

$$(5) \text{ أس } - 2 \text{ ب س} + \text{ج} =$$

$$\text{س} = \frac{-(\text{ب}^-) \pm \sqrt{(\text{ب}^-)^2 - 4 \times \text{أ} \times \text{ج}}}{\text{أ} \times 2}$$

$$\text{س} = \frac{\text{ب}^- \pm \sqrt{(\text{ب}^-)^2 - 4 \times \text{أ} \times \text{ج}}}{\text{أ} \times 2} \text{ أو } \frac{\text{ب}^- \pm \sqrt{(\text{ب}^-)^2 - 4 \times \text{أ} \times \text{ج}}}{\text{أ} \times 2}$$

$$\text{قارن مع س} = \frac{\text{ب}^- \pm \sqrt{(\text{ب}^-)^2 - 4 \times \text{أ} \times \text{ج}}}{\text{أ} \times 2} \text{ أو } \frac{\text{ب}^- \pm \sqrt{(\text{ب}^-)^2 - 4 \times \text{أ} \times \text{ج}}}{\text{أ} \times 2}$$

$$\frac{\text{ب}^-}{\text{أ} \times 2} \pm \frac{\sqrt{(\text{ب}^-)^2 - 4 \times \text{أ} \times \text{ج}}}{\text{أ} \times 2}$$

كل من هذه الحلول تزداد بمقدار $\frac{\text{ب}^-}{\text{أ}}$

تمارين ٥-١

قبل أن تبدأ في الحل ابحث عن الطريقة الأقل تعقيداً.

الطريقة ١

اكتب س بدالة ص في المعادلة (١)

$$\text{س} = \frac{\text{ص}^3 + 5}{4}$$

عوّض في المعادلة (٢)

$$10 = \text{ص} \left(\frac{\text{ص}^3 + 5}{4} \right)^2 + \left(\frac{\text{ص}^3 + 5}{4} \right)^3$$

$$10 = \frac{\text{ص}^3 (\text{ص}^3 + 5)}{4} + \frac{(\text{ص}^3 + 5)^3}{64}$$

$$160 = (\text{ص}^3 + 5) \text{ص}^3 + (\text{ص}^3 + 5)^3$$

$$0 = 135 - \text{ص}^9 + \text{ص}^6$$

$$0 = \text{ص}^2 + \text{ص} - 3$$

$$0 = (\text{ص} + 3)(\text{ص} - 1)$$

$$\text{ص} = 3 \text{ أو } \text{ص} = 1$$

عوّض عن ص في المعادلة (١)

$$5 = (\text{ص} - 3)^3 \text{ أو } 5 = \text{ص}^3 - 3$$

$$\text{ص} = 1 \text{ أو } \text{ص} = 2$$

الحلول هي (١، -٣)، (٢، ١)

الطريقة البديلة أدناه أكثر سهولة.

الطريقة ٢

في المعادلة (١)، اضرب $\text{ص}^3 - 5 = \text{ص}$ في س

ثم اجمع المعادلة الناتجة إلى (٢).

الحل
الخطوات
و
ن

$$(1) \text{ ب } \text{س} + \text{ص} = 6 \text{ (1)}$$

$$\text{س}^2 + 2 \text{ص} = 8 \text{ (2)}$$

من المستحسن تجنب الكسور عند استخدام التعويض:

$$\text{س} = 6 - \text{ص}$$

عوّض في المعادلة (٢) لتحصل على:

$$8 = (\text{ص} - 6)^2 + 2 \text{ص}(\text{ص} - 6)$$

$$8 = \text{ص}^2 - 12 \text{ص} + 36 + 2 \text{ص}^2 - 12 \text{ص}$$

اقسم على ٤

$$2 = \text{ص}^2 - 9 \text{ص} + 9$$

$$0 = (\text{ص} - 3)(\text{ص} - 6)$$

$$\text{ص} = 3 \text{ أو } \text{ص} = 6$$

عوّض في المعادلة (١) لتحصل على:

$$\text{س} = 3 \text{ فإن } \text{ص} = 3$$

$$\text{س} = 6 \text{ فإن } \text{ص} = 0$$

عوّض دائماً لتجد قيمة المتغير الثاني في المعادلة الخطية.

$$\text{الحلول هي } (3, 3), (0, 6)$$

$$9 \text{ و } \text{س}^2 - \text{ص}^3 = 5 \text{ (1)}$$

$$\text{س}^3 + 2 \text{ص} = 10 \text{ (2)}$$

$$\begin{aligned}
 273 &= 2ص^2 + 2(ص^2 - 25) \\
 0 &= 252 + 2ص - 2ص^2 \\
 0 &= 63 + 2ص - 2ص^2 \\
 \frac{(63) \times 2 \times 4 - \sqrt{(25)^2 - 2 \times 2}}{2 \times 2} &= ص \\
 3\frac{1}{4} &= ص \text{ أو } 9 = ص
 \end{aligned}$$

عوض عن ص = 9 في (1) لتحصل على س = $3\frac{1}{4}$
 عوض عن ص = $3\frac{1}{4}$ في (1) لتحصل على س = 9
 أطوال أضلاع المثلثين هي $3\frac{1}{4}$ سم و 9 سم.

