ر = $\frac{س}{٢}$ أو $\frac{-\frac{١}{٢}}{٢}$ أو $-\frac{١}{٤}$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = −١، ر = $-\frac{١}{٤}$

$جـ_{\infty} = \frac{-١}{١ - -\frac{١}{٤}}$

$جـ_{\infty} = -\frac{٤}{٥}$

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثالثة

١) الأساس:

د = ١,٥ − ١,٧٥ = −٠,٢٥

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ \times ١,٧٥ + (ن - ١) \times -٠,٢٥]$

$-ن = \frac{ن}{٢}[-٣,٥ + ٠,٢٥ن + ٠,٢٥]$

$-ن = \frac{ن}{٢}[٢ \times ١,٧٥ + (ن - ١) \times -٠,٢٥]$

$-٢ن = ٣,٧٥ن - ٠,٢٥ن^{٢}$

$٠,٢٥ن^{٢} - ٣,٧٥ن - ٢ن = ٠$

$٠,٢٥ن^{٢} - ٥,٧٥ن = ٠$

$٠,٢٥ن (ن - ٢٣) = ٠$

ن = ٠ ترفض، أو ن = ٢٣

قيمة ن = ٢٣

٢) $أر = -١٤٥٨، أر^{٤} = ٤٣٢$

أ) $\frac{أر^{٤}}{أر} = \frac{٤٣٢}{-١٤٥٨}$

$ر^{٣} = -\frac{٨}{٢٧}$

$ر = -\frac{٢}{٣}$

ب) $أر = -١٤٥٨$

$أ = -١٤٥٨ \div ر$

$أ = -١٤٥٨ \div -\frac{٢}{٣}$

أ = ٢١٨٧

ج) باستخدام $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$، أ = ٢١٨٧، $ر = -\frac{٢}{٣}$

$جـ_{\infty} = \frac{٢١٨٧}{١ - -\frac{٢}{٣}}$

$جـ_{\infty} = ١٣١٢,٢$

٣) أ) استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$جـ_{١٠٠} = \frac{١٠٠}{٢}[٢أ + (١٠٠ - ١)د]$

$جـ_{١٠٠} = ٥٠[٢أ + ٩٩د]$

$جـ_{٢٠} = ١٠[٢أ + ١٩د]$

$٥٠[٢أ + ٩٩د] = ٢٥ \times ١٠[٢أ + ١٩د]$

٢أ + ٩٩د = ١٠أ + ٩٥د

٤د = ٨أ

د = ٢أ

ب) استخدم الحدّ النوني = أ + (ن − ١)د

$ح_{٥٠} = أ + (٥٠ - ١) \times ٢أ$

= أ + ٩٨أ

= ٩٩أ

٤) أ) استخدم الحدّ النوني = أ + (ن − ١)د

$ح_{١٠} = أ + (١٠ - ١) \times د$

١٧ = أ + ٩د ..... (١)

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$جـ_{٥} = \frac{٥}{٢}[٢أ + (٥ - ١)د]$

٧٦ = ٢أ + ٤د

٣٨ = أ + ٢د ..... (٢)

اطرح المعادلة (٢) من المعادلة (١) لتحصل على:

−٢١ = ٧د

د = −٣

المعلم الإلكتروني الشامل

عوّض عن د = −٣ في المعادلة (١) لتحصل على:

١٧ = أ + ٩ (−٣)

أ = ٤٤

ب استخدم الحدّ النوني ح$_{ن}$ = أ + (ن − ١)د

−١٩ = ٤٤ + (ن − ١) × −٣

−١٩ = ٤٤ − ٣ن + ٣

٣ن = ٦٦

ن = ٢٢

٥) أ استخدم الحدّ النوني ح$_{ن}$ = أ + (ن − ١)د

ح$_{٥}$ = أ + (٥ − ١)د

١٨ = أ + ٤د ..... (١)

استخدم جـ$_{ن}$ = $\frac{ن}{٢}$[٢أ + (ن − ١)د]

جـ$_{٨}$ = $\frac{٨}{٢}$[٢أ + (٨ − ١)د]

١٨٦ = ٨أ + ٢٨د

٩٣ = ٤أ + ١٤د ..... (٢)

