رياضيات - joacademy.com

joacademy.com/e-school/lesson/4151-تبسيطَ-المقاديرِ-الأسّيّةِ

العملياتُ على المقاديرِ الجذريةِ

Operations with Radical Expressions

فكرةُ الدرسِ : • تبسيطُ المقاديرِ الجذريةِ.

• إجراءُ العملياتِ على المقاديرِ الجذريةِ.

أولًا : تبسيطُ المقاديرِ الجذريةِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ

يُطلَقُ على المقاديرِ العدديةِ أوِ المقاديرِ الجبريةِ التي تحوي جذورًا اسمُ المقاديرِ الجذريةِ ، التي يكونُ كلٌّ منْها في أبسطِ صورةٍ إذا توافرَتْ فيهِ الشروطُ الآتيةُ :

- ألّا يتضمَّنَ أيُّ مجذورٍ عواملَ (ما عدا العددَ 1) يُمكِنُ كتابتُها في صورةِ قوى دليلِ الجذرِ.
- ألّا يتضمَّنَ أيُّ مجذورٍ كسورًا.
- ألّا يتضمَّنَ أيُّ كسرٍ مقامًا يحوي جذورًا.

(مفهومٌ أساسيٌّ (خاصيةُ ضربِ الجذورِ

لأيِّ عددينِ حقيقيينِ a و b، ولأيِّ عددٍ صحيحٍ n ، حيثُ : $n > 1$:

1) إذا كانَ n وكانَ $a\geq0,b\geq0$ عددًا زوجيًّا ، فإنَّ : $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}$

2) إذا كانَ n عددًا فرديًّا ، فإنَّ : $\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}$

مثالانِ : $\sqrt{343}=\sqrt{49}\times\sqrt{7}=\sqrt{25,27}=\sqrt{5}\times\sqrt{4}=\sqrt{5}\times2$

•• إذا أُريدَ تبسيطُ جذرٍ زوجيٍّ لمقدارٍ جبريٍّ أُسُّهُ زوجيٌّ ، وكانَ أُسُّ المقدارِ الجبريِّ الناتجُ منَ التبسيطِ فرديًّا، فإنَّهُ يتعيَّنُ أخذُ القيمةِ المُطلَقةِ للناتجِ، وبذلكَ لا يكونُ الجوابُ عددًا سالبًا؛ لأنَّ الجذورَ الزوجيةَ لا تكونُ سالبةً ، مثلَ:

$\sqrt{x2}=|x|,\sqrt{x4}=x2,\sqrt{x124}=|x3|,\sqrt{(x-5)66}=|x-5|$

أتعلَّمُ :••

- إذا كانَ n عددًا فرديًّا ، فإنَّ : $\sqrt[n]{a^n}=a$
- إذا كانَ n عددًا زوجيًّا، فإنَّ : $\sqrt[n]{a^n}=|a|$.

مثال 1 :

أكتبُ كُلًّ ممّا يأتي في أبسطِ صورة :

1)50x6y3,x>0,y>02)625(x+2)2043)w15u65

الحل :

1)50x6y3,x>0,y>0

بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ	50x6y3=52×2×x4×x2×y2×y
خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=52×2×x4×x2×y2×y
بالتبسيطِ	=5×2×x2×|x|×|y|×y
x>0,y>0	=5x2×x×y×2y
بالتبسيطِ	=5x3y2y

•• أتعلَّمُ :
إنَّ تحليلَ ما يُمكِنُ تحليلُهُ في المقدارِ الجبريِّ إلى عواملَ مُربَّعةٍ يُسهِّلُ عمليةَ تبسيطِ المقدارِ الجذريِّ التربيعيِّ.

•• أنَّ ورد في الفرع 1 **أتعلَّمُ :** x>0,y>0 لكتابةِ رمزِ القيمةِ المُطلَقةِ ؛ لذا لا توجدُ ضرورةٌ.

