تمارين ١-١

١) أ $\text{س}^{٢} - ٦\text{س} = (\text{س} - ٣)^{٢} - ٣^{٢}$

$= (\text{س} - ٣)^{٢} - ٩$

ز $\text{س}^{٢} + ٧\text{س} + ١ = \left(\text{س} + \frac{٧}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{٧}{٢}\right)^{٢} + ١$

$= \left(\text{س} + \frac{٧}{٢}\right)^{٢} - \frac{٤٥}{٤}$

٢) ب $٣\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} - ١$

خذ ٣ عوامل مشتركة بين الحدَّين الأول والثاني

$٣(\text{س}^{٢} - ٤\text{س}) - ١$

أكمل المربّع:

$٣[(\text{س} - ٢)^{٢} - ٤] - ١$

$٣(\text{س} - ٢)^{٢} - ١٣$

٣) ج $٤ - ٣\text{س} - \text{س}^{٢}$

$٤ - (٣\text{س} + \text{س}^{٢})$

$= ٤ - \left[\left(\text{س} + \frac{٣}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}\right]$

$= ٤ + \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} - \left(\text{س} + \frac{٣}{٢}\right)^{٢}$

$= \frac{٢٥}{٤} - \left(\text{س} + \frac{٣}{٢}\right)^{٢}$

٤) ب $٣ - ١٢\text{س} - ٢\text{س}^{٢}$

$= ٣ - ٢(٦\text{س} + \text{س}^{٢})$

$= ٣ - ٢[(٣\text{س} + \text{س}^{٢}) - ٣^{٢}]$

$= ٣ - ٢(٣ + \text{س}^{٢})^{٢} + ١٨$

$= ٢١ - ٢(\text{س} + ٣)^{٢}$

٥) أ $٩\text{س}^{٢} - ٦\text{س} - ٣$

استخدم الطريقة الجبرية:

$٩\text{س}^{٢} - ٦\text{س} - ٣ = (\text{أس} + \text{ب})^{٢} + \text{جـ}$

$= \text{أ}^{٢}\text{س}^{٢} + ٢\text{أب س} + \text{ب}^{٢} + \text{جـ}$

$٩ = \text{أ}^{٢}$ .....، $-٦ = ٢\text{أ ب}$ .....، $-٣ = \text{ب}^{٢} + \text{جـ}$ ....

فيكون ، $\text{أ} = \pm ٣$

عندما $\text{أ} = ٣$، $-٦ = ٦\text{ب}$، وتكون $\text{ب} = -١$ ثمّ:

$-٣ = (-١)^{٢} + \text{جـ}$، وتكون $\text{جـ} = -٤$

عندما $\text{أ} = -٣$، $-٦ = -٦\text{ب}$، وتكون $\text{ب} = ١$

$-٣ = ١^{٢} + \text{جـ}$، وتكون $\text{جـ} = -٤$

$٩\text{س}^{٢} - ٦\text{س} - ٣ = (٣\text{س} - ١)^{٢} - ٤ = (-٣\text{س} + ١)^{٢} - ٤$

٦) أ $\text{س}^{٢} + ٨\text{س} - ٩ = ٠$

$(\text{س} + ٤)^{٢} - ١٦ - ٩ = ٠$

$(\text{س} + ٤)^{٢} = ٢٥$

خذ الجذر التربيعي للطرفَين:

$\text{س} + ٤ = \pm ٥$

$\text{س} = -٩$ ، أو $\text{س} = ١$

٧) أ $\text{س}^{٢} + ٤\text{س} - ٧ = ٠$

$(\text{س} + ٢)^{٢} - ٤ - ٧ = ٠$

$(\text{س} + ٢)^{٢} = ١١$

$\text{س} + ٢ = \pm\sqrt{١١}$

$\text{س} = -٢ \pm \sqrt{١١}$

هـ $٢\text{س}^{٢} + ٦\text{س} + ٣ = ٠$

$٢\left[\left(\text{س} + \frac{٣}{٢}\right)^{٢} - \frac{٩}{٤}\right] + ٣ = ٠$

$٢\left(\text{س} + \frac{٣}{٢}\right)^{٢} - \frac{٩}{٢} + ٣ = ٠$

$٢\left(\text{س} + \frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٣}{٢}$