اضرب المعادلة (١) في ٤ ثم اطرح المعادلة (٢) لتحصل على:

٧٢ = ٤أ + ١٦د

−٢١ = ٢د

د = −١٠,٥

الأساس −١٠,٥

عوّض عن د = −١٠,٥ في المعادلة (١) لتحصل على:

١٨ = أ + ٤ (−١٠,٥)

أ = ٦٠

ب أ = ٣٢، أر^{٣} = $\frac{١}{٢}$

اقسم لتحصل على:

$\frac{أر^{٣}}{أ}$ = $\frac{\frac{١}{٢}}{٣٢}$

ر^{٣} = $\frac{١}{٦٤}$

ر = $\frac{١}{٤}$

استخدم جـ$_{∞}$ = $\frac{أ}{١ - ر}$، ر = $\frac{١}{٤}$، أ = ٣٢:

جـ$_{∞}$ = $\frac{٣٢}{\frac{١}{٤} - ١}$

جـ$_{∞}$ = ٤٢ $\frac{٢}{٣}$

٦) أ استخدم الحدّ النوني ح$_{ن}$ = أ + (ن − ١)د

ح$_{٧}$ = أ + (٧ − ١)د

١٩ = أ + ٦د ..... (١)

استخدم جـ$_{ن}$ = $\frac{ن}{٢}$[٢أ + (ن − ١)د]

جـ$_{١٢}$ = $\frac{١٢}{٢}$[٢أ + (١٢ − ١)د]

٢٢٤ = ١٢أ + ٦٦د ..... (٢)

اضرب المعادلة (١) في ١٢ لتحصل على:

٢٢٨ = ١٢أ + ٧٢د

ثم اطرح المعادلة (٢) لتحصل على:

٦د = ٤

د = $\frac{٢}{٣}$

عوّض عن د = $\frac{٢}{٣}$ في معادلة (١) لتحصل على:

١٩ = أ + ٦($\frac{٢}{٣}$)

أ = ١٥

استخدم الحدّ النوني ح$_{ن}$ = أ + (ن − ١)د:

ح$_{٤}$ = ١٥ + (٤ − ١) × $\frac{٢}{٣}$ = ١٧

ب المتتالية الهندسيّة الأولى:

أ = ٣، الأساس = ر.

جـ$_{∞}$ = جـ

المتتالية الهندسيّة الثانية:

أ = ٢، الأساس = $\frac{١}{٥}$ ر

جـ$_{∞}$ = جـ

المعلم الإلكتروني الشامل

استخدم $جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$

$$\frac{٣}{١ - ر} = \frac{٢}{١ - \frac{١}{٥}ر}$$

$$٣(١ - \frac{١}{٥}ر) = ٢(١ - ر)$$

$$٣ - \frac{٣}{٥}ر = ٢ - ٢ر$$

$$\frac{٧}{٥}ر = -١$$

$$ر = -\frac{٥}{٧}$$

عوّض عن $ر = -\frac{٥}{٧}$، $أ = ٣$

$جـ_\infty = جـ$ في $جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$ لتحصل على:

$$جـ = \frac{٣}{١ - (-\frac{٥}{٧})}$$

$$جـ = \frac{٧}{٤}$$

٧) أ المتتالية الهندسيّة الأولى:

الحدّ الأول أ، الأساس ر، والمجموع

إلى مالانهاية جـ.

$جـ_\infty = \frac{أ}{١ - ر}$ ..... (١)

المتتالية الهندسيّة الثانية:

الحدّ الأول ٥أ، الأساس ٣ر، $جـ_\infty = ١٠جـ$.

$جـ = \frac{٥أ}{١ - ٣ر}$ ..... (٢)

اضرب المعادلة (١) في ١٠ لتحصل على:

$$١٠جـ = \frac{٥أ}{١ - ر}$$

ساوِ هذه مع المعادلة (٢) لتحصل على:

$$\frac{٥أ}{١ - ٣ر} = \frac{٥أ}{١ - ر}$$

$$٥أ(١ - ر) = ١٠أ(١ - ٣ر)$$

$$٥أ - ٥أر = ١٠أ - ٣٠أر$$

$$٢٥أر = ٥أ$$

$$ر = \frac{١}{٥}$$

ب $أ = -٤$

$$ح_ن = ٨$$

$$ح_{٢ن} = ٢٠,٨$$

استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$:

$$٨ = -٤ + (ن - ١)د$$

$$١٢ = (ن - ١)د$$ ..... (١)

