جـ١٠ = ٤٥ − ٣٥ + ٣٥ (جتا(س))٢

جـ١٠ = ١٠ + ٣٥ (جتا(س))٢

٢٠) أ مجموع أرقام الأعداد من ١٩ إلى ٢١ هو:

(١ + ٩) + (٠ + ٢) + (١ + ٢) = ١٥

ب كل عدد مكوّن رقم في منزلة "الآحاد" ورقم في منزلة "العشرات" مجال الأعداد من ٠١ إلى ٩٩

مجموع جميع الأرقام في منزلة **الآحاد** يعطى باستخدام جـن = $\frac{ن}{٢}$ (أ + ل):

مجموع الأرقام = $\frac{١٠}{٢}$[٠ + ٩] × ١٠ = ٤٥٠

مجموع جميع الأرقام في منزلة **العشرات** يعطى باستخدام جـن = $\frac{ن}{٢}$ (أ + ل):

مجموع الأرقام = $\frac{١٠}{٢}$[٠ + ٩] × ١٠ = ٤٥٠

مجموع جميع الأرقام = ٤٥٠ + ٤٥٠ = ٩٠٠

تمارين ٣-٢

١) ج ٨١، −٢٧، ٩، −٣، ...

$\frac{-٢٧}{٨١} = \frac{٩}{-٢٧} = \frac{-٣}{٩} = -\frac{١}{٣}$

الأساس ثابت، لذا المتتالية هي متتالية هندسية.

الحدّ ح٨ = ٨١ $\left(-\frac{١}{٣}\right)^{٨-١}$ = $\frac{-١}{٢٧}$

هـ ١، ٠,٤، ٠,١٦، ٠,٠٦٤، ...

$\frac{٠,٤}{١} = ٠,٤$، $\frac{٠,١٦}{٠,٤} = ٠,٤$، $\frac{٠,٠٦٤}{٠,١٦} = ٤$

النسبة غير ثابتة، لذا المتسلسلة ليست متتالية هندسية.

٢) استخدم حـن = أرن−١

ح٦ = أر٦−١

= أر٥

ح١٥ = أر١٤

٣) استخدم حـن = أرن−١

أ = ٢٧٠

ح٤ = أ ر٤−١

أر٤−١ = ٨٠

∴ ٢٧٠ ر٣ = ٨٠

ر٣ = $\frac{٨٠}{٢٧٠}$

ر = $\frac{٢}{٣}$

٤) أ = ٥٠

استخدم حـن = أرن−١

ح٣ = أر٢−١ = −٣٠

أر = −٣٠

فيكون، ٥٠ر = −٣٠

ر = −٠,٦

ح٤ = أ ر٤−١

= ٥٠ × (−٠,٦)٣

= −١٠,٨

٥) استخدم حـن = أرن−١

ح٢ = أر٢−١

∴ أر = ١٢ ..... (١)

ح٤ = أر٤−١

∴ أر٣ = ٢٧ ..... (٢)

اقسم معادلة (٢) على معادلة (١) ينتج أن:

$\frac{أر^{٣}}{أر} = \frac{٢٧}{١٢}$

ر٢ = $\frac{٩}{٤}$

ر = ± $\frac{٣}{٢}$ (الإجابة السالبة مرفوضة)

المعلم الإلكتروني الشامل

ر = $\frac{٣}{٢}$

وحيث أ$_{٢}$ = ١٢،

أ$_{١}$ = ١٢ ÷ $\frac{٣}{٢}$

الحدّ الأول ح$_{١}$ = ٨

٦) استخدم ح$_{ن}$ = أ ر$^{ن-١}$:

الحدّ الأول أ

ح$_{٢}$ = أ ر = أ − ١٦ ..... (١)

مجموع الحدَّين ح$_{٢}$، ح$_{٣}$:

٨٤ = أ ر + أ ر^{٢} ..... (٢)

استخدم المعادلة (١) وعوّض عن أ ر في المعادلة (٢) لتحصل على:

٨٤ = أ − ١٦ + أ ر^{٢} ..... (٣)