$٢\left(\text{س} + \frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٣}{٤}$

$$\text{س} + \frac{٣}{٢} = \pm \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

$$\text{س} = -\frac{٣}{٢} \pm \frac{\sqrt{٣}}{٢} \text{ أو } \text{س} = \frac{-٣ \pm \sqrt{٣}}{٢}$$

٨) $\frac{٥}{\text{س} + ٢} + \frac{٣}{\text{س} - ٤} = ٢$

اضرب جميع الحدود في (س + ٢)(س − ٤):

$$٥(\text{س} - ٤) + ٣(\text{س} + ٢) = ٢(\text{س} + ٢)(\text{س} - ٤)$$

$$٥\text{س} - ٢٠ + ٣\text{س} + ٦ = ٢\text{س}^٢ - ٤\text{س} - ١٦$$

$٢\text{س}^٢ - ١٢\text{س} - ٢ = ٠$ اقسم الطرفَين على ٢ لتحصل على:

$$\text{س}^٢ - ٦\text{س} - ١ = ٠$$

$$(\text{س} - ٣)^٢ - ٣^٢ - ١ = ٠$$

$$(\text{س} - ٣)^٢ = ١٠$$

$$\text{س} - ٣ = \pm\sqrt{١٠}$$

$$\text{س} = ٣ \pm \sqrt{١٠}$$

٩) استخدم نظرية فيثاغورس:

$$(٢\text{س} + ٥)^٢ + \text{س}^٢ = ١٠^٢$$

$$٥\text{س}^٢ + ٢٠\text{س} - ٧٥ = ٠$$

$$\text{س}^٢ + ٤\text{س} - ١٥ = ٠$$

$$(\text{س} + ٢)^٢ - ٢^٢ - ١٥ = ٠$$

$$(\text{س} + ٢)^٢ = ١٩$$

$$\text{س} + ٢ = \pm\sqrt{١٩}$$

$\text{س} = \sqrt{١٩} - ٢$ أو

$\text{س} = -\sqrt{١٩} - ٢$ (مرفوض لأن طول الضلع لا يمكن أن يكون سالبًا)

$$\text{س} = \sqrt{١٩} - ٢$$

١٠) $(٣\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ٧)^٤ = ١$

خذ الجذر الرابع للطرفَين فتحصل على:

$$٣\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ٧ = \pm ١$$

إمّا: $٣\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ٧ = ١$

$$٣\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ٨ = ٠$$

$$٣\left[\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ - \frac{٢٥}{٣٦}\right] - ٨ = ٠$$

$$٣\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ - \frac{٢٥}{١٢} - ٨ = ٠$$

$$٣\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ = \frac{١٢١}{١٢}$$

$$٣\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ = \frac{١٢١}{٣٦}$$

$$\text{س} + \frac{٥}{٦} = \pm\sqrt{\frac{١٢١}{٣٦}}$$

$$\text{س} + \frac{٥}{٦} = \frac{١١}{٦} \text{ أو } \text{س} + \frac{٥}{٦} = -\frac{١١}{٦}$$

$$\text{س} = ١ \text{ أو } -\frac{٨}{٣}$$

أو $٣\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ٧ = -١$

$$٣\text{س}^٢ + ٥\text{س} - ٦ = ٠$$

$$٣\left[\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ - \frac{٢٥}{٣٦}\right] - ٦ = ٠$$

$$٣\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ - \frac{٢٥}{١٢} - ٦ = ٠$$

$$٣\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ = \frac{٩٧}{١٢}$$

$$\left(\text{س} + \frac{٥}{٦}\right)^٢ = \frac{٩٧}{٣٦}$$

$$\text{س} + \frac{٥}{٦} = \pm\frac{\sqrt{٩٧}}{٦}$$

$$\text{س} = \frac{١}{٦}(-٥ - \sqrt{٩٧}) \text{ أو } \text{س} = \frac{١}{٦}(\sqrt{٩٧} - ٥)$$

$$\text{س} = -\frac{٨}{٣}،\ ١،\ \frac{١}{٦}(-٥ - \sqrt{٩٧})،\ \frac{١}{٦}(\sqrt{٩٧} - ٥)$$

١١) $\text{ص} = (\sqrt{٣})\text{س} - \frac{٤٩\text{س}^٢}{٩٠٠٠}$

أ المدى هو أكبر قيمة لـ س عندما ص = ٠.

