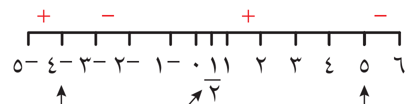
إذا عوّضنا عن س = ٦ فإن $\frac{٧(١ - ٢س)}{(س + ٤)(س - ٥)}$

تصبح $\frac{٧(١ - ٢(٦))}{(٦ + ٤)(٦ - ٥)}$ وهذا مقدار سالب.




$\frac{س - ٣}{س + ٤} \geqslant \frac{س + ٢}{س - ٥}$ لقيم س التي تحقّق:

س < −٤ أو $\frac{١}{٢} \leqslant$ س < ٥

**٨)** ب $٢س^{٢} - ٥س = ٤ - ك$

أعد الترتيب لتحصل على:

$٢س^{٢} - ٥س + (ك - ٤) = ٠$

أ = ٢، ب = −٥، جـ = ك − ٤

حتى يكون للمعادلة جذران حقيقيان، فإن

$ب^{٢} - ٤أجـ > ٠$

$(-٥)^{٢} - ٤(٢)(ك - ٤) > ٠$

$٨ك - ٥٧ < ٠$

$ك < \frac{٥٧}{٨}$

**٩)** ب $٣س^{٢} + ٥س + ك + ١ = ٠$

أ = ٣، ب = ٥، جـ = ك + ١

حتى لا يكون للمعادلة جذران حقيقيان، فإن

$ب^{٢} - ٤أجـ < ٠$

$٢٥ - ٤(٣)(ك + ١) < ٠$

$-١٢ك + ١٣ < ٠$

$ك > \frac{١٣}{١٢}$

## تمارين ١-٨

**١)** إذا كان المستقيم ص = ك س + ١ مماسًا لمنحنى الدالة ص = $س^{٢}$ − ٧س + ٢، فيوجد جذر وحيد للمعادلة الناتجة من حلّ المعادلتَين ص = ك س + ١، ص = $س^{٢}$ − ٧س + ٢ آنيًّا.

$س^{٢} - ٧س + ٢ = ك س + ١$ عند إعادة الترتيب ينتج:

$س^{٢} - (٧ + ك) + ١ = ٠$

أ = ١، ب = −(٧ + ك)، جـ = ١

وجود جذر حقيقي واحد مكرر يعني $ب^{٢} - ٤أجـ = ٠$

$[-(٧ + ك)]^{٢} - ٤(١)(١) = ٠$

$ك^{٢} + ١٤ك + ٤٥ = ٠$

$(ك + ٥)(ك + ٩) = ٠$

ك = −٥ ، أو ك = −٩

**٢)** معادلة المحور السيني ص = ٠

إذا كان المستقيم ص = ٠ مماسًا لـ ص = $س^{٢}$ − (ك + ٣) س + (٣ك + ٤)، فعندها يوجد حلّ وحيد للمعادلة الناتجة من حلّ المعادلتَين ص = ٠، ص = $س^{٢}$ − (ك + ٣) س + (٣ك + ٤) آنيًّا.

$س^{٢} - (ك + ٣)س + (٣ك + ٤) = ٠$

أ = ١، ب = −(ك + ٣)، جـ = (٣ك + ٤)

وجود جذر حقيقي واحد مكرر يعني $ب^{٢} - ٤أجـ = ٠$

$[-(ك + ٣)]^{٢} - ٤(١)(٣ك + ٤) = ٠$

$ك^{٢} - ٦ك - ٧ = ٠$

$(ك + ١)(ك - ٧) = ٠$

ك = −١ أو ك = ٧

**٣) أ** إذا كان المستقيم ص = ك − ٣س مماسًا

لـ ٠ = س$^{٢}$ + ٢س ص − ٢٠، فعندها يوجد

جذر حقيقي واحد للمعادلة الناتجة من حلّ

ص = ك − ٣س ................ (١)،

٠ = س$^{٢}$ + ٢س ص − ٢٠ ...... (٢) آنيًّا

عوّض عن ص في المعادلة (٢) يعطي:

س$^{٢}$ + ٢س (ك − ٣س) − ٢٠ = ٠

أعد الترتيب لتحصل على:

٥س$^{٢}$ − ٢ك س + ٢٠ = ٠

أ = ٥، ب = −٢ك، جـ = ٢٠

وحيث إن ب$^{٢}$ − ٤أجـ = ٠ لوجود جذر حقيقي

واحد يكون (−٢ك)$^{٢}$ − ٤(٥)(٢٠) = ٠

ك = ± ١٠

**ب** أولًا عوّض عن ك = −١٠ في ص= ك − ٣س

لتحصل على:

ص = −١٠ − ٣س

وكذلك حيث إن س$^{٢}$ + ٢س ص − ٢٠ = ٠ وحلّ

المعادلتَين آنيًّا ينتج:

س$^{٢}$ + ٢س (−١٠ − ٣س) − ٢٠ = ٠

−٥س$^{٢}$ + ٢٠س − ٢٠ = ٠

يمكن تبسيط المعادلة إلى س$^{٢}$ − ٤س + ٤ = ٠

(س − ٢)$^{٢}$ = ٠

س = ٢

عوّض عن س = ٢ في ص = ١٠ − ٣س ينتج:

ص = ٤

الإحداثيات هي (٢، ٤) و (−٢، −٤)

**٤)** ص = ٢س − ١ ........................... (١)

ص = س$^{٢}$ + ك س + ٣............... (٢)

عوّض عن ص في المعادلة (٢)

٢س − ١ = س$^{٢}$ + ك س + ٣

أعد الترتيب:

س$^{٢}$ + (ك − ٢) س + ٤ = ٠

أ = ١، ب = ك − ٢، جـ = ٤

حيث يوجد جذران حقيقيان مختلفان يكون

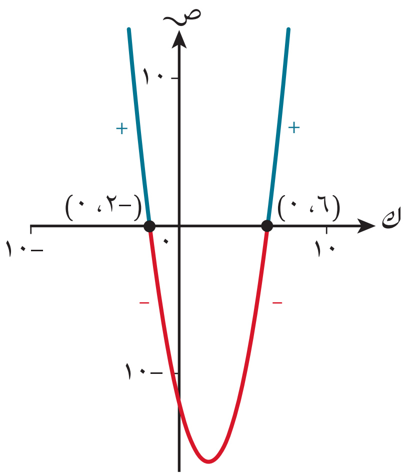
ب$^{٢}$ − ٤أجـ > ٠

(ك − ٢)$^{٢}$ − ٤ (١)(٤) > ٠

ك$^{٢}$ − ٤ك − ١٢ > ٠

(ك − ٦)(ك + ٢) > ٠

منحنى ص = (ك − ٦)(ك + ٢) تربيعي على شكل ∪




يقطع المنحنى المحور ك عند ك = −٢، ك = ٦

بما أن ك$^{٢}$ − ٤ك − ١٢ > ٠ فإننا نحتاج إلى إيجاد

مدى قيم ك حيث يكون المنحنى موجبًا (يقع أعلى

المحور ك).

الحلّ هو ك < −٢ ، ك > ٦

**٥)** ص = م س + ٥ ................ (١)

ص = س$^{٢}$ − س + ٦ .......... (٢)

عوّض عن ص في (٢)

م س + ٥ = س$^{٢}$ − س + ٦

أعد الترتيب لتحصل على:

س$^{٢}$ − (١ + م) س + ١ = ٠

أ = ١، ب = −(١ + م)، جـ = ١

إذا لم يتقاطع المستقيم والمنحنى فلا توجد حلول

حقيقية للمعادلة.

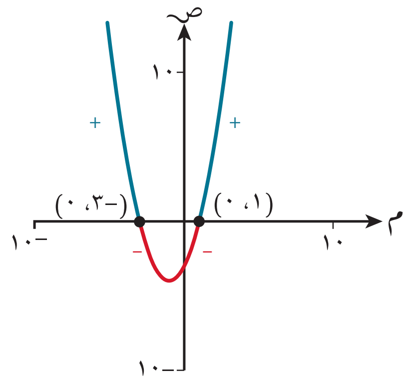
وعليه، يكون ب$^{٢}$ − ٤أجـ < ٠

[−(١ + م)]$^{٢}$ − ٤(١)(١) < ٠

م$^{٢}$ + ٢م − ٣ < ٠

(م + ٣)(م − ١) < ٠

منحنى ص = (م + ٣)(م − ١) تربيعي على شكل ∪




يقطع المنحنى المحور م عند م = −٣، م = ١

وحيث إن م$^{٢}$ + ٢م − ٣ < ٠ فإننا نحتاج إلى إيجاد مدى قيم م التي يكون المنحنى عندها سالبًا (تحت المحور م).

الحلّ هو −٣ < م < ١

**٦)** ص = ك س + ٦ ............................ (١)

س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ − ١٠ س + ٨ ص = ٨٤.......... (٢)

عوّض عن ص في المعادلة (٢)

س$^{٢}$ + (ك س + ٦)$^{٢}$ − ١٠س + ٨(ك س + ٦) = ٨٤

بسّط وأعد الترتيب لتحصل على:

(١ + ك$^{٢}$)س$^{٢}$ + (٢٠ك − ١٠)س = ٠

إذا كان المستقيم مماسًا للمنحنى، فإن للمعادلة جذرًا حقيقيًا واحدًا.

فيكون ب$^{٢}$ − ٤أجـ = ٠

أ = (١ + ك$^{٢}$)، ب = (٢٠ك − ١٠)، جـ = ٠

(٢٠ك − ١٠)$^{٢}$ − ٤(١ + ك$^{٢}$)(٠) = ٠

(٢٠ك − ١٠)$^{٢}$ = ٠

ك = $\frac{١}{٢}$

**٧)** ص = م س + جـ .................. (١)

ص = س$^{٢}$ − ٤س + ٤ ........... (٢)

إذا كان المستقيم مماسًا للمنحنى، سيكون للمعادلة م س + جـ = س$^{٢}$ − ٤س + ٤ حلّ واحد.

أعد الترتيب لتحصل على:

س$^{٢}$ − (٤ + م)س + (٤ − جـ) = ٠

أ = ١، ب = −(٤ + م)، جـ = (٤ − جـ)

حيث يوجد جذر حقيقي واحد مكرر فإن

ب$^{٢}$ − ٤أجـ = ٠

[−(٤ + م)]$^{٢}$ − ٤(١)(٤ − جـ) = ٠

١٦ + ٨م + م$^{٢}$ − ١٦ + ٤جـ = ٠

م$^{٢}$ + ٨م + ٤جـ = ٠

**٨)** ص = م س + جـ .................. (١)

أس$^{٢}$ + ب ص$^{٢}$ + جـ ............ (٢)

عوّض عن ص في (٢)

أس$^{٢}$ + ب(م س + جـ)$^{٢}$ = جـ

فكّ الأقواس لتحصل على:

أس$^{٢}$ + ب م$^{٢}$ س$^{٢}$ + (٢ب جـ م) س + ب جـ$^{٢}$ − جـ = ٠

(أ + ب م$^{٢}$)س$^{٢}$ + (٢ب جـ م) س + (ب جـ$^{٢}$ − جـ) = ٠ *

بما أن المستقيم مماس للمنحنى فيكون للمعادلة في الصورة أس$^{٢}$ + ب ص$^{٢}$ + جـ = ٠ حلّ واحد فقط.

أي أن ب$^{٢}$ − ٤أجـ = ٠

* للمعادلة التي نعمل عليها يكون

(٢ب جـ م)$^{٢}$ − ٤(أ + ب م$^{٢}$) (ب جـ$^{٢}$ − جـ) = ٠

٤ب$^{٢}$ جـ$^{٢}$ م$^{٢}$ − ٤أب جـ$^{٢}$ + ٤أجـ − ٤ب$^{٢}$ جـ$^{٢}$ م$^{٢}$ + ٤ب م$^{٢}$ جـ = ٠

−٤أ ب جـ$^{٢}$ + ٤أجـ + ٤ب م$^{٢}$ جـ = ٠

٤ب م$^{٢}$ جـ = ٤أب جـ$^{٢}$ − ٤أجـ

م$^{٢}$ = $\frac{\text{٤أب جـ}^{٢} - \text{٤أجـ}}{\text{٤ب جـ}}$ بالقسمة على ٤جـ

م$^{٢}$ = $\frac{\text{أب جـ} - \text{أ}}{\text{ب}}$