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{٥٣١٠٠}{٣٠} - \left(\frac{١٢٠٠}{٣٠}\right)^{٢}} = ١٣,٠$ دقيقة

الطلبة: الوسط الحسابي = $\frac{١٦٠٠}{٤٠} = ٤٠$ دقيقة؛ الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{٧٤٦٥٠}{٤٠} - \left(\frac{١٦٠٠}{٤٠}\right)^{٢}} = ١٦,٣$ دقيقة

ب) ١) الوسط الحسابي للوقت المستغرق متشابه حيث إن كلًّا منهما يساوي ٤٠ دقيقة.

٢) الوقت الذي استغرقه الطلبة متباين أكثر بكثير من الذي استغرقته الطالبات.

للمعلم الإلكتروني التعليمي

٦) مراكز الفئات هي ١٦، ٢١، ٢٧، ٣٣,٥، الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{٢٨٢٦٣}{٥٠} - \left(\frac{١١٥١}{٥٠}\right)^{٢}}$ = ٥,٩٤

٧) $\frac{٣٠ك + ١٦ك + ٨٠ + ١٧ك - ٥١ + ١٨٠ + ١٥٢ + ٦٠}{٤ك + ٢٣}$ = ١٧

$\therefore$ $\frac{٦٣ك + ٤٢١}{٤ك + ٢٣}$ = ١٧

٦٣ ك + ٤٢١ = ٦٨ك + ٣٩١، $\therefore$ ك = ٦

التباين = $\frac{١٣٧١١}{٤٧} - ١٧^{٢}$ = ٢,٧٢

٨) أ) مراكز الفئات هي ١٤٢، ١٤٧، ١٥٥، ١٦٢,٥

$\frac{١٤٢أ + ١٤٧ب + (١٥٥ \times ٦٩) + (١٦٢,٥ \times ٢٨)}{١٥٠}$ = ١٥٣,٤١

١٤٢أ + ١٤٧ ب + ١٥٢٤٥ = ٢٢٩٧١

١٤٢أ + ١٤٧ب = ٧٧٢٦

١٤٢أ + ١٤٧ (٥٣ – أ) = ٧٧٢٦

–٥أ = –٦٥ $\therefore$ أ = ١٣، ب = ٤٠

ب) الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{٣٥٢٥٥٩٢}{١٥٠} - \left(\frac{٢٢٩٧١}{١٥٠}\right)^{٢}}$ = ٦,٢٣ سم

٩) أ) تباين (و) = $\frac{\Sigma و^{٢}}{ن} - \left(\frac{\Sigma و}{ن}\right)^{٢} = \frac{٥٤٨٠}{٦٤} - \left(\frac{٢٨٨}{٦٤}\right)^{٢}$ = ٦٥,٣٧٥

ب) الانحراف المعياري (ك) = $\sqrt{\frac{\Sigma ك^{٢}}{ن} - \left(\frac{\Sigma ك}{ن}\right)^{٢}}$ = $\sqrt{\frac{٤٠٠٠}{٣٦} - ٢٥,٢^{٢}}$ = ٩,١٧

ج) $\frac{٦١٢٠}{٤٠} - \left(\frac{\Sigma س ت}{٤٠}\right)^{٢} = ١٢^{٢}$

$\Sigma س ت = ٤٠ \times \sqrt{\frac{٦١٢٠}{٤٠} - ١٢^{٢}}$ = ١٢٠

د) $\frac{\Sigma س^{٢} ت}{٥٠} - \left(\frac{٢٨٠٠}{٥٠}\right)^{٢}$ = ١٠٠ $\therefore$

$\Sigma س ت = ٤٠ \times \left[١٠٠ + \left(\frac{٢٨٠٠}{٥٠}\right)^{٢}\right]$ = ١٦١٨٠٠

هـ) $\frac{١٩٣١٤٤}{ن} - \left(\frac{٢٣٢٤}{ن}\right)^{٢} = ٣^{٢}$

$\frac{١٩٣١٤٤}{ن} - \frac{٥٤٠٠٩٧٦}{ن^{٢}}$ = ٩

٩ن^{٢} – ١٩٣١٤٤ن + ٥٤٠٠٩٧٦ = ٠

(٩ن – ١٩٢٨٩٢)(ن – ٢٨) = ٠

$\therefore$ ن = ٢٨

١٠) الانحراف المعياري (ص) = الانحراف المعياري (ص – ٥) = $\sqrt{\frac{٨٩٠}{٢٠} - \left(\frac{١٣٠}{٢٠}\right)^{٢}}$ = ١,٥

المعلم الإلكتروني الشامل

١١) الوسط الحسابي (د) $= ٣ + \frac{\sum(د - ٣)}{٣٦٥} = ٣ + \frac{١٧٩٥,٨}{٣٦٥} = ٧,٩٢$ مم

تباين (د) = تباين (د − ٣)

$$\frac{\sum د^{٢}}{٣٦٥} - (٧,٩٢)^{٢} = \frac{٩٩٥٠}{٣٦٥} - (٤,٩٢)^{٢}$$

$$\sum د^{٢} = ٣٦٥ \times \left(\frac{٩٩٥٠}{٣٦٥} - (٤,٩٢)^{٢} + (٧,٩٢)^{٢}\right) = ٢٤٠٠٩,٨$$

١٢) أ) مراكز الفئات هي ٠,٢٢ ، ٠,٥٨ ، ١,١١ ، ١,٦٨

الوسط الحسابي $\approx \frac{٠,٢٢ \times ٥ + ٠,٥٨ \times ٨ + ١,١١ \times ٢٠ + ١,٦٨ \times ٦}{٣٩} = \frac{٣٨,٠٢}{٣٩} = ٠,٩٧$ طنًا.

الانحراف المعياري $\approx \sqrt{\frac{(٠,٢٢)^{٢} \times ٥ + (٠,٥٨)^{٢} \times ٨ + (١,١١)^{٢} \times ٢٠ + (١,٦٨)^{٢} \times ٦}{٣٩} - \left(\frac{٣٨,٠٢}{٣٩}\right)^{٢}}$

$$= \sqrt{\frac{٤٤,٥٠٩٦}{٣٩} - \left(\frac{٣٨,٠٢}{٣٩}\right)^{٢}} = ٠,٤٤ \text{ طن}$$

ب)

مراكز الفئات	٠	٠,٢٢	٠,٥٨	١,١١	١,٦٨
عدد الأسابيع (ت)	١٣	٥	٨	٢٠	٦

الوسط الحسابي $\approx \frac{٣٨,٠٢}{٥٢} = ٠,٧٣$ الانحراف المعياري $\approx \sqrt{\frac{٤٤,٥٠٩٦}{٣٩} - \left(\frac{٣٨,٠٢}{٣٩}\right)^{٢}} = ٠,٥٧$ طنًا.

يتناقص الوسط الحسابي من ٠,٩٧ إلى ٠,٧٣ طنًا، ويتزايد الانحراف المعياري من ٠,٤٤ إلى ٠,٥٧ طنًا.

١٣) أ) مراكز الفئات هي ٢٧ ، ٣٤,٥ ، ٤٢ ، ٥٣

$$\frac{(٢٧ \times ١٤) + ٣٤,٥س + ٤٢(٣٠ - س) + (٥٣ \times ٦)}{٥٠} \approx ٣٧,٣٢$$

١٩٥٦ − ٧,٥ س = ١٨٦٦ يعطي س = ١٢، فيكون ص = ٣٠ − ١٢ = ١٨

بعد سنة، تمّ ضمّ عمر سالم إلى أعمار الموظفين، فازدادت حدود الفئات وقيم مراكز الفئات واحدًا.

العمر (بالسنوات)	س	٣١–٢٤	٣٨–٣٢	٤٦–٣٩	٦٠–٤٧
مركز الفئة	س	٢٨	٣٥,٥	٤٣	٥٤
عدد الموظفين	١	١٤	١٢	١٨	٦

العمر معطى بالسنوات الكاملة؛ وعليه، يتمّ احتساب السنوات الكاملة فقط. الشخص الذي عمره ٤٥,٩٥ سنة يُحسب عمره ٤٥ سنة، وليس ٤٦ سنة.

حدود الفئات تصبح ٢٣ ، ٣١ ، ٣٨ ، ٤٦ ، ٦٠

$$\frac{س + (٢٨ \times ١٤) + (٣٥,٥ \times ١٢) + (٤٣ \times ١٨) + (٥٤ \times ٦)}{٥١} = ٣٨$$

س + ١٩١٦ = ١٩٣٨

عمر سالم هو س = ٢٢ سنة

التباين الأصلي $= \frac{٧٣٠٩٥}{٥٠} - \left(\frac{١٨٦٦}{٥٠}\right)^{٢} = ٦٩,٧٢$ سنة^{٢}

التباين الجديد $= \frac{٧٧٣٦١}{٥١} - \left(\frac{١٩٣٨}{٥١}\right)^{٢} = ٧٢,٨٨$ سنة^{٢}

ازداد التباين (بمقدار ٥,٤٥٪) من ٦٩,١٢ إلى ٧٢,٨٨ سنة^{٢}

النسخة الإلكترونية الشاملة