خذ الجذر التربيعي للطرفَين

$\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$ − س = ± $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$

س = $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$ أو س = ٠ مرفوض

س = $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$ = ٣١٨ م (مقرّبة إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

> التحليل إلى العوامل هي طريقة أخرى ممكنة لحل المعادلة (١)
>
> س(٩٠٠٠√٣ − ٤٩س) = ٠
>
> إمّا س = ٠ (مرفوض) أو ٩٠٠٠√٣ − ٤٩س = ٠
>
> س = $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$ = ٣١٨ م (مقرّبة إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية).

ب أقصى ارتفاع يصل إليه هو أكبر قيمة لـ ص

وهذا يحدث عندما س = $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$ لأن أعلى نقطة في المنحنى تمثّل نصف الفترة، فيكون:

ناتج قسمة $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٤٩}$ على ٢ يعطي $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$

عوّض عن ص = ($\sqrt{٣}$) س − $\frac{٤٩س^{٢}}{٩٠٠٠}$ = ٠

للحصول على:

ص = ($\sqrt{٣}$) $\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}$ − $\frac{٤٩}{٩٠٠٠}$ $\left(\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}\right)^{٢}$

ص = $\frac{٢٧٠٠٠}{٩٨}$ − $\frac{١٣٥٠٠}{٩٨}$

ص = ١٣٨ م (مقرّبة إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية).

تمارين ١-٢

٤٠

١) أ ص = س^{٢} − ٦س + ٨ منحنى تربيعي.

قارن ص = س^{٢} − ٦س + ٨ مع

ص = أس^{٢} + ب س + جـ

قيمة أ = ١ فيكون أ > ٠ وتعني أن شكل المنحنى التربيعي على شكل U

نجد المقاطع السينية بتعويض ص = ٠ في:

ص = س^{٢} − ٦س + ٨

٠ = س^{٢} − ٦س + ٨

٠ = (س − ٢)(س − ٤)

س = ٢ أو س = ٤

المقاطع السينية هي (٢، ٠)، (٤، ٠)

نجد المقطع الصادي بتعويض س = ٠ في:

ص = س^{٢} − ٦س + ٨

ص = ٨

نقاط التقاطع مع المحورَين هي (٠، ٨)، (٢، ٠)، (٤، ٠).

للمنحنى نقطة قيمة صغرى (أو أقل قيمة) عند الرأس.

يوجد محور تماثل يمر في منتصف المسافة بين س = ٢، س = ٤، ويمر أيضًا في الرأس.

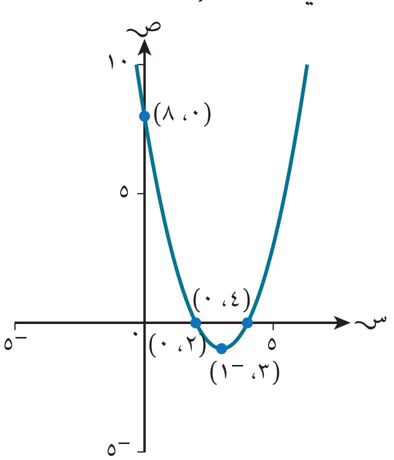
معادلة محور التماثل هي س = ٣

عوّض عن س = ٣ في ص = س^{٢} − ٦س + ٨ لتحصل على:

ص= ٣^{٢} − ٦ × (٣) + ٨

ص = −١

إحداثي الرأس (نقطة القيمة الصغرى) (٣، −١).



د ص = ١٢ + س − س^{٢} منحنى تربيعي.

قارن ص = ١٢ + س − س^{٢} مع

ص = أس^{٢} + ب س + جـ

قيمة أ = −١ فيكون أ $<$ ٠ وتعني أن شكل المنحنى التربيعي على شكل $\cap$

نجد المقاطع السينية بتعويض ص= ٠ في:

ص = ١٢ + س − س^{٢}

٠ = ١٢ + س − س^{٢}

٠ = (٣ + س)(٤ − س)

س= −٣ أو س = ٤

المقاطع السينية (−٣، ٠)، (٤، ٠)

نجد المقطع الصادي بتعويض س = ٠ في:

ص = ١٢ + س − س^{٢}

ص = ١٢

نقاط التقاطع مع المحورَين هي (٠، ١٢)، (−٣، ٠)، (٤، ٠).

للمنحنى نقطة قيمة عظمى (أعلى نقطة) وتقع عند الرأس.

يوجد محور تماثل يمر في منتصف المسافة بين س= −٣، س = ٤ ويمر أيضًا في الرأس.

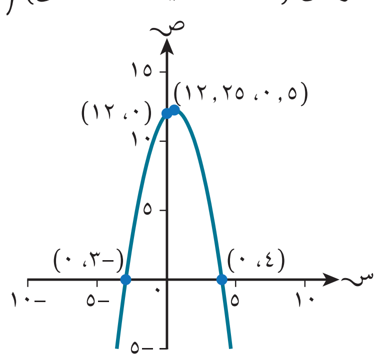
معادلة محور التماثل س = $\frac{١}{٢}$

عوّض عن س = $\frac{١}{٢}$ في المعادلة ص = ١٢ + س − س^{٢} لتحصل على

ص = ١٢ + $\frac{١}{٢}$ − $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

ص = ١٢ + $\frac{١}{٤}$

الرأس (نقطة القيمة العظمى) $\left(\frac{١}{٢}، ١٢\frac{١}{٤}\right)$



٢) **أ** ٢س^{٢} − ٨س + ٥

٢(س^{٢} − ٤س) + ٥

٢ [(س − ٢)^{٢} − ٢^{٢}] + ٥

[٢(س − ٢)^{٢} − ٨] + ٥

٢(س − ٢)^{٢} − ٣

ب يمر محور تماثل المنحنى في الرأس وهو (٢، −٣)

معادلة محور التماثل هي س = ٢

٣) **أ** ص = ٧ + ٥س − س^{٢}

ص = ٧ − (س^{٢} − ٥ س)

ص = ٧ − $\left[\left(س − \frac{٥}{٢}\right)^{٢} − \frac{٢٥}{٤}\right]$

ص = $\frac{٥٣}{٤}$ − $\left(س − \frac{٥}{٢}\right)^{٢}$

ب شكل منحنى الدالة على شكل $\cap$

للمنحنى نقطة قيمة عظمى (أعلى نقطة) وهي نقطة تحول عند الرأس $\left(\frac{٥}{٢}، \frac{٥٣}{٤}\right)$

نقطة القيمة العظمى هي $\left(\frac{٥}{٢}، \frac{٥٣}{٤}\right)$ أو $\left(٢\frac{١}{٢}، ١٣\frac{١}{٤}\right)$

س^{٢} − ٧س + ٨

المطلوب إيجاد القيمة الصغرى. ثمّة طريقتان يمكن أن تستخدمهما:

الطريقة ١ التحليل إلى العوامل (إن أمكن)

الطريقة ٢ الإكمال إلى مربّع.

س^{٢} − ٧ س+ ٨ لا تحلل إلى العوامل، لذا:

أكمل إلى مربّع لتحصل على:

$\left(س − \frac{٧}{٢}\right)^{٢}$ − $\frac{٤٩}{٤}$ + ٨

$\left(س − \frac{٧}{٢}\right)^{٢}$ − $\frac{١٧}{٤}$

انتبه، لقد طُلب إليك إيجاد القيمة الصغرى، وليس النقطة الصغرى.

القيمة الصغرى −٤ $\frac{١}{٤}$ [عندما (س = ٣ $\frac{١}{٢}$)]

٧) منحنى ص = ٤س^{٢} + ٢س + ٥ هو منحنى تربيعي شكله على شكل U

أكمل إلى مربّع لتجد الرأس (نقطة القيمة الصغرى).

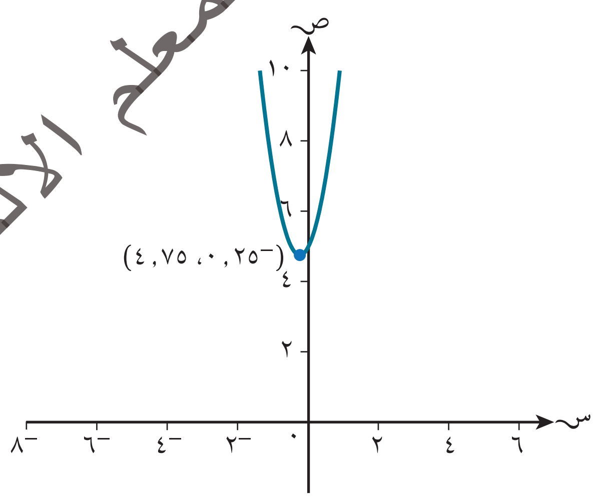
ص = ٤(س^{٢} + $\frac{١}{٢}$س) + ٥

ص = ٤ $\left[(س + \frac{١}{٤})^{٢} - (\frac{١}{٤})^{٢}\right]$ + ٥

ص = ٤ $\left[(س + \frac{١}{٤})^{٢} - \frac{١}{٤}\right]$ + ٥

ص = ٤ $(س + \frac{١}{٤})^{٢}$ + $\frac{١٩}{٤}$

الرأس $(-\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١٩}{٤})$ يقع أعلى محور السينات.



٨) المنحنى (أ)، رأس المنحنى (أ) هو (٤، ٢).

النقطة (٦، ٦)

تقع على المنحنى.

لا يوجد مقطع سيني.

توجد ثلاث صور للمعادلة التربيعية:

١) **ص = أس^{٢} + ب س + جـ**

أي ثلاث نقاط على المنحنى التربيعي تمكننا من تشكيل ثلاث معادلات وحلّها آنيًا.

على الرغم من ذلك، فهذه طريقة طويلة وتشوبها الأخطاء.

٢) **ص = أ(س − د) (س − هـ)**

لتستخدم هذه الصورة، عليك أن تعرف المقاطع السينية إن وجدت.

٣) **ص = أ(س − و)^{٢} + ح**

لتستخدم هذه الصورة عليك أن تعرف إحداثيات الرأس (و، ح)، بالإضافة إلى نقطة أخرى على المنحنى التربيعي.

استخدم ص = أ(س − و)^{٢} + ح وعوّض عن

و = ٤، ح = ٢

ص = أ(س − ٤)^{٢} + ٢

الآن عوّض عن س = ٦، ص = ٦ لتحصل على

٦= أ(٦ − ٤)^{٢} + ٢

أ = ١

فيكون، ص = (س − ٤)^{٢} + ٢

المنحنى (ب)، رأس المنحنى عند (−٢، −٦).

المقاطع السينية ليست معروفة.

النقطة (٠، ١٠) تقع على المنحنى.

استخدم ص = أ(س − و)^{٢} + ح وعوّض عن

و = −٢، ح = −٦

ص = أ(س − −٢)^{٢} − ٦

ص = أ(س + ٢)^{٢} − ٦

الآن عوّض عن س = ٠، ص = ١٠ لتحصل على

١٠ = أ(٠ + ٢)^{٢} − ٦

أ = ٤

لذا يكون ص = ٤(س + ٢)^{٢} − ٦

المنحنى (ج)، توجد أكثر من ثلاث معلومات يمكن قراءتها من المنحنى.

فمثلًا: رأس المنحنى (٢، ٨)

المقطعان السينيان هما س = −٢، س = ٦

النقطة (٠، ٦) على المنحنى.

استخدم ص = أ(س − د)(س − هـ)

عوّض عن د = −٢، هـ = ٦

ص = أ(س + ٢)(س − ٦)

الآن عوّض عن س = ٢، ص = ٨ لتحصل على

٨ = أ(٢ + ٢)(٢ − ٦)

أ = −$\frac{١}{٢}$

فيكون، ص = − $\frac{١}{٢}$ (س + ٢)(س − ٦)

٩) $ص = س^{٢} - ٦س + ١٣$

المنحنى التربيعي على شكل $\cup$

أكمل إلى مربّع لتحصل على:

$ص = (س - ٣)^{٢} + ٤$

الرأس عند (٣، ٤)

$ص = س^{٢} - ٦س + ١٣$ هو المنحنى (أ)

$ص = -س^{٢} - ٦س - ٥$

المنحنى التربيعي على شكل $\cap$

أكمل إلى مربّع لتحصل على:

$ص = -(س^{٢} + ٦س) - ٥$

$ص = -[(س + ٣)^{٢} - ٩] - ٥$

$ص = -(س + ٣)^{٢} + ٤$

فيكون الرأس عند (−٣، ٤)

$ص = -س^{٢} - ٦س - ٥$ هو (ز)

منحنى $ص = -س^{٢} - ب\,س - جـ$ هو انعكاس لمنحنى $ص = س^{٢} + ب\,س + جـ$ حول المحور السيني، أي أن $د(س) \leftarrow -د(س)$

$ص = س^{٢} - ب\,س + جـ$ هو انعكاس لمنحنى $ص = س^{٢} + ب\,س + جـ$ حول المحور الصادي، أي أن $د(س) \leftarrow -د(-س)$

سيتكرّر الأمر في الوحدة الثانية.

معادلة المنحنى (و) هي $ص = س^{٢} + ٦س + ٥$ وهي انعكاس المنحنى (ز) حول المحور السيني

معادلة المنحنى (د) هي $ص = -س^{٢} + ٦س - ١٣$ وهي انعكاس المنحنى (أ) حول المحورالسيني.

معادلة المنحنى (هـ) هي $ص = س^{٢} + ٦س + ١٣$ وهي انعكاس المنحنى (أ) حول المحورالصادي

معادلة المنحنى (ب) هي $ص = س^{٢} + ٦س + ٥$ وهي انعكاس المنحنى (و) حول المحورالصادي

معادلة المنحنى (ج) هي $ص = -س^{٢} + ٦س - ٥$ وهي انعكاس المنحنى (ز) حول المحورالصادي

معادلة المنحنى (ح) هي $ص = -س^{٢} - ٦س - ١٣$ وهي انعكاس المنحنى (هـ) حول المحورالسيني.

(ثمّة طرائق أخرى لحلّ التمرين).

١٠) استخدم $ص = أ(س - و)^{٢} + ق$

الرأس هو (ك، ل)

عوّض عن و = ك، ل = ق لتحصل على

$ص = أ(س - ك)^{٢} + ل$

فكّ الأقواس لتحصل على:

$ص = أ(س^{٢} - ٢ك\,س + ك^{٢}) + ل$

$ص = أس^{٢} - ٢أك\,س + أك^{٢} + ل$

تمارين ١-٣

١) **ب** $س^{٢} + ٥س - ٣٦ = ٠$

أ = ١، ب = ٥، جـ = −٣٦

عوّض في $ب^{٢} - ٤أجـ$ لتحصل على:

$٥^{٢} - ٤(١)(-٣٦)$ وهي > ٠ وعليه، يوجد جذران حقيقيان مختلفان.

هـ $٢س^{٢} - ٧س + ٨ = ٠$

أ = ٢، ب = −٧، جـ = ٨

عوّض في $ب^{٢} - ٤أجـ$ لتحصل على:

$(-٧)^{٢} - ٤(٢)(٨)$ وهي < ٠ لذا لا توجد جذور حقيقية.

٢) $٢ - ٥س = \frac{٤}{س}$

أعد الترتيب وبسّط:

$٥س^{٢} - ٢س + ٤ = ٠$

أ = ٥، ب = −٢، جـ = ٤

عوّض في $ب^{٢} - ٤أجـ$ لتحصل على:

$(-٢)^{٢} - ٤(٥)(٤)$ وهي < ٠ لذا لا توجد جذور حقيقية.

٣) $س^{٢} - ٥س + ٩ = ك(٥ - س)$

$س^{٢} - ٥س + ٩ - ٥ك - ك\,س = ٠$

$س^{٢} + (ك - ٥)س + ٩ - ٥ك = ٠$