حَلُّ المعادلاتِ الجذريةِ

Solving Radical Equations

فكرةُ الدرسِ : حَلُّ معادلاتٍ تحوي مقاديرَ جذريةً.

أولًا : المعادلاتُ الجذريةُ

يُطلَقُ على المعادلاتِ التي تحوي مُتغيِّرًا تحتَ الجذرِ اسمُ المعادلاتِ الجذريةِ ، ومنْ أمثلتِها :

$4x+3=9, 5x-6=1-2x, x+73=-27$

•• توجدُ أربعُ خطواتٍ يتعيَّنُ اتِّباعُها لحَلِّ المعادلاتِ الجذريةِ.

(مفهومٌ أساسيٌّ (خطواتُ حَلِّ المعادلاتِ الجذريةِ

يُمكِنُ حَلُّ المعادلاتِ الجذريةِ باتِّباعِ الخطواتِ الآتيةِ :

الخطوةُ 1 : جعلُ الجذرِ وحدَهُ أحدَ طرفيِ المعادلةِ إنْ كانَ ذلكَ ضروريًّا.

الخطوةُ 2 : رفعُ طرفيِ المعادلةِ إلى أُسٍّ مساوٍ لدليلِ الجذرِ؛ تخلُّصًا منَ الجذرِ.

الخطوةُ 3 : حَلُّ المعادلةِ الناتجةِ.

الخطوةُ 4 : التحقُّقُ منْ صحَّةِ الحَلِّ.

أتعلَّمُ : تنتجُ معادلةٌ أُخرى (خطيةٌ، أوْ تربيعيةٌ مثلًا) منْ رفعِ طرفيِ المعادلةِ إلى أُسٍّ مساوٍ لدليلِ الجذرِ، ويُمكِنُ حَلُّ هذهِ المعادلةِ باستعمالِ طرائقِ حَلِّ المعادلاتِ التي تعلَّمْتُها سابقًا.

مثال 1 :

أحُلُّ كُلًّ منَ المعادلاتِ الآتيةِ :

$a) x-2=3 \quad b) 35x-6=9 \quad c) 7x-13+2=5$

الحل :

$a) x-2=3$

المعادلةُ الأصليةُ	$x-2=3$
بجمع 2 إلى طرفيِ المعادلةِ	$x=5$

بتربيعِ طرفيِ المعادلةِ	x=25

الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ x **التحقق :** للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ.

المعادلةُ الأصليةُ	x-2=3
x=25 بتعويضِ	25-2=?3
بالتبسيطِ	5-2=3 ✓

x=25 : إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ

---

b)35x-6=9

المعادلةُ الأصليةُ	35x-6=9
بقسمةِ طرفيِ المعادلةِ على 3	5x-6=3
بتربيعِ طرفيِ المعادلةِ	5x-6=9
بإضافة 6 إلى طرفيِ المعادلةِ	5x=15
بقسمةِ طرفيِ المعادلةِ على5	x=3

الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ x **التحقق :** للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ.

المعادلةُ الأصليةُ	35x-6=9
x=3 بتعويضِ	35(3)-6=?9
بالتبسيطِ	9=9 ✓

x=3 : إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ

---

c)7x-13+2=5

المعادلةُ الأصليةُ	7x-13+2=5
بطرح 2 من طرفيِ المعادلةِ	7x-13=3
بتكعيبِ طرفيِ المعادلةِ	7x-1=27
بإضافة 1 إلى طرفي المعادلة	7x=28
بقسمة طرفي المعادلة على 7	x=4

الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ x **التحقق :** للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ.

المعادلةُ الأصليةُ	7x-13+2=5
بتعويضِ x=4	7(4)-13+2=?5
بالتبسيطِ	5=5 ✓

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ : x=4

ثانيًا : الحَلُّ الدخيلُ

ينتجُ أحيانًا منْ رفعِ طرفيِ المعادلةِ إلى أُسٍّ ما حَلٌّ لا يُحقِّقُ المعادلةَ الأصليةَ، ويُسمّى الحَلَّ الدخيلَ (extraneous solution) ؛ لذا يجبُ التحقُّقُ دائمًا منْ تحقيقِ أيِّ حَلٍّ ناتجٍ للمعادلةِ الجذريةِ الأصليةِ.

•• يظهرُ الحَلُّ الدخيلُ غالبًا عندَ حَلِّ معادلاتٍ تحوي مُتغيِّرًا في طرفيْ كلٍّ منْها.