وحيث $\frac{\text{أ} - ١٦}{\text{أ}}$ = ر ..... (٤) (من المعادلة (١))

استخدم معادلة (٤)، وعوّض عن ر في (٣) لتحصل على:

٨٤ = أ − ١٦ + أ $(\frac{\text{أ} - ١٦}{\text{أ}})^{٢}$ ..... (٣)

٨٤ = أ − ١٦ + $(\frac{\text{أ} - ١٦}{\text{أ}})^{٢}$

٨٤أ = أ^{٢} − ١٦أ + (أ − ١٦)^{٢}

٨٤أ = أ^{٢} − ١٦أ + أ^{٢} − ٣٢أ + ٢٥٦

٢أ^{٢} − ١٣٢أ + ٢٥٦ = ٠

أ^{٢} − ٦٦أ + ١٢٨ = ٠

(أ − ٦٤)(أ − ٢) = ٠

أ = ٢ أو ٦٤

إذا كان أ = ٢ فإن الحدَّ الثاني سيكون −١٤

وعليه يرفض أ = ٢

لذا فإن أ = ٦٤

ح$_{١}$ هو ٦٤

٧) $\frac{٤}{\text{س}}$ = $\frac{\text{س} + ٦}{٤}$

١٦ = س(س + ٦)

١٦ = س^{٢} + ٦س

س^{٢} + ٦س − ١٦ = ٠

(س + ٨) (س − ٢) = ٠

س = −٨ أو س = ٢

٨) ج ١ − ٢ + ٤ − ٨ + ...

ر = $\frac{-٢}{١}$ أو −٢

استخدم: جـ$_{ن}$ = $\frac{\text{أ}(\text{أر}^{ن} - ١)}{\text{ر} - ١}$

جـ$_{٨}$ = $\frac{١((-٢)^{٨} - ١)}{-٢ - ١}$

جـ$_{٨}$ = −٨٥

٩) ر = $\frac{١}{٠,٥}$ أو ٢

أصغر عدد من الحدود (ن) الذي يعطي مجموعًا أكبر من ١٠٠٠٠٠٠ نجده باستخدام:

جـ$_{ن}$ = $\frac{\text{أ}(\text{أر}^{ن} - ١)}{\text{ر} - ١}$

أي أن $\frac{٠,٥(٢^{ن} - ١)}{٢ - ١}$ > ١٠٠٠٠٠٠

٠,٥(٢^{ن} − ١) > ١٠٠٠٠٠٠

٢^{ن} − ١ > ٢٠٠٠٠٠٠

٢^{ن} > ٢٠٠٠٠٠٠

وحيث إن ٢^{٢٠} = ١٠٤٨٥٧٦، ٢^{٢١} = ٢٠٩٧١٥٢، ن = ٢١.

أصغر عدد من الحدود هو ٢١

١٠) أ ليكن ن عدد **الارتطامات**.

(قبل أن يحصل أي ارتطام م = ٠). الارتفاع الذي وصلت إليه الكرة ٨م.

لذا، الحدّ الأول عندما ن = ٠، أ = $(\frac{٣}{٤})^{٠}$ = ٨

الحدّ الثاني: ن = ١، أر = ٨ $(\frac{٣}{٤})^{١}$ أو ٦

بعد ن ارتطام ارتفعت الكرة ٨ $(\frac{٣}{٤})^{ن}$

ب عند الارتطام الأول تكون الكرة قد قطعت مسافة ١٦م، فيكون، أ = ١٦.

