تمارين ٣-٣

١) أ $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = ٤٠، ر = $\frac{-٢٠}{٤٠}$ أو −٠,٥

$جـ_{\infty} = \frac{٤٠}{-١ - ٠,٥}$

$= ٢٦\frac{٢}{٣}$

٢) استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = ١، ر = $\frac{٠,٥}{١}$

أو ٠,٢٥

$جـ_{\infty} = \frac{١}{١ - ٠,٢٥} = \frac{٤}{٣}$

٣) $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = ٨، ر = $\frac{٦}{٨}$ أو ٠,٧٥

$جـ_{\infty} = \frac{٨}{١ - ٠,٧٥}$

$جـ_{\infty} = ٣٢$

٤) الحدّ الأول أ = ٢٧٠

$ح_{٤} = أر^{٣} = ٨٠$

وعليه، يكون، $٢٧٠ ر^{٣} = ٨٠$

$ر^{٣} = \frac{٨}{٢٧}$

$ر = \frac{٢}{٣}$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$

$جـ_{\infty} = \frac{٢٧٠}{١ - \frac{٢}{٣}}$

$جـ_{\infty} = ٨١٠$

٥) أ $٠,٥٧ = \frac{٥٧}{١٠٠} + \frac{٥٧}{١٠٠٠٠} + \frac{٥٧}{١٠٠٠٠٠٠} + ...$

ب أ = $\frac{٥٧}{١٠٠}$، ر = $\frac{١}{١٠٠}$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$:

$جـ_{\infty} = \frac{\frac{٥٧}{١٠٠}}{١ - \frac{١}{١٠٠}}$

$جـ_{\infty} = \frac{١٩}{٣٣}$

٦) أ أ = ١٥٠، $جـ_{\infty} = ٢٠٠$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$:

$٢٠٠ = \frac{١٥٠}{١ - ر}$

$٢٠٠(١ - ر) = ١٥٠$

$٢٠٠ - ٢٠٠ر = ١٥٠$

$٢٠٠ر = ٥٠$

ر = ٠,٢٥

$جـ_{ن} = \frac{أ(١ - ر^{ن})}{١ - ر}$

$جـ_{٤} = \frac{١٥٠(١ - ٠,٢٥^{٤})}{١ - ٠,٢٥}$

$جـ_{٤} = ١٩٩,٢١٨٧٥$

$جـ_{٤} = ١٩٩,٢١٨٧٥$

٧) أر = ٤,٥، $جـ_{\infty} = ١٨$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$:

$١٨ = \frac{أ}{١ - ر}$

$١٨(١ - ر) = أ$

$١٨ - ١٨ر = أ$ ..... (١)

وحيث إن أر = ٤,٥، أ = $\frac{٤,٥}{ر}$ ..... (٢)

عوّض عن أ في معادلة (١) لتحصل على ك

$١٨ - ١٨ر = \frac{٤,٥}{ر}$

$١٨ر - ١٨ر^{٢} = ٤,٥$

$١٨ر^{٢} - ١٨ر + ٤,٥ = ٠$

قارن هذا مع $أر^{٢} + ب ر + جـ = ٠$، فيكون أ = ١٨،

ب = −١٨، جـ = ٤,٥

واستخدم الصيغة التربيعية:

$ر = \frac{-(-١٨) \pm \sqrt{(-١٨)^{٢} - ٤(١٨)(٤,٥)}}{(١٨)٢}$

المعلم الإلكتروني الشامل

ر = $\frac{١٨}{٣٦}$ أو ٠,٥

وحيث أ = $\frac{٤,٥}{ر}$ ..... (٢)، ر = ٠,٥

الحدّ الأوّل = $\frac{٤,٥}{٠,٥}$ أو ٩

٨) ... + $\frac{١٥}{١٠٠٠٠٠}$ + $\frac{١٥}{١٠٠٠}$ + $\frac{٣}{١٠}$ = ٠,٣١٥١٥١٥١٥ ...

يتألف الطرف الأيمن من $\frac{٣}{١٠}$ إضافة إلى متتالية هندسية غير منتهية حيث أ = $\frac{١٥}{١٠٠٠}$، ر = $\frac{١}{١٠٠}$

فيكون $\frac{٣}{١٠}$ + $\frac{\frac{١٥}{١٠٠٠}}{١ - \frac{١}{١٠٠}}$

= $\frac{٣}{١٠}$ + $\frac{١}{٦٦}$

= $\frac{٥٢}{١٦٥}$

٩) أ) أر = ٩، أر^{٣} = ٤

اقسم لتحصل على:

$\frac{أر^{٣}}{أر}$ = $\frac{٤}{٩}$

ر^{٢} = $\frac{٤}{٩}$

ر = ± $\frac{٢}{٣}$ (تحذف القيمة السالبة)

ر = $\frac{٢}{٣}$

نجد الحدّ الأول أ من تعويض ر = $\frac{٢}{٣}$ في أر = ٩:

أ × $\frac{٢}{٣}$ = ٩

أ = ١٣,٥

ب) استخدم جـ$_{\infty}$ = $\frac{أ}{١ - ر}$:

جـ$_{\infty}$ = $\frac{١٣,٥}{١ - \frac{٢}{٣}}$

جـ$_{\infty}$ = ٤٠,٥

١٠) أ) أر^{٢} = ١٦، أر^{٥} = $-\frac{١}{٤}$

القسمة تعطي: $\frac{أر^{٥}}{أر^{٢}}$ = $-\frac{١}{٤}$

ر^{٣} = $-\frac{١}{٦٤}$

ر = $-\frac{١}{٤}$

عوّض عن ر = $-\frac{١}{٤}$ في أر^{٢} = ١٦ لتحصل على:

أ × $(-\frac{١}{٤})^{٢}$ = ١٦

$\frac{١}{١٦}$ أ = ١٦

أ = ٢٥٦

ب) استخدم جـ$_{\infty}$ = $\frac{أ}{١ - ر}$

جـ$_{\infty}$ = $\frac{٢٥٦}{١ - (-\frac{١}{٤})}$

جـ$_{\infty}$ = ٢٠٤,٨

١١) أ) أ = ١٣٥، أر = ك، أر^{٢} = ٦٠

فيكون، $\frac{أر}{أ}$ = $\frac{ك}{١٣٥}$

ر = $\frac{ك}{١٣٥}$

$\frac{أر^{٢}}{أر}$ = $\frac{٦٠}{ك}$

ر = $\frac{٦٠}{ك}$

$\frac{ك}{١٣٥}$ = $\frac{٦٠}{ك}$

ك^{٢} = ٨١٠٠

ك = ±٩٠ (ترفض القيمة السالبة لأن كل الحدود موجبة)

ك = ٩٠

ر = $\frac{٦٠}{٩٠}$ أو $\frac{٢}{٣}$

ب) استخدم جـ$_{\infty}$ = $\frac{أ}{١ - ر}$، أ = ١٣٥، ر = $\frac{٢}{٣}$

جـ$_{\infty}$ = $\frac{١٣٥}{١ - \frac{٢}{٣}}$

جـ$_{\infty}$ = ٤٠٥

١٢) أ) أ = ك + ١٢، أر = ك، أر^{٢} = ك − ٩

فيكون، $\frac{أر}{أ}$ = $\frac{ك}{ك + ١٢}$

المعلم الإلكتروني الشامل

$ر = \frac{ك}{ك + ١٢}$

$\frac{أر^{٢}}{أر} = \frac{ك - ٩}{ك}$

$ر = \frac{ك - ٩}{ك}$

$\frac{ك}{ك + ١٢} = \frac{ك - ٩}{ك}$

$ك^{٢} = (ك + ١٢)(ك - ٩)$

$ك^{٢} = ك^{٢} + ٣ك - ١٠٨$

$٣ك = ١٠٨$

$ك = ٣٦$

عوّض ك = ٣٦ في $ر = \frac{ك}{ك + ١٢}$ لتحصل على:

$ر = \frac{٣٦}{٤}$ أو $\frac{٣}{٤}$

ب استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = ٤٨، $ر = \frac{٣}{٤}$

$جـ_{\infty} = \frac{٤٨}{١ - \frac{٣}{٤}}$

$جـ_{\infty} = ١٩٢$

١٣) أ $ر^{٣} = ٤٨$، $جـ_{\infty} = ٥أ$

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$:

$٥أ = \frac{أ}{١ - ر}$

اقسم الطرفَين على أ

$٥ = \frac{١}{١ - ر}$

$٥(١ - ر) = ١$

$٥ - ٥ر = ١$

$٥ر = ٤$

$ر = \frac{٤}{٥}$

وعليه، إذا $أر^{٣} = ٤٨$، عوّض عن ر لتحصل على:

$أ(\frac{٤}{٥})^{٣} = ٤٨$

$أ = ٤٨ \div (\frac{٤}{٥})^{٣}$

أ = ٩٣,٧٥ الحدّ الأول ٩٣,٧٥

١٤) استخدم: $جـ_{ن} = \frac{أ(ر^{ن} - ١)}{ر - ١}$: ن = ٣، $جـ_{ن} = ٣,٩٢$

$\frac{أ(ر^{٣} - ١)}{ر - ١} = ٣,٩٢$

$أ(ر^{٣} - ١) = ٣,٩٢(ر - ١)$

$١ - ر = \frac{أ(ر^{٣} - ١)}{٣,٩٢}$ ..... (١)

استخدم $جـ_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$ ، $جـ_{\infty} = ٥$

$\frac{أ}{١ - ر} = ٥$

$أ = ٥(١ - ر)$

$١ - ر = \frac{أ}{٥}$ ..... (٢)

المساواة بين المعادلتين (١) و (٢) يعطي:

$\frac{أ(ر^{٣} - ١)}{٣,٩٢} = \frac{أ}{٥}$

اقسم الطرفين على أ:

$\frac{ر^{٣} - ١}{٣,٩٢} = \frac{١}{٥}$

$١ - ر^{٣} = \frac{٣,٩٢}{٥}$

$ر^{٣} = \frac{٢٧}{١٢٥}$

$ر = \frac{٣}{٥}$

عوّض عن $ر = \frac{٣}{٥}$ في (٢) لتحصل على:

$١ - \frac{٣}{٥} = \frac{أ}{٥}$

أ = ٢

١٥) أ أ = ١، أر = ٢جتا(س) حيث $٠ < س < \frac{\pi}{٢}$

المتتالية متقاربة إذا كان $-١ < ر < ١$

$\frac{أر}{١} = \frac{٢جتا(س)}{١}$

ر = ٢جتا(س)

المعلم الإلكتروني الشامل

فيكون $-1 < 2$ جتا(س) < 1

حلّ: 2جتا(س) > -1:

جتا(س) $> \frac{1}{2}$

المجال المعطى $0 < س < \frac{\pi}{2}$:

$\frac{\pi}{3} > س > \frac{\pi}{2}$

حلّ: 2جتا(س) < -1

جتا(س) $< -\frac{1}{2}$

والمجال المعطى $0 < س < \frac{\pi}{2}$ ، جتاس موجب في هذا المجال.

الحلّ: $\frac{\pi}{3} < س < \frac{\pi}{2}$

تمارين ٣-٤

١) أ حسابية: الحدّ الأول = ١٦،

الحدّ الثاني = ٢٤، د = ٢٤ − ١٦ = ٨

استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$:

$ح_٨ = ١٦ + (٨ - ١)٨$

$= ٧٢$

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}(أ + ل)$، أ = ١٦، ل = ٧٢،

$جـ_٨ = \frac{٨}{٢}(١٦ + ٧٢)$

$= ٣٥٢$

ب أ = ١٦، أر = ٢٤

$\frac{أر}{أ} = \frac{٢٤}{١٦}$

ر = ١,٥

استخدم $جـ_ن = \frac{(أر^ن - ١)}{ر - ١}$:

ن = ٨، أ = ١٦، ر = ١,٥

$جـ_٨ = \frac{١٦(١,٥^٨ - ١)}{١,٥ - ١}$

$= ٧٨٨,١٢٥$

٢) أ أ = ٢٠، أر = ١٦

$\frac{أر}{أ} = \frac{١٦}{٢٠}$

ر = ٠,٨

استخدم $جـ_∞ = \frac{أ}{١ - ر}$: أ = ٢٠، ر = ٠,٨

$جـ_∞ = \frac{٢٠}{١ - ٠,٨}$

$جـ_∞ = ١٠٠$

ب الحدّ الأوّل = ٢٠، الحدّ الثاني = ١٦

د = ١٦ − ٢٠ = −٤

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن-١)د]$

$-١٦٠ = \frac{ن}{٢}[٢ \times ٢٠ + (ن - ١) \times -٤]$

$-٣٢٠ = ن[٤٠ - ٤ن + ٤]$

$-٣٢٠ = ٤٠ن - ٤ن^٢$

$٤ن^٢ - ٤٤ن - ٣٢٠ = ٠$

$ن^٢ - ١١ن - ٨٠ = ٠$

$(ن - ١٦)(ن + ٥) = ٠$

ن = ١٦، أو ن = −٥ (ترفض)

يوجد ١٦ حدًّا.

٣) أ في المتتالية الهندسية:

الحدّ الأول أ = ١٢

الحدّ الثاني $ح_٢ = ١٢ر$

الحدّ الثالث $ح_٣ = ١٢ر^٢$

في المتتالية الحسابية:

المعلم الإلكتروني الشامل