جميع الإحداثيات السينية للنقاط على المنحنى الأصلي قد ضُرِبت في $\frac{١}{٣}$

استبدل س بـ ٣س

ص = ٦(٣س)^{٣} − ٣٦(٣س)

الحلّ ص = ١٦٢س^{٣} − ١٠٨س

٣) أ ص = س^{٢} + ٢س − ٥

استبدل س بـ ٢ س لتحصل على:

ص = (٢س)^{٢} + ٢(٢س) − ٥ وهذا يساوي:

ص = ٤س^{٢} + ٤س − ٥

الحلّ هو تمدد موازٍ للمحور السيني معامله $\frac{١}{٢}$

ب ص = س^{٢} −٣س + ٢

اضرب كلّ حدّ في الطرف الأيسر في ٣ لتحصل على:

ص = ٣(س^{٢} − ٣س + ٢)

ص = ٣س^{٢} − ٩س + ٦

الحلّ هو تمدد موازٍ للمحور الصادي معامله ٣

ج لتحويل ص = ٢^{س} + ١ إلى ص = ٢$^{س + ١}$ + ٢

اضرب كلّ حدّ في الطرف الأيسر في ٢ لتحصل على:

ص = ٢(٢^{س} + ١)

ص = (٢)٢^{س} + ٢(١) بسّط لتحصل على:

ص = ص = ٢$^{س + ١}$ + ٢

انتبه (٢)٢^{س} تساوي ٢^{١} × ٢^{س} أو ٢$^{س + ١}$ وليس ٤^{س}

الحلّ هو تمدد موازٍ للمحور الصادي معامله ٢

د ص = $\sqrt{\text{س} - ٦}$

استبدل س بـ ٣ س لتحصل على

ص = $\sqrt{٣\text{س} - ٦}$

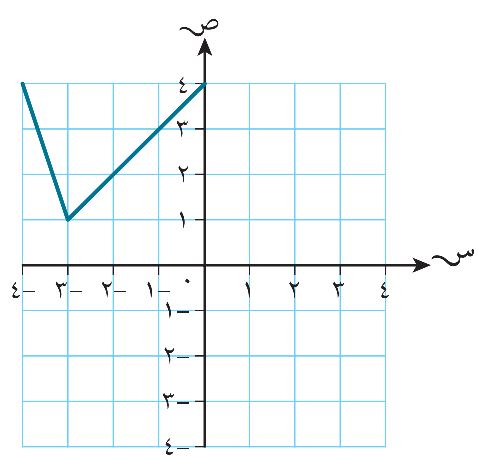
الحلّ هو تمدد موازٍ للمحور السيني معامله $\frac{١}{٣}$

تمارين ٢-٦

١) أ ص = هـ(س + ٢) + ٣ تمثّل:

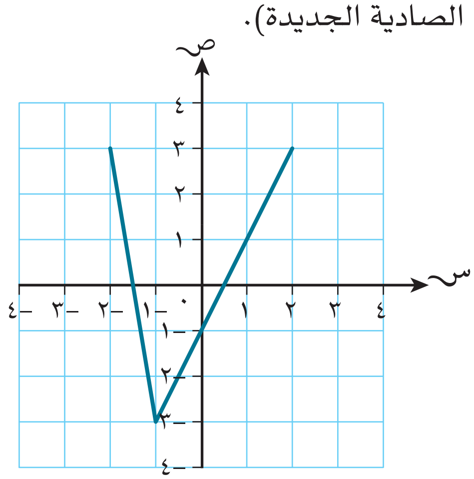
- تحويلًا هندسيًا أفقيًا، أي انسحابًا بالمتجه $\begin{pmatrix} -٢ \\ ٠ \end{pmatrix}$
- تحويلًا هندسيًا رأسيًا، أي انسحابًا بالمتجه $\begin{pmatrix} ٠ \\ ٣ \end{pmatrix}$

(الترتيب ليس مهمًا).