استخدم: جـ$_{ن}$ = $\frac{\text{أ}(١ - \text{ر}^{ن})}{١ - \text{ر}}$:

المعلم الإلكتروني الشامل

عند الارتطام الخامس المسافة الكلية التي قطعتها الكرة:

$$\text{جـ}_٥ = \frac{١٦\left(١ - \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥}\right)}{١ - \frac{٣}{٤}}$$

$$= ٤٨,٨١٢٥ \text{ م}$$

١١) أ) $\text{ح}_{٣} = \text{أر} = ٢٤$

$$\text{ح}_{٣} = \text{أر}^{٢} = ١٢(\text{س} + ١)$$

وعليه، اقسم $\text{ح}_{٣}$ على $\text{ح}_{٢}$ لتحصل على:

$$\frac{\text{أر}^{٢}}{\text{أر}} = \frac{١٢(\text{س} + ١)}{٢٤}$$

$$\text{ر} = \frac{(\text{س} + ١)}{٢}$$

$\text{ح}_{١}$ هو أر ÷ ر = أ

$$\text{أر} = ٢٤$$

$$\text{ر} = \frac{\text{س} + ١}{٢}$$

$$\text{أ} = \frac{٢٤}{\frac{\text{س} + ١}{٢}}$$

$$\text{أو أ} = \frac{٤٨}{\text{س} + ١}$$

ب) $\frac{٤٨}{\text{س} + ١} + ٢٤ + ١٢(\text{س} + ١) = ٧٦$

اضرب الطرفَين في س + ١:

$$٤٨ + ٢٤(\text{س} + ١) + ١٢(\text{س} + ١)(\text{س} + ١) = ٧٦(\text{س} + ١)$$

$$٤٨ + ٢٤\text{س} + ٢٤ + ١٢\text{س}^{٢} + ٢٤\text{س} + ١٢ = ٧٦\text{س} + ٧٦$$

$$١٢\text{س}^{٢} - ٢٨\text{س} + ٨ = ٠$$

$$٣\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٢ = ٠$$

$$(٣\text{س} - ١)(\text{س} - ٢) = ٠$$

إما ٣س − ١ = ٠ أو س − ٢ = ٠

$$\text{س} = \frac{١}{٣}\text{، أو س} = ٢$$

١٢) $\text{ح}_{٣} = \text{أر}^{٢}$، الحدّ الأول = أ

$$\text{أر}^{٢} = ٩\text{أ}$$

$$\text{ر}^{٢} = ٩$$

$$\text{ر} = \pm ٣$$

استخدم: $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{أر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$

ن = ٤، ر = ٣

$$\text{جـ}_{٤} = \frac{\text{أ}(٣^{٤} - ١)}{٣ - ١}$$

$$\text{جـ}_{٤} = ٤٠\text{ أ}$$

$$\text{ك أ} = \frac{\text{أ}(٣^{٤} - ١)}{٣ - ١}$$

ك = ٤٠

استخدم: $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{أر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$

ن = ٤، ر = −٣

$$\text{جـ}_{٤} = \frac{\text{أ}(-٣)^{٤} - ١)}{-٣ - ١}$$

$$\text{جـ}_{٤} = ٤٠\text{ أ}$$

$$\text{ك أ} = \frac{\text{أ}(-٣)^{٤} - ١)}{-٣ - ١}$$

ك = −٢٠

١٣) أ) ر = ١,١، أ = ١٠٠٠٠، ن = ٦

القيمة في ٢٠١٦ = ١٠٠٠٠ × $١,١^{٦}$

= ١٧٧١٥,٦١ ريالات عُمانية

ب) من ٢٠١٠ إلى ٢٠١٦ ومتضمنة ٢٠١٦ = ٧ سنوات.

استخدم: $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{أر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$

ن = ٧، ر = ١,١

$$\text{جـ}_{٧} = \frac{١٠٠٠٠(١,١^{٧} - ١)}{١,١ - ١}$$

= ٩٤٨٧١,٧١ ريالات عُمانية

١٤) استخدم: $\text{جـ}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{أر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$

$$\text{جـ}_{٣\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{أر}^{٣\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$$

$$\text{جـ}_{٢\text{ن}} = \frac{\text{أ}(\text{أر}^{٢\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}$$

$$\frac{\text{جـ}_{٣\text{ن}} - \text{جـ}_{٢\text{ن}}}{\text{جـ}_{\text{ن}}} = \frac{\frac{\text{أ}(\text{أر}^{٣\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١} - \frac{\text{أ}(\text{أر}^{٢\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}}{\frac{\text{أ}(\text{أر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١}}$$