(3) ليكن نصف القطرين هما (س)، (ص)
 (1) $\pi 2س + \pi 2ص = 36\pi$ (1)
 (2) $\pi س^2 + \pi 2ص^2 = 170\pi$ (2)
 بسّط كلا المعادلتين:

$$\begin{aligned}
 (1) \dots\dots\dots 18 &= ص + س \\
 (2) \dots\dots\dots 170 &= 2ص^2 + س^2 \\
 \text{من المعادلة (1) } س &= 18 - ص \\
 \text{عوض عن س في المعادلة (2)} \\
 0 &= (11 - ص)(7 - ص) \\
 ص &= 11 \text{ أو } 7
 \end{aligned}$$

عوض عن ص = 11 في المعادلة (1) لتحصل على س = 7
 عوض عن ص = 7 في المعادلة (1) لتحصل على س = 11
 نصف القطرين هما 7 سم، 11 سم

(4) ع + نق = 18 (1)

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4}(\pi 4\text{نق}^2) + \pi 2\text{نق}^2 + \pi 2\text{ع} &= 205\pi \dots\dots\dots (2) \\
 \text{بسّط المعادلة (2):} \\
 3\text{نق}^2 + 2\text{نق} - 205 &= 0 \\
 \text{من المعادلة (1) } ع &= 18 - \text{نق} \\
 \text{عوض عن ع في المعادلة (2) لتحصل على:} \\
 3\text{نق}^2 + 2(18 - \text{نق}) - 205 &= 0 \\
 3\text{نق}^2 - 36\text{نق} - 205 &= 0 \\
 (\text{نق} - 5)(\text{نق} + 41) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 &= 3ص - 2ص \\
 10 &= 3ص + 2ص \\
 \text{الجمع يعطي } 5 &= 5ص + 10 \text{ أو } 10 = 5ص - 2ص \\
 0 &= (2 - س)(2 + س) \\
 س &= 2 \text{ أو } س = -1 \\
 \text{عوض ثانية في المعادلة الخطية (1) لتحصل} \\
 \text{على:} \\
 5 &= 3ص - (2) \text{ و } 5 = 3ص - (1) \\
 1 &= ص \quad 3 = ص \\
 \text{الحلول هي } (2, 1), (1, -1)
 \end{aligned}$$

الحلول هي (2، 1)، (1، -1)
 الخاطئ الشائع هو إعادة كتاب المعادلة (1) في صورة $ص + 2ص = 10$

ل س + 2ص = 5 (1)
 س + 2ص = 10 (2)
 الخطأ الشائع هو إعادة كتاب المعادلة (1) في صورة $ص + 2ص = 10$

$$\begin{aligned}
 \text{من المعادلة (1) } س &= 5 - 2ص \\
 \text{عوض عن س في المعادلة (2)} \\
 10 &= 2ص + 2(5 - 2ص) \\
 0 &= 10 + 2ص - 20 \\
 0 &= 2ص - 10 \\
 0 &= 2ص - 10 \\
 0 &= (3 - ص)(3 + ص) \\
 ص &= 3 \text{ أو } ص = -3
 \end{aligned}$$

عوض ثانية في المعادلة (1) لتحصل على:
 س + 2(3) = 5 و س + 2(-3) = 5
 س = 3 و س = -1
 الحل هو (3، 1)، (-3، 1)

(2) لتكن أطوال أضلاع المربعين هي (س سم)، (ص سم)
 مجموع المحيطين 4س + 4ص = 50 (1)
 مجموع المساحتين س² + ص² = 25، 93 (2)
 من المعادلة (1) س = $\frac{25 - 2ص}{2}$
 عوض عن س في المعادلة (2)
 $93, 25 = 2ص^2 + \left(\frac{25 - 2ص}{2}\right)^2$

عوض عن ص = ١- في (١) لتحصل على س = ٣
تقع أ عند (١، ٢-)، ب عند (٣، ١-) أو العكس.