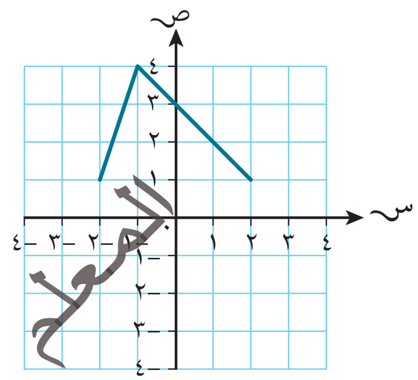
ب ص = ٢هـ(س) + ١ تمثّل تحويلَين هندسيَّين (الترتيب ليس مهمًا).

- تمدد موازٍ للمحور الصادي معامله ٢ (جميع الإحداثيات الصادية للنقاط على المحور الأصلي ضُربت في ٢)
- انسحاب رأسيّ $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \end{pmatrix}$ (اجمع ١ إلى الإحداثيات الصادية الجديدة).



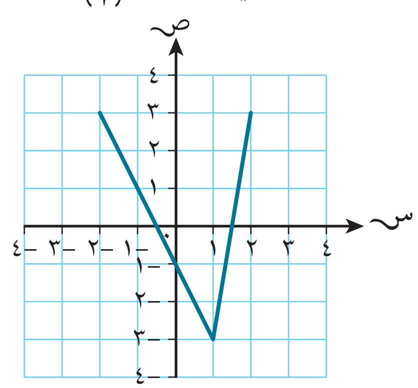
ج ص = ٢ − هـ(س) أو ص = −هـ(س) + ٢ تمثّل تحويلَين هندسيَّين رأسيَّين (الترتيب مهمَ):

- انعكاس في المحور السيني وهو ص = −هـ(س).
- انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\٢\end{pmatrix}$ (اجمع ٢ إلى الإحداثي الصادي الجديد).



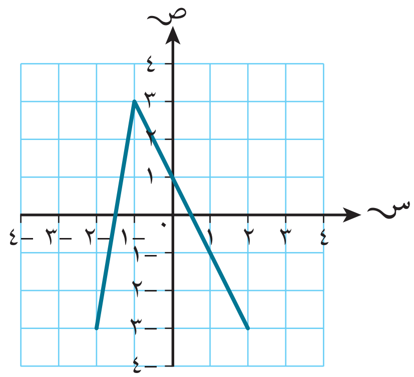
د ص = ٢هـ(−س) + ١ يمثل تحويلًا هندسيًا أفقيًا وتحويلَين رأسيَّين (الترتيب مهمّ):

- انعكاس في المحور الصادي وهو ص = هـ(−س).
- تمدد رأسي باتجاه المحور الصادي معامله ٢ (جميع الإحداثيات الصادية لنقاط المنحنى الأصلي ضُربت في ٢).
- انسحاب رأسي بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\١\end{pmatrix}$.



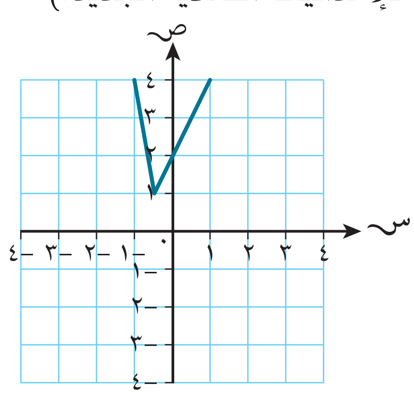
هـ ص = −٢هـ(س) − ١ تمثّل ثلاثة تحويلات هندسيّة رأسيّة (الترتيب مهمّ):

- تمدد رأسي باتجاه المحور الصادي معامله ٢ (جميع الإحداثيات الصادية لنقاط المنحنى الأصلي قد ضُرِبت في ٢).
- انعكاس في المحور السيني وهو ص = −هـ(س).
- انسحاب رأسي بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\١-\end{pmatrix}$ (اجمع −١ للإحداثيات الصادية الجديدة).