و: $٢٠,٨ = -٤ + (٢ن - ١)د$

$$٢٤,٨ = (٢ن - ١)د$$ ..... (٢)

اقسم المعادلة (٢) على المعادلة (١):

$$\frac{٢٤,٨}{١٢} = \frac{(٢ن - ١)د}{(ن - ١)د}$$

بسّط د لتحصل على:

$$٢٤,٨(ن - ١) = ١٢(٢ن - ١)$$

$$٢٤,٨ن - ٢٤,٨ = ٢٤ن - ١٢$$

$$١٢,٨ = ٢٤,٨ن - ٢٤ن$$

$$ن = ١٦$$

٨) أ **النموذج الأول: متتالية حسابية**

$أ = ١٠٠٠$ ، $د = ١٠٠$

اليوم الأول الجائزة = ١٠٠٠ ريال عُماني

خلال التبرعات الخيرية = ٥٪ من ١٠٠٠ ريال عُماني = ٥٠ ريالًا عُمانيًا

اليوم الثاني الجائزة = ٢٠٠٠ ريال عُماني

خلال التبرعات الخيرية = ٥٪ من ٢٠٠٠ ريال عُماني = ١٠٠ ريال عُماني

اليوم الثالث الجائزة = ٣٠٠٠ ريال عُماني

خلال التبرعات الخيرية = ٥٪ من ٣٠٠٠ ريال عُماني = ١٥٠ ريالًا عُمانيًا

وهكذا ...

المعلم الإلكتروني الشامل

التبرعات الخيرية تشكل متتالية هندسيّة:

٥٠، ١٠٠، ١٥٠،....

استخدم جـ$_{ن}$ = $\frac{ن}{٢}$[٢أ + (ن − ١)د]

أ = ٥٠ ، ن =٤٠ ، د = ٥٠

جـ$_{٤٠}$ = $\frac{٤٠}{٢}$[٢ × ٥٠ + (٤٠ − ١) × ٥٠]

جـ$_{٤٠}$ = ٤١٠٠٠

إذا استخدم النموذج الأول تكون التبرعات الخيرية ٤١٠٠٠ ريال عُماني.

ب **النموذج ٢:** متتالية هندسية أ = ١٠٠٠، د = ١٠٠٠

اليوم الأول الجائزة = ١٠٠٠ ريالات عُمانية

خلال التبرعات الخيرية = ٥٪ من ١٠٠٠ ريالات عُمانية = ٥٠ ريال عُماني

اليوم الثاني الجائزة = ١٠٠٠ × ١,١ = ١١٠٠ ريال عُماني

خلال التبرعات الخيرية= ٥٪ من ١١٠٠ ريالات عُمانية = ٥٥ ريال عُماني

اليوم الثالث الجائزة = ١١٠٠ × ١,١ = ١٢١٠ ريال عُماني

خلال التبرعات الخيرية = ٥٪ من ١٢١٠ ريالات عُمانية = ٦٠,٥ ريال عُماني

وهكذا

استخدم جـ$_{ن}$ = $\frac{أ(أر^{ن} - ١)}{ر - ١}$ ،

أ = ٥٠، ر = ١,١، ن = ٤٠

جـ$_{٤٠}$ = $\frac{٥٠(١,١^{٤٠} - ١)}{١,١ - ١}$

= ٢٢١٢٩,٦٢

إذا استخدم النموذج ٢ يكون مقدار التبرع الخيري ٢٢١٠٠ ريال عُماني لأقرب ١٠٠ ريال.

ملاحظة: الإجابة نفسها، يكون التبرع للجمعيات الخيرية إذا كان

النموذج ١: أ = ١٠٠٠، د ١٠٠٠، ن = ٤٠

جـ$_{٤٠}$ = $\frac{٤٠}{٢}$ [٢ × ١٠٠٠ + (٤٠ − ١) × ١٠٠٠]

= ٨٢٠٠٠٠ ريال عُماني

ثم أوجد ٥ ٪ من ٨٢٠٠٠ وهي ٤١٠٠٠ ريال عُماني

النموذج ٢: أ = ١٠٠٠، ر = ١,١، ن = ٤٠

جـ$_{٤٠}$ = $\frac{١٠٠٠(١,١^{٤٠} - ١)}{١,١ - ١}$

جـ$_{٤٠}$ = ٤٤٢٥٩٢,٥٥ ثم نجد أن ٥٪ من ٤٤٢٥٩٢,٥٥ = ٢٢١٢٩,٦٢ ريال عُماني (مقربة إلى أقرب عددَين عشريَّين)

٩) أ المتتالية الحسابية:

الحدّ الأول أ = ١

الحدّ الثاني = (جتا(س))^{٢}

استخدم ح$_{ن}$ = أ + (ن − ١) د:

الحدّ الثاني ن = ٢، أ = ١

(جتا(س))^{٢} = ١ + (٢ − ١) د

(جتا(س))^{٢} − ١ = د

استخدم (جا(س))^{٢} + (جتا(س))^{٢} = ١

(جتا(س))^{٢} − ١ = −(جا(س))^{٢}

∴ د = −(جا(س))^{٢}

استخدم جـ$_{ن}$ = $\frac{ن}{٢}$[٢أ + (ن − ١)د]

ن = ١٠، أ = ١، د = −(جا(س))^{٢}

جـ$_{١٠}$ = $\frac{١٠}{٢}$ [٢ × ١ + (١٠ − ١) × −(جا(س))^{٢}]

جـ$_{١٠}$ = ٥ [٢ − ٩(جا(س))^{٢}]

جـ$_{١٠}$ = ١٠ − ٤٥(جا(س))^{٢}

أ = ١٠، ب = ٤٥

ب متتالية هندسيّة:

الحدّ الأول أ = ١

الحدّ الثاني أر = $\frac{١}{٣}$ ظا^{٢}(هـ)

المعلم الإلكتروني الشامل

اقسم الحدّ الثاني على الحدّ الأول لتحصل على:

$$\frac{\text{أ}_{\text{ر}}}{\text{أ}} = \frac{\frac{1}{3}\text{ظا}^{2}(\text{هـ})}{1}$$

$$\text{ر} = \frac{1}{3}\text{ظا}^{2}(\text{هـ})$$

المتتالية متقاربة لذا:

$$-1 < \text{ر} < 1$$

أو: $-1 < \frac{1}{3}\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) < 1$

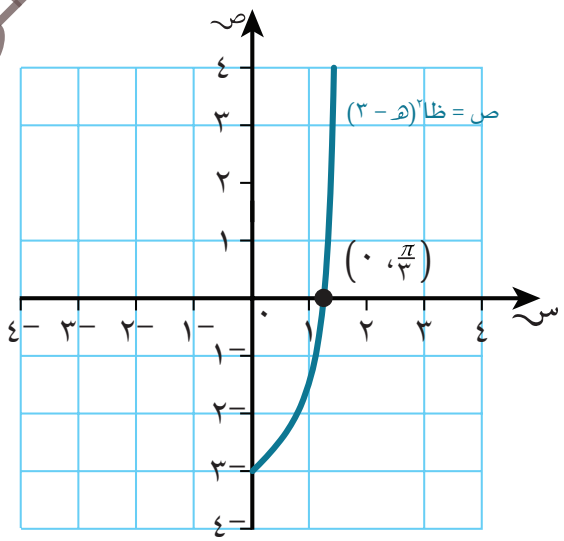
حلّ $\frac{1}{3}\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) < 1$ لتحصل على:

$$\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) < 3$$

$$\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) - 3 < 0$$

منحنى الدالّة ص = ظا^{2}(هـ) −٣ لكل ٠ < هـ < $\frac{1}{3}\pi$:

(هذا هو منحنى الدالّة ص = ظا^{2}(هـ) وقد سُحِب بالمتجه $\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$)



نجد المقطع من المحور −هـ بحل المعادلة

$$\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) = 3$$

$$\text{ظا}(\text{هـ}) = \pm\sqrt{3}$$

إذا ظا(هـ) = $\sqrt{3}$ يكون قياس هـ = $\frac{\pi}{3}$

(إذا ظا (هـ) =− $\sqrt{3}$ فلا يوجد حلّ في هذا المجال).

