الوحدة الثالثة: حلول التمارين
المتتاليات والمتسلسلات

تمارين ٣-١

١) $ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$ح_٧ = ا + (٧ - ١)د$

$= أ + ٦د$

$ح_{١٩} = أ + (١٩ - ١)د$

$= أ + ١٨د$

٢) أ أولًا، أوجد عدد حدود المتتالية:

ثم استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$٩٧ = ١٣ + (ن- ١) \times ٤$

$٨٤ = (ن - ١) \times ٤$

$ن = \frac{٨٤}{٤} + ١$

ن = ٢٢ لذا يوجد ٢٢ حدّاً

ثم استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢} (أ + ل)$

$جـ_ن = \frac{٢٢}{٢} (١٣ + ٩٧)$

$جـ_ن = ١٢١٠$

مجموع حدود المتتالية ١٢١٠

٣) ج أولًا، أوجد الأساس:

$د = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦}$

$جـ_ن = \frac{ن}{٢} [١٢ + (ن - ١)د]$

$جـ_{٢٠} = \frac{٢٠}{٢} \left[٢ \times \frac{١}{٣} + (٢٠ - ١) \frac{١}{٦}\right]$

$جـ_{٢٠} = ١٠ \left[\frac{٢}{٣} + \frac{١٩}{٦}\right]$

$جـ_{٢٠} = ٣٨ \frac{١}{٣}$

٤) $جـ_ن = \frac{ن}{٢} [١٢ + (ن - ١)د]$

$جـ_ن = \frac{٢٠}{٢} [٢ \times ١٥ + (٢٠ - ١)د]$

$١٦٣٠ = ١٠ [٣٠ + ١٩د]$

$١٦٣ = ٣٠ + ١٩د$

$د = \frac{١٣٣}{١٩} = ٧$

الأساس يساوي ٧

٥) أ استخدم الحدّ النوني $ح_ن = أ + (ن - ١) د$

$٧٨ = -٢٧ + (١٦ - ١) د$

$١٥د = ٢٧ + ٧٨$

$د = ٧$

الأساس ٧

$ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$١٦٩ = -٢٧ + (ن - ١) \times ٧$

$١٩٦ = ٧(ن - ١)$

ن = ٢٩

عدد الحدود ٢٩

ب استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢} (أ + ل)$

$جـ_{٢٩} = \frac{٢٩}{٢} (-٢٧ + ١٦٩)$

$جـ_{٢٩} = ٢٠٥٩$

٦) الأساس د = ١٣٩ - ١٤٦

د = -٧

استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$ لتجد قيم ن:

$-٤٣ = ١٤٦ + (ن - ١) \times -٧$

$-١٨٩ = -٧(ن - ١)$

ن = ٢٨

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢} (أ + ل)$

$جـ_{٢٨} = \frac{٢٨}{٢} (١٤٦ + (-٤٣))$

$جـ_{٢٨} = ١٤٤٢$

مجموع الحدود ١٤٤٢

٧) الأساس د = ٩ - ٢

= ٧

المعلم الإلكتروني الشامل

استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$ لتجد قيم ن:

$= ٢ + (ن - ١) \times ٧$

حيث إن الحدّ النوني أكبر من ١٥٠:

$٢ + (ن - ١) \times ٧ > ١٥٠$

$ن - ١ > \frac{١٤٨}{٧}$

$ن > ٢١ \frac{١}{٧} + ١$

$ن > ٢٢ \frac{١}{٧}$

أقل قيمة ممكنة لـ ن هي ٢٣

لتجد قيمة الحدّ $ح_{٢٣}$ استخدم صيغة الحدّ النوني $ح_ن$

$= أ + (ن - ١) د$

$ح_{٢٣} = ٢ + ٢٢ \times ٧$

$= ١٥٦$

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢} (أ + ل)$

$جـ_{٢٣} = \frac{٢٣}{٢} (٢ + ١٥٦)$

$جـ_{٢٣} = ١٨١٧$

مجموع الحدود = ١٨١٧

٨) $ح_١ = ١٥$

$ح_٢ = ١٥ + د$

$ح_٣ = ١٥ + ٢د$

$ح_٤ = ١٥ + ٣د$

$ح_٥ = ١٥ + ٤د$

$جـ_ن = ٧٥ + ١٠د$

$٧٩ = ٧٥ + ١٠د$

$د = ٠,٤$

أوجد عدد الحدود باستخدام الحدّ النوني

$ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$٢٧ = ١٥ + (ن - ١) \times ٠,٤$