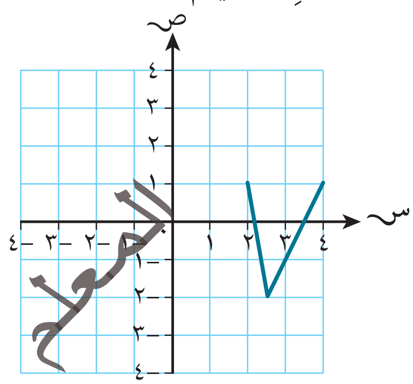
و ص = هـ (٢س) + ٣ تمثّل تحويلًا هندسيًا أفقيًا وآخر رأسيًا (الترتيب غير مهمّ).

- تمدد باتجاه المحور السيني معامله $\frac{١}{٢}$ (جميع الإحداثيات السينية للنقاط على المنحنى الأصلي قد ضُرِبت في $\frac{١}{٢}$).
- تحويل هندسي رأسي بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\٣\end{pmatrix}$ (اجمع ٣ للإحداثيات الصادية الجديدة).



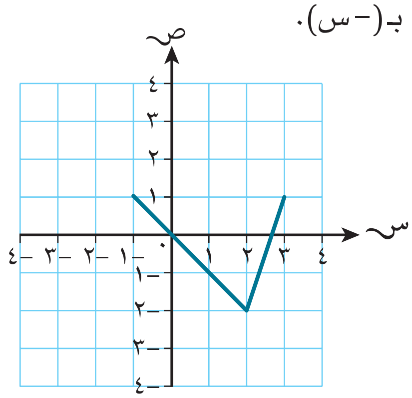
ز) $\text{ص} = \text{هـ}(٢\text{س} - ٦)$ تمثّل تحويلَين هندسيَّين أفقيَّين (الترتيب مهمّ).

- انسحاب أفقي $\begin{pmatrix}٦\\٠\end{pmatrix}$ (استبدل س بـ$(\text{س} - ٦)$).
- تمدد باتجاه المحورالسيني معامله $\frac{١}{٢}$ (جميع الإحداثيات السينية لنقاط المنحنى الأصلي قد ضُرِبت في $\frac{١}{٢}$).



ح) $\text{ص} = \text{هـ}(-\text{س} + ١)$ تمثّل تحويلَين هندسيَّين أفقيَّين (الترتيب مهمّ).

- انسحاب أفقي بالمتجه $\begin{pmatrix}-١\\٠\end{pmatrix}$ استبدل س بـ$(\text{س} + ١)$.
- انعكاس في المحور الصادي استبدل س بـ$(-\text{س})$.



٢) إذا علمت أن $\text{ص} = \text{س}^{٢}$

أ) تمدد في اتجاه المحور الصادي معامله ٣ يعطي

$\text{ص} = ٣\text{س}^{٢}$

أُتبع بانسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}١\\٠\end{pmatrix}$ يعطي

$\text{ص} = ٣(\text{س} - ١)^{٢}$

ب) انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}١\\٠\end{pmatrix}$ يعطي $\text{ص} = (\text{س} - ١)^{٢}$

أُتبع بتمدد في اتجاه المحور الصادي معامله ٣

يعطي $\text{ص} = ٣(\text{س} - ١)^{٢}$

٣) إذا علمت أن $\text{ص} = \text{س}^{٢}$

أ) تمدد في اتجاه محور السينات معامله ٢ يعطي

$\text{ص} = \left(\frac{١}{٢}\text{س}\right)^{٢}$ أو $\text{ص} = \frac{١}{٤}\text{س}^{٢}$ (حيث س قد استبدل بـ $\frac{١}{٢}\text{س}$).