المعلم الإلكتروني الشامل

اضرب البسط والمقام في ر − ١:

$$= \frac{أ(أر^{٣ن} - ١) - أ(أر^{٢ن} - ١)}{أ(أر^{ن} - ١)}$$

اقسم جميع الحدود على أ

$$= \frac{(أر^{٣ن} - ١) - (أر^{٢ن} - ١)}{(أر^{ن} - ١)}$$

$$= \frac{ر^{٣ن} - ر^{٢ن}}{ر^{ن} - ١}$$

$$= \frac{ر^{٢ن}(ر^{ن} - ١)}{ر^{ن} - ١}$$

$= ر^{٢ن}$ المطلوب

١٥) اقسم المتسلسلة أعلاه إلى متسلسلتَين هندسيتَين، واجمع ن حدًّا لكل متتالية:

المتسلسلة الأولى: ١، ٣، ٩، ٢٧، ٨١، ...

استخدم المجموع

$$جـ_ن = \frac{أ(أر^{ن} - ١)}{ر - ١} : أ = ١، ر = ٣، ن = ن$$

$$جـ_ن = \frac{أ(٣^{ن} - ١)}{٣ - ١}$$

$$جـ_ن = \frac{أ(٣^{ن} - ١)}{٢}$$

المتسلسلة الثانية: ١، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٩}$، $\frac{١}{٢٧}$، $\frac{١}{٨١}$، ...

استخدم المجموع $جـ_ن = \frac{أ(١ - ر^{ن})}{١ - ر}$:

أ = ١، ر = $\frac{١}{٣}$، ن = ن

$$جـ_ن = \frac{١(١ - (\frac{١}{٣})^{ن})}{١ - \frac{١}{٣}}$$

وحيث إن $(\frac{١}{٣})^{ن} = (٣^{-١})^{ن} = ٣^{-ن}$

$$جـ_ن = \frac{١ - ٣^{-ن}}{\frac{٢}{٣}}$$

اضرب البسط والمقام في ٣ لتحصل على:

$$جـ_ن = \frac{٣ - ٣ \times ٣^{-ن}}{٢}$$

$$جـ_ن = \frac{٣ - ٣^{١-ن}}{٢}$$

اجمع تعبيرَي $جـ_ن$ في المتتاليتَين لتحصل على:

$$جـ_{٢ن} = \frac{٣^{ن} - ١}{٢} + \frac{٣ - ٣^{١-ن}}{٢}$$

$$جـ_{٢ن} = \frac{٣^{ن} - ١ + ٣ - ٣^{١-ن}}{٢}$$

$$جـ_{٢ن} = \frac{٢ + ٣^{ن} - ٣^{١-ن}}{٢}$$

أو $جـ_{٢ن} = \frac{١}{٢}(٢ + ٣^{ن} - ٣^{١-ن})$

١٦) $جـ_ن = ١ + ١١ + ١١١ + ١١١١ + ١١١١١ + ...$

$٩جـ_ن = ٩ + ٩٩ + ٩٩٩ + ٩٩٩٩ + ٩٩٩٩٩ + ...$

$٩جـ_ن = (١٠ - ١) + (١٠٠ - ١) + (١٠٠٠ - ١) + ...$

$٩جـ_ن = ١٠ + ١٠٠ + ١٠٠٠ + ... - ن$

استخدم: $جـ_ن = \frac{أ(أر^{ن} - ١)}{ر - ١}$: أ = ١٠، ر = ١٠، ن = ن

$$٩جـ_ن = \frac{١٠(١٠^{ن} - ١)}{١٠ - ١} - ن$$

$$جـ_ن = \frac{١٠(١٠^{ن} - ١)}{٩(١٠ - ١)} - \frac{ن}{٩}$$

$$جـ_ن = \frac{١٠^{ن+١} - ١٠}{٨١} - \frac{٩ن}{٨١}$$

$$جـ_ن = \frac{١٠^{ن+١} - ١٠ - ٩ن}{٨١}$$

المعلم الإلكتروني الشامل