$ن - ١ = \frac{١٢}{٠,٤}$

$ن = ٣١$

عدد حدود المتتالية = ٣١

٩) $ح_١ = أ = ١٠٥$

$ل = ٢٩٤$

الأساس $د = ٧$

استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$:

$٢٩٤ = ١٠٥ + ٧(ن - ١)$

$١٨٩ = ٧(ن - ١)$

$ن - ١ = ٢٧$

$ن = ٢٨$

يوجد ٢٨ حدًا بين العددَين ١٠٠ و ٣٠٠ تقبل القسمة على ٧.

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢} (أ + ل)$

$جـ_{٢٨} = \frac{٢٨}{٢} (١٠٥ + ٢٩٤)$

$= ٥٥٨٦$

١٠) $أ = ٢، ل = ١٧، جـ_ن = ٥٠٠$

استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١) د$:

$١٧ = ٢ + ١٠د$

$د = ١,٥$

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢} [٢أ + (ن - ١)د]$

$٥٠٠ = \frac{ن}{٢} [٢ \times ٢ + (ن - ١) \times ١,٥]$

$١٠٠٠ = ن [٤ + ١,٥ن - ١,٥]$

$١٠٠٠ = ١,٥ن^٢ + ٢,٥ن$

$٢٠٠٠ = ٣ن^٢ + ٥ن$

$٣ن^٢ + ٥ن - ٢٠٠٠ = ٠$

مقارنة هذه مع $أن^٢ + ب ن + جـ = ٠$

$أ = ٣ ، ب = ٥، جـ = -٢٠٠٠$

$ن = \frac{-٥ \pm \sqrt{٥^٢ - ٤(٣)(-٢٠٠٠)}}{(٣)٢}$

$ن = \frac{-٥ \pm \sqrt{٢٤٠٢٥}}{٦}$

$ن = \frac{-٥ - ١٥٥}{٦}$ أو $\frac{-٥ + ١٥٥}{٦}$ (الإجابة السالبة ١ لأن عدد الحدود لن يكون سالبًا)

$ن = ٢٥$

يوجد ٢٥ حدًا في هذه المتتالية.

١١) $جـ_{١٦} = ٨٠٠٠$

الدفعة الأولى $ح_١ = ٢٠٠$

الدفعة الخامسة $ح_٥ = ٢٠٠ + ٤د$

المعلم الإلكتروني الشامل

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$٨٠٠٠ = \frac{١٦}{٢}[٢ \times ٢٠٠ + (١٦ - ١) \times د]$

$٨٠٠٠ = \frac{١٦}{٢}(٢ \times ٢٠٠ + (١٦ - ١) \times د]$

$٨٠٠٠ = (٤٠٠ + ١٥د)$

$١٥د = ٦٠٠$

$د = ٤٠$

الدفعة الخامسة $ح_٥ = ٢٠٠ + ٤ \times ٤٠$

$= ٣٦٠$ ريالًا عُمانيًا

١٢) الحدّ $ح_٦ = -٣$، $جـ_{١٠} = -١٠$

أ استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$-٣ = أ + (٦ - ١)د$

$-٣ = أ + ٥د$ ..... (١)

استخدم $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢أ + (ن - ١)د]$

$-١٠ = \frac{١٠}{٢}[٢أ + (١٠ - ١)د]$

$-١٠ = ٥[٢أ + ٩د]$

$-٢ = ٢أ + ٩د$ ..... (٢)

استخدم المعادلتَين (١)، (٢)، اضرب المعادلة (١) في ٢ ثم اطرح:

$-٦ = ٢أ + ١٠د$

$-٢ = ٢أ + ٩د$

$-٤ = د$

$د = -٤$

عوّض عن $د = -٤$ في المعادلة (١) لتحصل على:

$-٣ = أ + ٥(-٤)$

$أ = ١٧$

الحدّ الأول $ح_١ = ١٧$ والأساس $= -٤$

ب استخدم $ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$-٥٩ = ١٧ + (ن - ١) \times -٤$

$-٧٦ = -٤ن + ٤$

$٤ن = ٨٠$

$ن = ٢٠$

١٣) $جـ_١ = ٤(١)^٢ + ٣(١)$

$جـ_١ = ٧$ (هذا هو الحدّ الأول في المتسلسلة)