أُتبع بانسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٥\\٠\end{pmatrix}$ يعطي

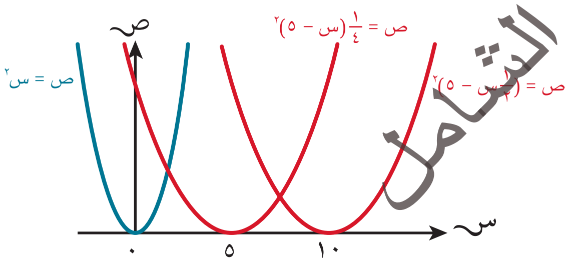
$\text{ص} = \frac{١}{٤}(\text{س} - ٥)^{٢}$ (حيث س قد استبدل بـ $\text{س} - ٥$).

ب) انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٥\\٠\end{pmatrix}$ يعطي $\text{ص} = (\text{س} - ٥)^{٢}$ (حيث س قد استبدل بـ $\text{س} - ٥$) ثم أُتبع بـ:

تمدد في اتجاه محور السينات معامله ٢ يعطي

$\text{ص} = \left(\frac{١}{٢}\text{س} - ٥\right)^{٢}$ (حيث س قد استبدل بـ $\frac{١}{٢}\text{س}$).

ج)



٤) إذا علمت أن $\text{ص} = \text{س}^{٢} + ١$

أ) انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\-٥\end{pmatrix}$ يعطي:

$\text{د}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ١ - ٥$ أو $\text{د}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٤$

أُتبع بـ:

تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله ٢ يعطي:

$٢\text{د}(\text{س}) = ٢(\text{س}^{٢} - ٤)$ أو $\text{ص} = ٢\text{س}^{٢} - ٨$

ب) إذا علمت أن $\text{ص} = \text{س}^{٢} + ١$

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٢\\٠\end{pmatrix}$ يعطي:

د(س) = $(س - ٢)^{٢} + ١$ (حيث س قد استبدل بـ س − ٢).

أُتبع ب:

انعكاس حول محور السينات يعطي:

د(س) = −د(س) أو ص = $-[(س - ٢)^{٢} + ١]$

أو ص = $-س^{٢} + ٤س - ٥$

٥) أ ص = هـ(س)

- انعكاس حول المحور الصادي يعطي:
- ص = هـ(−س) ثم
- تمدد في اتجاه المحور الصادي معامله ٢

يعطي ص = ٢ هـ(−س)

ب ص = هـ(س)

- انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٢\\-٣\end{pmatrix}$ يعطي:

ص = د(س − ٢) − ٣ ثم

- انعكاس حول المحور السيني يعطي:

ص = −[د(س − ٢) − ٣] أو ص = ٣ − د(س − ٢)

٦) إذا علمت أن ص = د(س)

أ تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله $\frac{١}{٢}$ يعطي

ص = $\frac{١}{٢}$د(س)

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\٣\end{pmatrix}$ يعطي ص = $\frac{١}{٢}$د(س) + ٣

ب انعكاس حول المحور السيني يعطي

ص = −د(س) أتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\٢\end{pmatrix}$ يعطي

ص = −د(س) + ٢.

ج انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٦\\٠\end{pmatrix}$ يعطي ص = د(س − ٦)

أُتبع بـ:

تمدد موازٍ للمحور السيني معامله $\frac{١}{٢}$ يعطي

ص = د(٢س − ٦).

د تمدد موازٍ للمحور الصادي معامله ٢ يعطي

ص = ٢د(س)

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\-٨\end{pmatrix}$ يعطي ص = ٢د(س) − ٨

٧) إذا علمت أن ص = $س^{٣}$

أ انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}-٥\\٠\end{pmatrix}$ يعطي ص = $(س + ٥)^{٣}$

أُتبع بـ:

تمدد باتجاه المحور الصادي معامله $\frac{١}{٢}$ يعطي

ص = $\frac{١}{٢}(س + ٥)^{٣}$

ب إذا علمت أن ص = $س^{٣}$

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}-١\\٠\end{pmatrix}$ يعطي ص = $(س + ١)^{٣}$

أُتبع بـ:

تمدد باتجاه المحور الصادي معامله $\frac{١}{٢}$ يعطي

ص = $\frac{١}{٢}(س + ١)^{٣}$

أتبع بـ:

انعكاس حول محور السينات يعطي

ص = $-\frac{١}{٢}(س + ١)^{٣}$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٠\\-٢\end{pmatrix}$ يعطي

ص = $-\frac{١}{٢}(س + ١)^{٣} - ٢$

ج إذا علمت أن ص = $\sqrt[٣]{س}$

انسحاب بالمتجه $\begin{pmatrix}٣\\٠\end{pmatrix}$ يعطي ص = $\sqrt[٣]{س - ٣}$

أُتبع بـ:

تمدد موازٍ لمحور الصادت معامله ٢ يعطي

ص = $٢\sqrt[٣]{س - ٣}$

أتبع بـ:

انعكاس حول محور السينات يعطي

ص = $-٢\sqrt[٣]{س - ٣}$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{٠}{٤}$ يعطي

$ص = -٢\sqrt[٣]{س - ٣} + ٤$

٨) إذا علمت أن $ص = \sqrt{س}$

أ انعكاس حول محور السينات يعطي

$د(س) = -\sqrt{س}$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{٠}{٣}$ يعطي $د(س) = -\sqrt{س} + ٣$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{١}{٠}$ يعطي

$د(س) = -\sqrt{س - ١} + ٣$

أُتبع بـ:

تمدد موازٍ لمحور السينات معامله ٢ يعطي

$د(س) = -\sqrt{\frac{١}{٢}س - ١} + ٣$

ب إذا علمت أن $ص = \sqrt{س}$

انسحاب بالمتجه $\binom{٠}{٣}$ يعطي $د(س) = \sqrt{س} + ٣$

أُتبع بـ:

تمدد موازٍ لمحور السينات معامله ٢ يعطي

$د(س) = -\sqrt{\frac{١}{٢}س} + ٣$

أُتبع بـ:

انعكاس حول محور السينات يعطي

$د(س) = -\sqrt{\frac{١}{٢}س} - ٣$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{١}{٠}$ يعطي

$د(س) = -\sqrt{\frac{١}{٢}(س - ١)} - ٣$

٩) إذا علمت أن $هـ(س) = س^٢$

أ انسحاب بالمتجه $\binom{-٤}{٠}$ يعطي

$هـ(س) = (س + ٤)^٢$

أُتبع بـ:

انعكاس حول محور الصادات يعطي

$هـ(س) = (-س + ٤)^٢$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{٠}{٢}$ يعطي

$هـ(س) = (-س + ٤)^٢ + ٢$

أُتبع بـ:

تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله ٣ يعطي

$هـ(س) = ٣[(-س + ٤)^٢ + ٢] =$

$٣(٤ - س)^٢ + ٦$

ب إذا علمت أن $ص = س^٢$

تمدد موازٍ لمحور الصادات معامله ٣ يعطي

$هـ(س) = ٣س^٢$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{٠}{٢}$ يعطي $هـ(س) = ٣س^٢ + ٢$

أُتبع بـ:

انعكاس حول محور الصادات يعطي:

$هـ(س) = ٣(-س)^٢ + ٢$ أو $هـ(س) = ٣س^٢ + ٢$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{-٤}{٠}$ يعطي $هـ(س) =$

$٣(س + ٤)^٢ + ٢$

١٠) إذا علمت أن $ص = \sqrt{س}$

انسحاب بالمتجه $\binom{٢}{٠}$ يعطي $د(س) = \sqrt{س - ٢}$

أُتبع بـ:

انعكاس حول محور الصادات يعطي

$د(س) = \sqrt{-س - ٢}$

أو

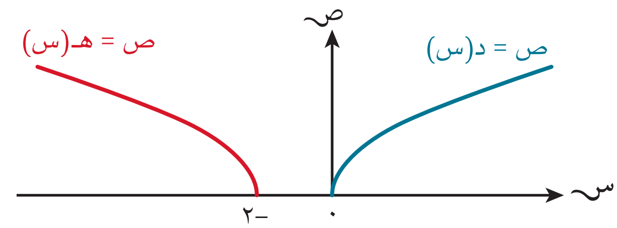
انعكاس حول محور الصادات يعطي

$د(س) = \sqrt{-س}$

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{-٢}{٠}$ يعطي د(س) = $\sqrt{-(س + ٢)}$

د(س) = $\sqrt{-س - ٢}$



١١) إذا علمت أن ص = د(س) حولت منحنى ص = د(٢س + ١٠).

انسحاب بالمتجه $\binom{-١٠}{٠}$ يعطي ص = د(س + ١٠)

أُتبع بـ:

تمدد موازٍ لمحور السينات معامله $\frac{١}{٢}$ يعطي

ص = د(٢س + ١٠)

أو

تمدد موازٍ لمحور السينات معامله $\frac{١}{٢}$ يعطي

ص = د(٢س)

أُتبع بـ:

انسحاب بالمتجه $\binom{-٥}{٠}$ يعطي ص = د(٢(س + ٥)) أو

ص = د(٢س + ١٠)

تمارين مراجعة نهاية الوحدة الثانية

١٢٦

١) أ د: س ↤ ٣س − ١

(هـ ∘ د)(س) = هـ(٣س − ١)

= ٥(٣س − ١) − $[(٣س - ١)]^٢$

= ١٥س − ٥ − $[٩س^٢ - ٦س + ١]$

= ١٥س − ٥ − ٩$س^٢$ + ٦س − ١

= −٦ + ٢١ س − ٩$س^٢$

= −٦ − ٩ $\left(س^٢ - \frac{٧}{٣}س\right)$

= −٦ − ٩ $\left[\left(س - \frac{٧}{٦}\right)^٢ - \frac{٤٩}{٣٦}\right]$

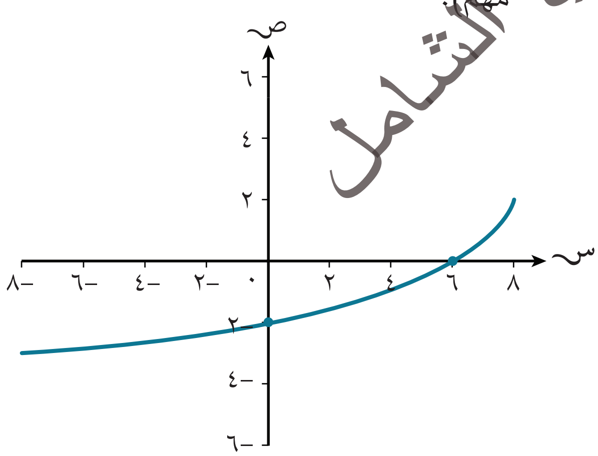
= −٦ − ٩$\left(س - \frac{٧}{٦}\right)^٢ + \frac{٤٩}{٤}$

= $\frac{٢٥}{٤} - ٩\left(س - \frac{٧}{٦}\right)^٢$

٢) أ تحويل التمثيل البياني ص = د(س) إلى ص = −د$\left(\frac{١}{٢}س\right)$ بتحويلين هندسيين :

- تحويل هندسي أفقي: تمدد موازي لمحور السينات معامله $\frac{١}{٢}$ ليعطي ص = د$\left(\frac{١}{٢}س\right)$.
- تحويل هندسي رأسي: انعكاس حول محور السينات ليعطي ص = −د$\left(\frac{١}{٢}س\right)$.

(ترتيب إجراء التحويلين الهندسيين غير مهم).



ب ص = د(س) تحول إلى ص = د(٣ − س) بإجراء تحويلين هندسيين:

- انسحاب أفقي بالمتجه $\binom{-٣}{٠}$ ليعطي: ص = د(س + ٣)، يتبعه: