فيكون $-1 < 2$ جتا(س) < 1

حلّ: 2جتا(س) > -1:

جتا(س) $> \frac{1}{2}$

المجال المعطى $0 < س < \frac{\pi}{2}$:

$\frac{\pi}{3} > س > \frac{\pi}{2}$

حلّ: 2جتا(س) < -1

جتا(س) $< -\frac{1}{2}$

والمجال المعطى $0 < س < \frac{\pi}{2}$ ، جتاس موجب في هذا المجال.

الحلّ: $\frac{\pi}{3} < س < \frac{\pi}{2}$

تمارين ٣-٤

١) أ حسابية: الحدّ الأول = ١٦،

الحدّ الثاني = ٢٤، د = ٢٤ − ١٦ = ٨

استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$:

$ح_٨ = ١٦ + (٨ - ١)٨$

$= ٧٢$

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(أ + ل)$، أ = ١٦، ل = ٧٢،

$جـ_٨ = \frac{٨}{٢}(١٦ + ٧٢)$

$= ٣٥٢$

ب أ = ١٦، أر = ٢٤

$\frac{أر}{أ} = \frac{٢٤}{١٦}$

ر = ١,٥

استخدم $جـ_ن = \frac{(أر^ن - ١)}{ر - ١}$:

ن = ٨، أ = ١٦، ر = ١,٥

$جـ_٨ = \frac{١٦(١,٥^٨ - ١)}{١,٥ - ١}$

$= ٧٨٨,١٢٥$

٢) أ أ = ٢٠، أر = ١٦

$\frac{أر}{أ} = \frac{١٦}{٢٠}$

ر = ٠,٨

استخدم $جـ_∞ = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = ٢٠، ر = ٠,٨

$جـ_∞ = \frac{٢٠}{١ - ٠,٨}$

$جـ_∞ = ١٠٠$

ب الحدّ الأوّل = ٢٠، الحدّ الثاني = ١٦

د = ١٦ − ٢٠ = −٤

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن-١)د]$

$-١٦٠ = \frac{ن}{٢}[٢ \times ٢٠ + (ن - ١) \times -٤]$

$-٣٢٠ = ن[٤٠ - ٤ن + ٤]$

$-٣٢٠ = ٤٠ن - ٤ن^٢$

$٤ن^٢ - ٤٤ن - ٣٢٠ = ٠$

$ن^٢ - ١١ن - ٨٠ = ٠$

$(ن - ١٦)(ن + ٥) = ٠$

ن = ١٦، أو ن = −٥ (ترفض)

يوجد ١٦ حدًّا.

٣) أ في المتتالية الهندسية:

الحدّ الأول أ = ١٢

الحدّ الثاني $ح_٢ = ١٢ر$

الحدّ الثالث $ح_٣ = ١٢ر^٢$

في المتتالية الحسابية:

المعلم الإلكتروني الشامل

الحدّ الأول أ = ١٢

الحدّ الرابع $ح_٤$ = ١٢+ ٣د

الحدّ العاشر $ح_{١٠}$ = ١٢ + ٩د

١٢+ ٣د = ١٢ر..... (١)

١٢+ ٩د= ١٢$ر^{٢}$..... (٢)

اضرب المعادلة (١) في ٣ ثم اطرح المعادلة (٢) لتحصل على

٣٦ + ٩د = ٣٦ر

١٢ + ٩د = ١٢$ر^{٢}$

٢٤ = ٣٦ر – ١٢$ر^{٢}$

١٢$ر^{٢}$ – ٣٦ر + ٢٤ = ٠

$ر^{٢}$ – ٣ر + ٢ = ٠

(ر – ٢)(ر – ١) = ٠

ر = ٢ أو ر = ١ (مرفوض)

ر = ٢

ب الهندسية: $ح_ن$ = أ$ر^{ن-١}$

$ح_٦$ = ١٢× $٢^{٦-١}$

=٣٨٤

الحسابية: استخدم معادلة (١)، ١٢ + ٣د

= ١٢ × ٢

٣د = ١٢

د = ٤

استخدم $ح_ن$ = أ + (ن – ١)د:

$ح_٦$ = ١٢ + (٦ – ١) × ٤

= ٣٢

٤) المتتالية الهندسية ن = ٨، أ = ٢٥٦، ر = $\frac{١}{٢}$ أو ٠,٥

استخدم $جـ_ن$ = $\frac{أ(١ - ر^{ن})}{١ - ر}$:

$جـ_٨$ = $\frac{٢٥٦(١ - ٠,٥^{٨})}{١ - ٠,٥}$

$جـ_٨$ = ٥١٠

المتتالية الحسابية ن = ٥١، د = $\frac{١}{٢}$ أو ٠,٥

استخدم $جـ_ن$ = $\frac{ن}{٢}$[٢أ + (ن – ١)د]،

$جـ_{٥١}$ = $\frac{٥١}{٢}$[٢أ + (٥١ – ١) × ٠,٥]

$جـ_{٥١}$ = $\frac{٥١}{٢}$[٢أ + ٢٥]

فيكون، ٥١٠ = $\frac{٥١}{٢}$[٢أ + ٢٥]

٢٠ = ٢أ + ٢٥

أ = –٢,٥

استخدم $ح_ن$ = أ + (ن – ١)د:

الحدّ الأخير = –٢,٥ + (٥١ – ١) × ٠,٥

الحدّ الأخير = ٢٢,٥

٥) أ في المتتالية الهندسية:

الحدّ الأول أ = ١٠٠

الحدّ الثاني $ح_٢$ = ١٠٠ر

الحدّ الثالث $ح_٣$ = ١٠٠ $ر^{٢}$

في المتتالية الحسابية:

الحدّ الأول أ = ١٠٠

الحدّ السادس $ح_٦$ = ١٠٠ + ٥د

الحدّ التاسع $ح_٩$ = ١٠٠ +٨د

١٠٠ + ٥د = ١٠٠ ر..... (١)

١٠٠ +٨د = ١٠٠ $ر^{٢}$ ..... (٢)

اضرب المعادلة (١) في ٨، والمعادلة (٢) في ٥ ثم اطرح (٢) لتحصل على:

٨٠٠+ ٤٠د = ٨٠٠ ر

٥٠٠ + ٤٠د = ٥٠٠ر^{٢}

فيكون ٣٠٠ = ٨٠٠ ر – ٥٠٠ر^{٢}

٥٠٠ر^{٢} – ٨٠٠ ر + ٣٠٠ = ٠

٥ر^{٢} – ٨ ر + ٣ = ٠

(٥ر – ٣) (ر – ١) = ٠

المعلم الإلكتروني الشامل

أما ر − ١ = ٠، فيكون ر = ١ (مرفوض)

أو ر = $\frac{٣}{٥}$

ب المتتالية الهندسية ح$_ن$ = أر$^{ن-١}$

ح$_٥$ = ١٠٠ ($\frac{٣}{٥}$)$^{٥-١}$

= ١٢,٩٦

المتتالية الحسابية، استخدم المعادلة (١):

١٠٠+ ٥د = ١٠٠ × $\frac{٣}{٥}$

٥د = −٤٠

د = −٨

استخدم ح$_ن$ = أ + (ن − ١) د:

ح$_٥$ = ١٠٠ + (٥ − ١) × −٨

ح$_٥$ = ٦٨

٦) أ أ = ١٦، جـ$_{٢٠}$ = ١٠٨٠

استخدم جـ$_ن$ = $\frac{ن}{٢}$[٢أ + (ن − ١) د]:

١٠٨٠ = $\frac{٢٠}{٢}$[٢ × ١٦ + (٢٠ − ١) د]

١٠٨ =٣٢ + ١٩د

١٩د = ٧٦

د = ٤

ب في المتتالية الهندسية:

الحدّ الأول أ = ١٦

الحدّ الثاني ح$_٢$ = ١٦ر

الحدّ الثالث ح$_٣$ = ١٦ر^٢

في المتتالية الحسابية:

الحدّ الأول أ = ١٦

الحدّ الثالث ح$_٣$ =١٦ + ٢ × ٤ = ٢٤

الحدّ النوني ح$_ن$ = ١٦ + (ن − ١) × ٤

= ١٦ + ٤ن − ٤

= ١٢ + ٤ن

فيكون ٢٤ = ١٦ر

ر= ١,٥

وأيضًا، ١٢ + ٤ن = ١٦ر^٢

١٢+ ٤ن = ١٦ × ١,٥^٢

١٢ + ٤ن = ٣٦

ن = ٦

٧) أ إذا كانت المتتالية حسابية، الحدّ الأول

أ = ٢س، والحدّ الثاني س^٢، د = ١٥

فيكون س^٢ − ٢س = ١٥

س^٢ − ٢س − ١٥ = ٠

(س − ٥)(س + ٣) = ٠

س = ٥ أو س = −٣

إذا كان س= ٥ يكون الحد الثالث س^٢ + ١٥

ويساوي ٥^٢ + ١٥ = ٤٠

إذا كان س= −٣ يكون الحد الثالث س^٢ + ١٥

ويساوي (−٣)^٢ + ١٥ = ٢٤

القيم الممكنة للحدّ الثالث هي ٢٤، ٤٠

ب إذا كانت المتتالية هندسيّة،

الحدّ الأول أ = ٢س

الحدّ الثاني أر = س^٢

الحدّ الثالث أر^٢ = − $\frac{١}{١٦}$

$\frac{أر}{أ}$ = $\frac{س^٢}{٢س}$

ر = $\frac{س}{٢}$

و $\frac{أر}{أ}$ = $\frac{-\frac{١}{١٦}}{س^٢}$

ر = − $\frac{١}{١٦س^٢}$

$\frac{س}{٢}$ = − $\frac{١}{١٦س^٢}$

س^٣ = − $\frac{١}{٨}$

س = − $\frac{١}{٢}$

الحدّ الأوّل ٢ × − $\frac{١}{٢}$ = −١

المعلم الإلكتروني الشامل

ر = $\frac{س}{٢}$ أو $\frac{-\frac{١}{٢}}{٢}$ أو $-\frac{١}{٤}$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = −١، ر = $-\frac{١}{٤}$

$جـ_{\infty} = \frac{-١}{١ - -\frac{١}{٤}}$

$جـ_{\infty} = -\frac{٤}{٥}$

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثالثة

١) الأساس:

د = ١,٥ − ١,٧٥ = −٠,٢٥

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ \times ١,٧٥ + (ن - ١) \times -٠,٢٥]$

$-ن = \frac{ن}{٢}[-٣,٥ + ٠,٢٥ن + ٠,٢٥]$

$-ن = \frac{ن}{٢}[٢ \times ١,٧٥ + (ن - ١) \times -٠,٢٥]$

$-٢ن = ٣,٧٥ن - ٠,٢٥ن^{٢}$

$٠,٢٥ن^{٢} - ٣,٧٥ن - ٢ن = ٠$

$٠,٢٥ن^{٢} - ٥,٧٥ن = ٠$

$٠,٢٥ن (ن - ٢٣) = ٠$

ن = ٠ ترفض، أو ن = ٢٣

قيمة ن = ٢٣

٢) $أر = -١٤٥٨، أر^{٤} = ٤٣٢$

أ) $\frac{أر^{٤}}{أر} = \frac{٤٣٢}{-١٤٥٨}$

$ر^{٣} = -\frac{٨}{٢٧}$

$ر = -\frac{٢}{٣}$

ب) $أر = -١٤٥٨$

$أ = -١٤٥٨ \div ر$

$أ = -١٤٥٨ \div -\frac{٢}{٣}$

أ = ٢١٨٧

ج) باستخدام $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$، أ = ٢١٨٧، $ر = -\frac{٢}{٣}$

$جـ_{\infty} = \frac{٢١٨٧}{١ - -\frac{٢}{٣}}$

$جـ_{\infty} = ١٣١٢,٢$

٣) أ) استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$جـ_{١٠٠} = \frac{١٠٠}{٢}[٢أ + (١٠٠ - ١)د]$

$جـ_{١٠٠} = ٥٠[٢أ + ٩٩د]$

$جـ_{٢٠} = ١٠[٢أ + ١٩د]$

$٥٠[٢أ + ٩٩د] = ٢٥ \times ١٠[٢أ + ١٩د]$

٢أ + ٩٩د = ١٠أ + ٩٥د

٤د = ٨أ

د = ٢أ

ب) استخدم الحدّ النوني = أ + (ن − ١)د

$ح_{٥٠} = أ + (٥٠ - ١) \times ٢أ$

= أ + ٩٨أ

= ٩٩أ

٤) أ) استخدم الحدّ النوني = أ + (ن − ١)د

$ح_{١٠} = أ + (١٠ - ١) \times د$

١٧ = أ + ٩د ..... (١)

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$جـ_{٥} = \frac{٥}{٢}[٢أ + (٥ - ١)د]$

٧٦ = ٢أ + ٤د

٣٨ = أ + ٢د ..... (٢)

اطرح المعادلة (٢) من المعادلة (١) لتحصل على:

−٢١ = ٧د

د = −٣

المعلم الإلكتروني الشامل