(٧) أ ليكن الجزءان س، ص

(١) س + ص = ١٠

(٢) س^٢ - ص^٢ = ٦٠

من المعادلة (١) س = ١٠ - ص

عوض عن س في المعادلة (٢)

$$٦٠ = (١٠ - ص)^2 - ص^2$$

$$٤٠ = ٢٠ - ص$$

$$ص = ٢$$

فيكون س = ٨

(١) س + ص = ن

(٢) س^٢ - ص^٢ = د

$$د = (ن - ص)^2 - ص^2$$

$$ن^2 - ٢نص = د$$

$$٢نص = ن^2 - د$$

$$ص = \frac{ن^2 - د}{٢ن}$$

$$ص = \frac{ن}{٢} - \frac{د}{٢ن}$$

$$س = \frac{ن}{٢} + \frac{د}{٢ن}$$

$$س = \frac{ن}{٢} + \frac{د}{٢ن}$$

$$س = \frac{ن}{٢} + \frac{د}{٢ن}$$

الجزءان هما $\frac{ن}{٢} + \frac{د}{٢ن}$ ، $\frac{ن}{٢} - \frac{د}{٢ن}$

نق = ٥ أو ٤١- (مرفوض)

عوض عن نق = ٥ في (١) لتحصل على ع = ١٣

الحل هو نق = ٥، ع = ١٣

(٥) ص = ٢ - س

(٢) ٥س^٢ - ص^٢ = ٢٠

عوض عن ص في المعادلة (٢) لتحصل على:

$$٢٠ = ٥(٢ - س)^2 - (٢ - س)^2$$

$$٠ = ٦ - س + ٢س$$

$$٠ = (٣ + س)(٢ - س)$$

$$س = ٢ أو س = ٣-$$

عوض عن س = ٢ في (١) لتحصل على ص = ٠

عوض عن س = ٣- في (١) لتحصل على ص = ٥

أ(٠، ٢)، ب(٣-، ٥) (أو العكس)

(٦) ٢س + ٥ص = ١

(٢) ٥س^٢ + ٥ص - ٤ص^٢ = ١٠

من المعادلة (١) س = $\frac{١ - ٥ص}{٢}$

عوض عن س في المعادلة (٢) لتحصل على:

$$٠ = ١٠ + ٥\left(\frac{١ - ٥ص}{٢}\right) - ٤\left(\frac{١ - ٥ص}{٢}\right)^2$$

$$٠ = ٤٠ + ٥(١ - ٥ص) - (١ - ٥ص)^2$$

$$٠ = ٤١ + ٥ص - ٤١ - ٥ص$$

$$٠ = (١ - ٥ص)$$

$$٠ = (١ + ص)(١ - ٥ص)$$

$$ص = ١ أو ص = ١-$$

عوض عن ص = ١ في (١) لتحصل على س = ٢-

تمارين ٦-١

(١) أ الطريقة (١) (التعويض)

$$س^٤ - ١٣س^٢ + ٣٦ = ٠$$

لتكن $ص = س^٢$ ، فيكون:

$$ص^٢ - ١٣ص + ٣٦ = ٠$$

$$٠ = (ص - ٩)(ص - ٤)$$

$$ص = ٩ \text{ أو } ص = ٤$$

$$س^٢ = ٩ \text{ أو } س^٢ = ٤$$

$$س = ٣ \pm \text{ أو } س = ٢ \pm$$

الطريقة (٢) (التحليل المباشر إلى العوامل)

$$٠ = (س^٢ - ٤)(س^٢ - ٩)$$

$$س^٢ = ٩ \text{ أو } س^٢ = ٤$$

$$س = ٣ \pm \text{ أو } س = ٢ \pm$$

$$١ = \frac{٧}{س} + \frac{٨}{س^٢} \quad \text{ب}$$

$$٨ + ٧س = س^٢$$

$$س^٢ - ٧س - ٨ = ٠$$

$$٠ = (س^٢ - ٨)(س + ١)$$

$$س^٢ = ٨ \text{ أو } س = -١$$

$$س = ٢ \text{ أو } س = -١$$

(٢) ب الطريقة (١) (التعويض)

$$س + \sqrt{س} - ٦ = ٠$$

لتكن $ص = \sqrt{س}$ ، فيكون:

$$ص^٢ + ص - ٦ = ٠$$

$$٠ = (ص + ٣)(ص - ٢)$$

$$ص = ٣ \text{ أو } ص = ٢$$

$\sqrt{س} = ٣$ (لا يوجد حل لأن $\sqrt{س}$ غير موجود للقيم

السالبة)

$$\sqrt{س} = ٢$$

$$س = ٤$$

$$١٦ = \frac{٥}{\sqrt{س}} + ٣\sqrt{س} \quad \text{و}$$

$$٣\sqrt{س} - ١٦ = \frac{٥}{\sqrt{س}}$$

لتكن $ص = \sqrt{س}$ ، فإن:

$$٣ص - ١٦ = \frac{٥}{ص}$$

$$٠ = (٣ص - ١٦)(ص) - ٥$$

$$ص = ٥ \text{ أو } ص = ١$$

$$\sqrt{س} = ٥ \text{ أو } \sqrt{س} = ١$$

$$س = ٢٥ \text{ أو } س = ١$$