حل $\frac{1}{3}\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) > -1$ لتحصل على:

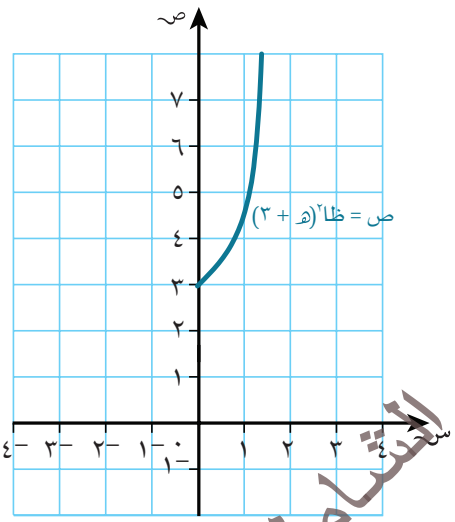
$$\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) > -3$$

$$\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) + 3 > 0$$

منحنى الدالّة ص

= ظا^{2}(هـ) + ٣ لكل ٠ < هـ < $\frac{1}{3}\pi$:

(هذا هو منحنى الدالّة ص = ظا^{2}(هـ) وقد سُحِب بالمتجه $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$)



من المنحنى تلاحظ أنه لا يوجد مقطع من محور −هـ

حل بديل: نجد المقطع من المحور −هـ بحلّ:

= ظا^{2}(هـ) + ٣

ظا^{2}(هـ) = −٣ لا يوجد حلّ لهذه المعادلة، أي لا يوجد مقطع من المحور −هـ.

للمتباينة $\frac{1}{3}\text{ظا}^{2}(\text{هـ}) < 1$ نحتاج إلى أن نجد مدى قيم هـ عندما يكون المنحنى سالبًا (تحت المحور −هـ).

الحلّ هو ٠ < هـ < $\frac{\pi}{3}$ (هـ < $\frac{\pi}{3}$ حلّ مقبول).

المعلم الإلكتروني الشامل

٢) استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$، $ر = \frac{١}{٣}$ ظا^{٢}(هـ)، أ = ١:

$جـ_{\infty} = \frac{١}{١ - \frac{١}{٣}\text{ظا}^{٢}(هـ)}$، إذًا $= \frac{\pi}{٦}$ فإن:

$جـ_{\infty} = \frac{١}{١ - \frac{١}{٣}\text{ظا}^{٢}\left(\frac{\pi}{٦}\right)}$،

$جـ_{\infty} = \frac{١}{١ - \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣}}$،

$جـ_{\infty} = ١,١٢٥$

١٠) أ متتالية حسابية

الحدّ الأول أ = ٤ س

الحدّ الثاني = س^{٢}

د = ١٢

س^{٢} − ٤س = ١٢

س^{٢} − ٤ س − ١٢ = ٠

(س − ٦) (س + ٢) = ٠

س = ٦ أو س = −٢

إذا كان س = ٦ الحدّ الثالث = ٦^{٢} + ١٢ أو ٤٨.

إذا كان س = −٢ الحدّ الثالث = (−٢)^{٢} + ١٢ أو ١٦.

قِيم الحدّ الثالث الممكنة هي ٤٨، ١٦

ب المتتالية هندسيّة

الحدّ الأول أ = ٤س

الحدّ الثاني أر = س^{٢}

اقسم لتحصل على:

$\frac{أر}{أ} = \frac{س^{٢}}{٤س}$

فيكون ر = $\frac{س}{٤}$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$

$٨ = \frac{٤س}{١ - \frac{س}{٤}}$

$٨ = ٤س\left(١ - \frac{س}{٤}\right)$

٨ − ٢س = ٤س

٦س = ٨

$س = \frac{٤}{٣}$

وعليه، فإن ر = $\frac{\frac{٤}{٣}}{٤}$ أو $\frac{١}{٣}$

الحدّ الثالث هو أر^{٢} = $٤\left(\frac{٤}{٣}\right)\left(\frac{١}{٣}\right)^{٢} = \frac{١٦}{٢٧}$

