ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وقسمتُها

Multiplying and Dividing Rational

Algebraic Expressions

فكرةُ الدرسِ : • تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ.

• ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وقسمتُها.

أولًا : تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ : هوَ مقدارٌ جبريٌّ يُمكِنُ كتابتُهُ في صورةِ كسرٍ بسطُهُ أو مقامُهُ مقدارانِ جبريانِ، ومنْ أمثلتِهِ :

5x,h2+h+62h-4,k2+7k2k-1

يكونُ المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَ العددُ 1 هوَ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لكلٍّ منْ بسطِهِ ومقامِهِ.

بوجهٍ عامٍّ، يبدأُ تبسيطُ المقدارِ الجبريِّ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ، ثمَّ قسمةِ كلٍّ منْهُما على العواملِ المشتركةِ بينَهُما.

$$\frac{2x+6}{x^2-9}=\frac{2(x+3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{2}{x-3}$$

بقسمةِ البسطِ والمقامِ على العاملِ المشتركِ الأكبرِ للبسطِ والمقامِ، وهوَ $(x+3)$.

رموزٌ رياضيةٌ : يُرمَزُ إلى العاملِ المشتركِ الأكبرِ بالرمزِ (ع. م. أ) ، أوِ الرمزِ (GCF) ؛ وهوَ اختصارٌ لجملةِ (greatest common factor)

أتعلَّمُ : بما أنَّ القسمةَ على صفرٍ غيرُ مُعرَّفةٍ، فإنَّنا سنفترضُ في هذهِ الوحدةِ أنَّ جميعَ القِيَمِ التي تجعلُ المقاماتِ صفرًا مُستثناةٌ.

مثال 1 :

أكتبُ كُلّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ :

1)x2+2x-42x2+8x 2)x3+5x2+3x+15x4+3x2 3)1-a2a2+2a-3

الحل :

1)x2+2x-42x2+8x

بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ	x2+2x-42x2+8x=(x-6)(x+8)x(x+8)
بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على (x+8)	=(x-6)(x+8)x(x+8)
بالتبسيطِ	=x-6x

2)x3+5x2+3x+15x4+3x2

بتجميعِ الحدودِ ذاتِ العواملِ المشتركةِ في البسطِ، وإخراجِ العاملِ المشتركِ فَي المقامِ	x3+5x2+3x+15x4+3x2=(x3+5x2)+(3x+15)x2(x2+3)
بإخراجِ العاملِ المشتركِ منْ كلٍّ تجميعٍ في البسطِ	=x2(x+5)+3(x+5)x2(x2+3)
بتحليل البسط	=(x+5) (x2+3)x2(x2+3)
بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على x2+3	=(x+5) (x2+3)x2(x2+3)
بالتبسيطِ	=x+5x2

3)1-a2a2+2a-3

بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ	1-a2a2+2a-3=(1-a)(1+a)(a-1)(a+3)
(1-a)=-(a-1)	=-(a-1)(1+a)(a-1)(a+3)
بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على (a-1)	=-(a-1)(1+a)(a-1)(a+3)
بالتبسيطِ	=-(1+a)a+3

أتذكَّرُ : يُمكِنُ إخراجُ (1-) عاملاً مشتركًا منَ البسطِ أوِ المقامِ لتسهيلِ اختصارِ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ.

ثانيًا : ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

يُمكِنُ ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ بطريقةٍ مُشابِهةٍ لطريقةِ ضربِ الكسورِ، وذلكَ بضربِ البسطِ في البسطِ وضربِ المقامِ في المقامِ، ثمَّ كتابةِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ الناتجِ في أبسطِ صورةٍ.

(مفهومٌ أساسيٌّ (ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

بالكلمات : لضربِ مقدارينِ جبريينِ نسبيينِ، يُضرَبُ البسطُ في البسطِ، ثمَّ يُضرَبُ المقام

في المقامِ.

بالرموز : إذا كانَتْ a, b, c, d مقاديرَ جبريةً، حيثُ $b \neq 0, d \neq 0$ ، فإنَّ : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

مثال : 2 $\frac{5x}{y} \times \frac{y(x-1)}{2y} = \frac{5x^2}{2y}$

مثال : 2

أكتبُ كُلًّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ :

1) $\frac{2y3x3h}{\times 20h24yx}$ 2) $\frac{x^2+4x-5}{x^2-7x+6} \times \frac{x^2-36}{2x+12}$

الحل :

1) $\frac{2y33h}{\times 10h24y}$

بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ	$2y33h \times 10h24y = 2 \times y \times y \times y \times 2 \times 5 \times h \times h3 \times h \times 2 \times 2 \times y$
بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقام على العواملِ المشتركةِ	$= 2 \times y \times y \times y \times 2 \times 5 \times h \times h3 \times h \times 2 \times 2 \times y$
بالتبسيطِ	$= 5y2h3$