$جـ_٢ = ٤(٢)^٢ + ٣(٢)$

$جـ_٢ = ٢٢$

بما أن $جـ_ن - جـ_{ن-١} =$ الأساس

فالحدّ الثاني $= ٢٢ - ٧ = ١٥$

الأساس $= ١٥ - ٧ = ٨$

١٤) $جـ_ن - جـ_{ن-١} =$ الأساس

$جـ_١ = ١٢(١) - ٢(١)^٢$

$جـ_١ = ١٠$

الحدّ $ح_١$ يساوي ١٠

$جـ_٢ = ١٢(٢) - ٢(٢)^٢$

$جـ_٢ = ١٦$

استخدم $جـ_ن - جـ_{ن-١} =$ الأساس

الحد الثاني $= ١٦ - ١٠ = ٦$

الأساس $= ٦ - ١٠ = -٤$

١٥) $جـ_ن = \frac{١}{٤}[٥ن^٢ - ١٧ن]$

$جـ_١ = \frac{١}{٤}[٥(١)^٢ - ١٧(١)]$

$جـ_١ = -٣$

الحدّ الأول $= -٣$

$جـ_٢ = \frac{١}{٤}[٥(٢)^٢ - ١٧(٢)]$

$جـ_٢ = -٣,٥$

الحدّ الثاني $-٣,٥ - (-٣)$ أو $-٠,٥$

الأساس $-٠,٥ - (-٣)$ أو $٢,٥$

$ح_ن = أ + (ن - ١)د$

$= -٣ + (ن - ١)٢,٥$

$= -٣ + ٢,٥ن - ٢,٥$

$= ٢,٥ن - ٥,٥$ أو $\frac{١}{٢}(٢ن - ١)$

المعلم الإلكتروني الشامل

١٦) ن = ١٠

قياس زاوية أول قطاع دائري أ°

قياس زاوية القطاع العاشر = أ + ٧أ°

$\frac{١٠}{٢}$ (أ + ٧أ) = ٣٦٠

٥أ + ٣٥أ = ٣٦٠

٤٠أ = ٣٦٠

أ = ٩

قياس زاوية أصغر قطاع ٩°

١٧) أ جـن = $\frac{ن}{٢}$ [٢أ + (ن − ١)د]

جـ٢٠ = $\frac{٢٠}{٢}$[٢أ + (٢٠ − ١)د]

جـ٢٠ = ١٠[٢أ + ١٩د]

جـ٢٠ = ٢٠أ + ١٩٠د

جـ٥ = $\frac{٥}{٢}$[٢أ + (٥ − ١)د]

جـ٥ = ٥أ + ١٠د

جـ٢٠ = ٧ × جـ٥

فيكون، ٢٠أ + ١٩٠د = ٧(٥أ + ١٠د)

٢٠أ + ١٩٠د = ٣٥أ + ٧٠د

١٥ = ١٢٠د

أ = ٨د

ب ح٦٥ = أ + (٦٥ − ١)د

= أ + ٦٤د

الآن عوّض د = $\frac{١}{٨}$ أ

= أ + ٦٤ × $\frac{١}{٨}$ أ

= ٩أ

١٨) استخدم حـن = أ + (ن − ١)د:

ح٣ = أ + (٣ − ١)د

= أ + ٢د

ح١٠ = أ+ (١٠ − ١)د

= أ + ٩د

أ + ٩د = ٣(أ + ٢د)

أ + ٩د = ٣أ + ٦د

أ = ١,٥د

استخدم جـن = $\frac{ن}{٢}$ [٢أ + (ن − ١)د]:

جـ١٠ = $\frac{١٠}{٢}$ [٢(١,٥)د + (١٠ − ١)د]

جـ١٠ = ٥ (٣د + ٩د)

= ٦٠د

جـ٣ = $\frac{٣}{٢}$ [٢(١,٥)د + (٣ − ١)د]

جـ٣ = $\frac{٣}{٢}$ [٣د + ٢د]

جـ٣ = ٧,٥د

وعليه فإن، $\frac{جـ١٠}{جـ٣}$ = $\frac{٦٠د}{١,٥د}$ أو ٨

لذا فإن مجموع أول ١٠ حدود يساوي ٨ أمثال مجموع أول ٣ حدود.

١٩) الأساس هو ١ − (جا(س))٢

(جا(س))٢ + (جتا(س))٢ = ١

فيكون ١ − (جا(س))٢ = (جتا(س))٢

استخدم حـن = أ + (ن − ١)د

جـ٥ = (جا(س))٢ + (٥ − ١)د

= (جا(س))٢ + ٤(١ − (جا(س))٢

= (جا(س))٢ + ٤ − ٤ (جا(س))٢

= ٤ − ٣ (جا(س))٢

ب استخدم جـن = $\frac{ن}{٢}$ [٢أ + (ن − ١)د]:

جـ١٠ = $\frac{١٠}{٢}$ [٢(جا(س))٢ + (١٠ − ١) (١ − (جا(س))٢]

جـ١٠ = ٥[٢(جا(س))٢ + ٩ − ٩(جا(س))٢]

جـ١٠ = ٥[٩ − ٧(جا(س))٢]

جـ١٠ = ٤٥ − ٣٥(جا(س))٢

وحيث إن (جا(س))٢ + (جتا(س))٢ = ١

(جا(س))٢ = ١ − (جتا(س))٢

جـ١٠ = ٤٥ − ٣٥ (١ − (جتا(س))٢

المعلم الإلكتروني الشامل

جـ١٠ = ٤٥ − ٣٥ + ٣٥ (جتا(س))٢

جـ١٠ = ١٠ + ٣٥ (جتا(س))٢

٢٠) أ مجموع أرقام الأعداد من ١٩ إلى ٢١ هو:

(١ + ٩) + (٠ + ٢) + (١ + ٢) = ١٥

ب كل عدد مكوّن رقم في منزلة "الآحاد" ورقم في منزلة "العشرات" مجال الأعداد من ٠١ إلى ٩٩

مجموع جميع الأرقام في منزلة **الآحاد** يعطى باستخدام جـن = $\frac{ن}{٢}$ (أ + ل):

مجموع الأرقام = $\frac{١٠}{٢}$[٠ + ٩] × ١٠ = ٤٥٠

مجموع جميع الأرقام في منزلة **العشرات** يعطى باستخدام جـن = $\frac{ن}{٢}$ (أ + ل):

مجموع الأرقام = $\frac{١٠}{٢}$[٠ + ٩] × ١٠ = ٤٥٠

مجموع جميع الأرقام = ٤٥٠ + ٤٥٠ = ٩٠٠

تمارين ٣-٢

١) ج ٨١، −٢٧، ٩، −٣، ...

$\frac{-٢٧}{٨١} = \frac{٩}{-٢٧} = \frac{-٣}{٩} = -\frac{١}{٣}$

الأساس ثابت، لذا المتتالية هي متتالية هندسية.

الحدّ ح٨ = ٨١ $\left(-\frac{١}{٣}\right)^{٨-١}$ = $\frac{-١}{٢٧}$

هـ ١، ٠,٤، ٠,١٦، ٠,٠٦٤، ...

$\frac{٠,٤}{١} = ٠,٤$، $\frac{٠,١٦}{٠,٤} = ٠,٤$، $\frac{٠,٠٦٤}{٠,١٦} = ٤$

النسبة غير ثابتة، لذا المتسلسلة ليست متتالية هندسية.

٢) استخدم حـن = أرن−١

ح٦ = أر٦−١

= أر٥

ح١٥ = أر١٤

٣) استخدم حـن = أرن−١

أ = ٢٧٠

ح٤ = أ ر٤−١

أر٤−١ = ٨٠

∴ ٢٧٠ ر٣ = ٨٠

ر٣ = $\frac{٨٠}{٢٧٠}$

ر = $\frac{٢}{٣}$

٤) أ = ٥٠

استخدم حـن = أرن−١

ح٣ = أر٢−١ = −٣٠

أر = −٣٠

فيكون، ٥٠ر = −٣٠

ر = −٠,٦

ح٤ = أ ر٤−١

= ٥٠ × (−٠,٦)٣

= −١٠,٨

٥) استخدم حـن = أرن−١

ح٢ = أر٢−١

∴ أر = ١٢ ..... (١)

ح٤ = أر٤−١

∴ أر٣ = ٢٧ ..... (٢)

اقسم معادلة (٢) على معادلة (١) ينتج أن:

$\frac{أر^{٣}}{أر} = \frac{٢٧}{١٢}$

ر٢ = $\frac{٩}{٤}$

ر = ± $\frac{٣}{٢}$ (الإجابة السالبة مرفوضة)

المعلم الإلكتروني الشامل