١١) أ المتتالية الهندسيّة

الحدّ الثالث أر^{٢} = $\frac{١}{٣}$

الحدّ الرابع أر^{٣} = $\frac{٢}{٩}$

اقسم لتحصل على:

$\frac{أر^{٣}}{أر^{٢}} = \frac{\frac{٢}{٩}}{\frac{١}{٣}}$

ر = $\frac{٢}{٣}$

الحدّ الأول أ حيث $\frac{أر^{٢}}{أر} = \frac{\frac{١}{٣}}{\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}}$

أ = $\frac{٣}{٤}$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$:

$جـ_{\infty} = \frac{\frac{٣}{٤}}{١ - \frac{٢}{٣}}$

$جـ_{\infty} = ٢\frac{١}{٤}$

ب المتتالية الحسابية:

ن = ٥

الحدّ الخامس (الأكبر) = ٤ × الحدّ الأول

المعلم الإلكتروني الشامل

وعليه، فإنه إذا كان الحدّ الأول أ فإن الحدّ الخامس ٤أ .

$جـ_{٥} = ٣٦٠$

استخدم $جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}(أ + ل)$

استخدم $جـ_{٥} = \frac{٥}{٢}(أ + ٤أ)$

$٣٦٠ = \frac{٥}{٢}(أ + ٤أ)$

$٣٦٠ = ١٢,٥أ$

$أ = ٢٨,٨$

قياس أكبر زاوية هو ٤ × ٢٨,٨° أو ١١٥,٢°

١٢ أ المتتالية الحسابية

$جـ_{١٠} = ٤٠٠$

استخدم $جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$جـ_{١٠} = \frac{١٠}{٢}[٢أ + ٩د]$

$٤٠٠ = ١٠أ + ٤٥د$ ..... (١)

مجموع الحدود العشرة من $ح_{١٠}$ إلى $ح_{٢٠} = ١٠٠٠$

$جـ_{١١-٢٠} = جـ_{١-١٠} + جـ_{١١-٢٠}$

$جـ_{١-٢٠} = ٤٠٠ + ١٠٠٠$

$= ١٤٠٠$

استخدم $جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$جـ_{٢٠} = \frac{٢٠}{٢}[٢أ + ١٩د]$

$١٤٠٠ = ٢٠أ + ١٩٠د$ ..... (٢)

اضرب المعادلة (١) في المعادلة (٢) ثم اطرح المعادلة (٢) لتحصل على:

$٨٠٠ = ٢٠أ + ٩٠د$

$١٤٠٠ = ٢٠أ + ١٩٠د$

$-٦٠٠ = -١٠٠د$

$د = ٦$

عوّض عن د = ٦ في المعادلة (١) لتحصل على:

$٤٠٠ = ١٠أ + ٤٥ \times ٦$

$١٠أ = ١٣٠$

$أ = ١٣$

الأساس ٦ والحدّ الأول ١٣.

ب المتتالية الهندسية..... ١

الحدّ الأول: أ، الأساس: ر، $جـ_{∞} = ٦$

$جـ_{∞} = \frac{أ}{١ - ر} = ٦$

$أ = ٦(١ - ر)$ ..... (١)

المتتالية الهندسية..... ٢

الحدّ الأول: ٢أ، الأساس: $ر^{٢}$، $جـ_{∞} = ٧$

$جـ_{∞} = \frac{٢أ}{١ - ر^{٢}} = ٧$

$٢أ = ٧(١ - ر^{٢})$

$أ = ٣,٥(١ - ر^{٢})$ ..... (٢)

مساواة المعادلة (١) مع المعادلة (٢)

$٦(١ - ر) = ٣,٥(١ - ر^{٢})$

استخدم الفرق بين مربّعَين لتحصل على:

$٦(١ - ر) = ٣,٥(١ - ر)(١ + ر)$

اقسم الطرفَين على (١ - ر) لتحصل على:

$٦ = ٣,٥(١ + ر)$

$٦ = ٣,٥ + ٣,٥ر$

$ر = \frac{٥}{٧}$

عوّض عن ر= $\frac{٥}{٧}$ في المعادلة (١) لتحصل على:

$أ = ٦(١ - \frac{٥}{٧})$

$أ = \frac{١٢}{٧}$

المعلم الإلكتروني الشامل