2) $\frac{x^2+4x-5}{x^2-7x+6} \times \frac{x^2-36}{2x+12}$

بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ	$x^2+4x-5x^2-7x+6 \times x^2-362x+12 = (x+5)(x-1)(x-6)(x-1) \times (x-6)(x+6)2(x+6)$	
بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقام على العواملِ المشتركةِ	$(x+6)2(x+6)$	$= (x+5)(x-1)(x-6)(x-1) \times (x-6)$
بالتبسيطِ		$= x+52$

أتعلَّمُ : أتحقَّقُ منَ اختصارِ جميعِ العواملِ المشتركةِ في كلٍّ منَ البسطِ

والمقامِ قبلَ إجراءِ عمليةِ الضربِ؛ تسهيلًا للحساباتِ.

ثالثًا : قسمةُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

يُمكِنُ قسمةُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ بطريقةٍ مُشابِهةٍ لطريقةِ قسمةِ الكسورِ، وذلكَ بضربِ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ، ثمَّ كتابةِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ الناتجِ في أبسطِ صورةٍ.

(مفهومٌ أساسيٌّ (قسمةُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

بالكلمات : لقسمةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ على آخرَ، يُضرَبُ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ.

بالرموز : إذا كانَتْ a, b, c, d مقاديرَ جبريةً، حيثُ $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ ، فإنَّ:

$$ab \div cd = ab \times dc$$

مثال 2 : $x3y \div yx+1 = 2x3y \times x+1y = 2x2+2x3y2$

مثال 3 :

أكتبُ كُلًّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ :

1)9x2y32ah2÷3xy26ah

الحل :

1)9x2y32ah2÷3xy26ah

بضربِ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ	9x2y32ah2÷3xy26ah=9x2y32ah2×6ah3xy2
بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ	=3×3×x×x×y2×y2×a×h2×2×3×a×h3×x×y2
بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ	=3×3×x×x×y2×y2×a×h×h×2×3×a×h3×x×y2
بالتبسيطِ	=9xyh

2)x2-1x2+2x÷x2+4x-5x2+5x

بضربِ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ	x2-1x2+2x÷x2+4x-5x2+5x=x2-1x2+2x×x2+5xx2+4x-5
بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ	=(x-1)(x+1)x(x+2)×x(x+5)(x+5)(x-1)
بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ	=(x-1)(x+1)x(x+2)×x(x+5)(x+5)(x-1)
بالتبسيطِ	=x+1x+2

رابعًا : الكسرُ الجبريُّ المُركَّبُ

هوَ كسرٌ يحتوي بسطَهُ أوْ مقامُهُ أوْ كلاهُما على مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ، ومنْ (complex algebraic fraction) الكسرُ الجبريُّ المُركَّبُ أمثلتِهِ :

x6y,a-65a,x-2x+38y-6,8x+1x5-4

•• توجدُ أربعُ خطواتٍ يتعيَّنُ اتِّباعُها لتبسيطِ الكسورِ الجبريةِ المُركَّبةِ.

(مفهومٌ أساسيٌّ (خطواتُ تبسيطِ الكسورِ الجبريةِ المُركَّبةِ

يُمكِنُ تبسيطُ الكسورِ الجبريةِ المُركَّبةِ باتِّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

الخطوةُ 1 : كتابةُ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ في صورةِ كسرٍ واحدٍ إنْ كانَ ذلكَ ضروريًّا.

الخطوةُ 2 : كتابةُ الكسرِ الجبريِّ المُركَّبِ الناتجِ منَ الخطوةِ 1 في صورةِ قسمةِ مقدارينِ جبريينِ نسبيينِ.

الخطوةُ 3 : ضربُ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ.

الخطوةُ 4 : قسمةُ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ، والتبسيطُ.

مثال 4 :

أكتبُ x2-9x+20x-3x2-x-122x-6 في أبسط صورة.

الحل :

بكتابة الكسر الجبريِّ المُركَّب في صورة قسمة مقدارين نسبيين	x2-9x+20x-3x2-x-122x-6=x2-9x+20x-3÷x2-x-122x-6
بضرب المقسوم في النظير الضربيِّ للمقسوم عليه	=x2-9x+20x-3×2x-6x2-x-12
بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العوامل	=(x-4)(x-5)x-3×2(x-3)(x-4)(x+3)
بقسمةِ كلٍّ من البسطِ والمقام على العوامل المشتركة	=(x-4)(x-5)x-3×2(x-3)(x-4)(x+3)
بالتبسيط	=2(x-5)x+3