$(\sqrt{٣})\text{س} - \frac{٤٩\text{س}^٢}{٩٠٠٠} = ٠$ .... [١]

$$٩٠٠٠(\sqrt{٣})\text{س} - ٤٩\text{س}^٢ = ٠$$

$$٤٩\left[\left(\text{س} - \frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}\right)^٢ - \left(\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}\right)^٢\right] = ٠$$

$$\left(\text{س} - \frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}\right)^٢ - \left(\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}\right)^٢ = ٠$$

$$\left(\text{س} - \frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}\right)^٢ = \left(\frac{٩٠٠٠\sqrt{٣}}{٩٨}\right)^٢$$

خذ الجذر التربيعي للطرفَين

$\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$ − س = ± $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$

س = $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$ أو س = ٠ مرفوض

س = $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$ = ٣١٨ م (مقرّبة إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية)

> التحليل إلى العوامل هي طريقة أخرى ممكنة لحل المعادلة (١)
>
> س($٣\sqrt{٩٠٠٠}$ − ٤٩س) = ٠
>
> إمّا س = ٠ (مرفوض) أو $٣\sqrt{٩٠٠٠}$ − ٤٩س = ٠
>
> س = $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$ = ٣١٨ م (مقرّبة إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية).

ب أقصى ارتفاع يصل إليه هو أكبر قيمة لـ ص

وهذا يحدث عندما س = $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$ لأن أعلى نقطة في المنحنى تمثّل نصف الفترة، فيكون:

ناتج قسمة $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٤٩}$ على ٢ يعطي $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$

عوّض عن ص = ($\sqrt{٣}$) س − $\frac{٤٩س^{٢}}{٩٠٠٠}$ = ٠ للحصول على:

ص = ($\sqrt{٣}$) $\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}$ − $\frac{٤٩}{٩٠٠٠}$ $\left(\frac{٣\sqrt{٩٠٠٠}}{٩٨}\right)^{٢}$

ص = $\frac{٢٧٠٠٠}{٩٨}$ − $\frac{١٣٥٠٠}{٩٨}$

ص = ١٣٨ م (مقرّبة إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية).

تمارين ١-٢

١) **أ** ص = س^{٢} − ٦س + ٨ منحنى تربيعي.

قارن ص = س^{٢} − ٦س + ٨ مع

ص = أس^{٢} + ب س + جـ

قيمة أ = ١ فيكون أ > ٠ وتعني أن شكل المنحنى التربيعي على شكل U

نجد المقاطع السينية بتعويض ص = ٠ في:

ص = س^{٢} − ٦س + ٨

٠ = س^{٢} − ٦س + ٨

٠ = (س − ٢)(س − ٤)

س = ٢ أو س = ٤

المقاطع السينية هي (٢، ٠)، (٤، ٠)

نجد المقطع الصادي بتعويض س = ٠ في:

ص = س^{٢} − ٦س + ٨

ص = ٨

نقاط التقاطع مع المحورَين هي (٠، ٨)، (٢، ٠)، (٤، ٠).

للمنحنى نقطة قيمة صغرى (أو أقل قيمة) عند الرأس.

يوجد محور تماثل يمر في منتصف المسافة بين س = ٢، س = ٤، ويمر أيضًا في الرأس.

معادلة محور التماثل هي س = ٣

عوّض عن س = ٣ في ص = س^{٢} − ٦س + ٨ لتحصل على:

ص= ٣^{٢} − ٦ × (٣) + ٨

ص = −١

إحداثي الرأس (نقطة القيمة الصغرى) (٣، −١).