مثال 2 :

أحُلُّ المعادلةَ : x+4=x+6

الحل :

المعادلةُ الأصليةُ	x+4=x+6
بتربيعِ طرفيِ المعادلةِ	(x+4)2=x+6
مُربَّعُ مجموع حدَّيْنِ	x2+8x+16=x+6
منْ طرفيِ المعادلةِ x بطرحِ	x2+7x+16=6
بطرح 6 من طرفي المعادلة	x2+7x+10=0
بالتحليلِ إلى العواملِ	(x+5)(x+2)=0
خاصيةُ الضربِ الصفريِّ	x+5=0orx+2=0
بحل كل معادلة	x=-5orx=-2

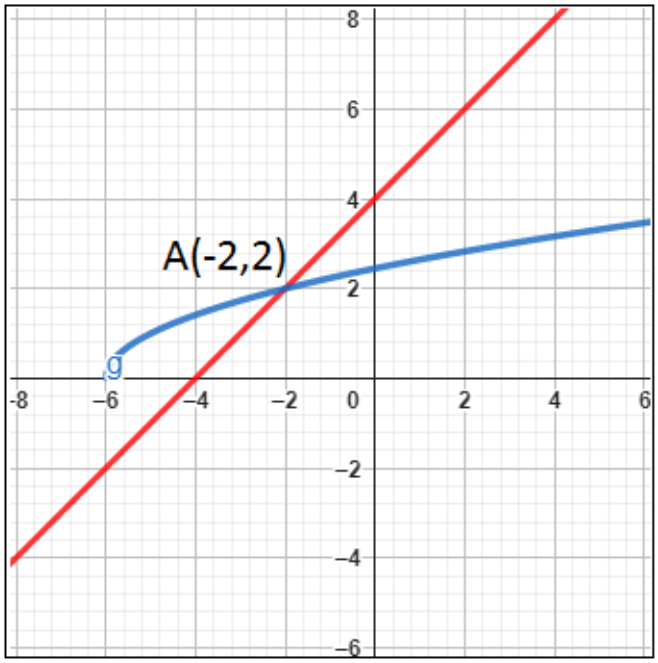
أتحقَّقُ : للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمتيْ x الناتجتينِ في المعادلةِ الأصليةِ.

عندما x=-5	عندما x=-2
x+4=x+6-5+4=?-5+6-9≠1✗	x+4=x+6-2+4=?-2+62=2 ✓

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ : x=-2

الدعمُ البيانيُّ :

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: y=x+4 ، والمعادلةِ : y=x+6 بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ عندما x=-2



أتعلَّمُ : منْ أسبابِ وجودِ حَلٍّ دخيلٍ في أثناءِ حَلِّ المعادلةِ الجذريةِ رفعُ الطرفينِ إلى أُسٍّ زوجيٍّ ؛ لأنَّ •• القِيَمَ السالبةَ تلغى إشارتُها عندئذٍ، ما يُؤثِّرُ في الحَلِّ الأصليِّ.

تعلَّمْتُ في المثالِ السابقِ أنَّ الحَلَّ الدخيلَ يظهرُ غالبًا عندَ حَلِّ معادلاتٍ تحوي مُتغيِّرًا في طرفيْ كلٍّ منْها. والآنَ سأتعلَّمُ أنَّ •• الحَلَّ الدخيلَ يُمكِنُ أنْ يظهرَ أيضًا عندَ حَلِّ معادلةٍ تحوي جذرًا في كلا طرفيْها.

مثال 3 :

3 : أحُلُّ المعادلةَ x-5=2x-1

الحل :

المعادلةُ الأصليةُ	3x-5=2x-1
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	3x-5=2x-22x+1
بالتبسيطِ	x-6=-22x
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	x2-12x+36=8x
من طرفي المعادلة xبطرح 8	x2-20x+36=0
بالتحليل إلى العوامل	(x-18)(x-2)=0
خاصيةُ الضربِ الصفريِّ	x-18=0orx-2=0

بحل كل معادلة	x=18orx=2

أتحقَّقُ : للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمتيْ x الناتجتينِ في المعادلةِ الأصليةِ.

عندما x=2	عندما x=18
3x-5=2x-13(2)-5=1=11-(2)2؟ ✓	3x-5=2x-13(18)-5=5≠17-(18)2؟ ✗

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ : x=2

الدعمُ البيانيُّ :

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ : y=3x-5 ، والمعادلةِ: y=2x-1 بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ عندما x=2