---

2)625(x+2)204

بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مرفوعةٍ إلى الأُسِّ 4	625(x+2)204=54×((x+2)5)44
خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=544×((x+2)5)44
بالتبسيطِ	=5|(x+2)5|

---

3)w15u65

بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مرفوعةٍ إلى الأُسِّ 5	w15u65=(w3)5×u5×u5
خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=(w3)55×u55×u5
بالتبسيطِ	=w3uu5

أتعلَّمُ : لا أستعملُ القيمةَ المُطلَقةَ في هذهِ المسألةِ ؛ لأنَّ دليلَ الجذرِ فرديٌّ ••.

ثانيًا : تبسيطُ المقاديرِ الجذريةِ باستعمالِ خاصيةِ القسمةِ

(مفهومٌ أساسيٌّ (خاصيةُ قسمةِ الجذورِ التربيعيةِ

فإنَّ : $n > 1$ ، حيثُ n، ولأيِّ عددٍ صحيحٍ ، $b \neq 0$:حيثُ b، و a لأيِّ عددينِ حقيقيينِ

$abn=anbn$ إذا كانَتْ جميعُ الجذورِ مُعرَّفةً.

مثالانِ : $23=83273=52,8273=254=254$

تعلَّمْتُ سابقًا أنَّ المقدارَ الجذريَّ يكونُ في أبسطِ صورةٍ إذا لمْ يحتوِ أيُّ مقامٍ فيهِ على جذورٍ. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ يُمكِنُ التخلُّصُ منَ الجذرِ الذي في المقامِ عنْ طريقِ عمليةٍ تُسمّى إنطاقَ المقامِ ، وتتضمَّنُ ضربَ البسطِ والمقامِ في مقدارٍ جذريٍّ، بحيثُ لا يحوي ناتجُ الضربِ جذورًا في المقامِ كما في الجدولِ الآتي :

المقامُ	ضربُ البسطِ والمقامِ في	مثالٌ
a	a	75×55=755
axn	an-xn	753×523523=75235

مثال 2 :

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ :

1)5122)3xy53)3y8m3

الحل :

1)512

بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ	512=53×22
بالتبسيطِ	=523
بإنطاقِ المقامِ	=523×33
خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=152×3
بالتبسيطِ	=156

2)3xy5

خاصيةُ قسمةِ الجذورِ	3xy5=3xy5
بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ	=3x(y2)2×y
خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=3x(y2)2×y
بالتبسيطِ	=3xy2×y
بإنطاقِ المقامِ	=3xy2×y×yy

y×y=y	=3xyy3

3)3y8m3

خاصيةُ قسمةِ الجذورِ	3y8m3=3y38m3
بإنطاقِ المقامِ	=3y38m3×(8m)23(8m)23
بالتبسيط	=3y38m3×82m2382m23
خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=3y×82m238m×82m23
بالتبسيط	=192ym2383m33
83m33=8m	=192ym238m

ثالثًا : العملياتُ على المقاديرِ الجذريةِ

يُطلَقُ على الجذورِ التي لها الدليلُ نفسُهُ والمجذورُ نفسُهُ اسمُ الجذورِ المُتشابِهةِ، ويُمكِنُ جمعُ المقاديرِ الجذريةِ وطرحُها بطريقةٍ مُشابِهةٍ لطريقةِ جمعِ المقاديرِ الجبريةِ وطرحِها.

$\sqrt{2c}$ ، $\sqrt[3]{2c}$

جذرانِ غيرُ مُتشابِهينِ.

$5\sqrt[3]{2c}$ ، $-4\sqrt[3]{2c}$

جذرانِ مُتشابِهانِ.

مثال 3 :

أُبسِّطُ كلَّ مقدارٍ جذريٍّ ممّا يأتي، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ حقيقيةٌ موجبةٌ :

1)1283+232)48y4-243y4

الحل :

بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مرفوعةٍ إلى الأُسِّ 3	1283+23=43×23+23
خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=433×23+23
بالتبسيطِ	=423+23
بجمعِ الجذورِ المُتشابِهةِ	=523

2)48y4-243y4

48y4-243y4=24×3y4-34×3y4 بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مرفوعةٍ

إلى الأُسِّ 4

=244×3y4-344×3y4	خاصيةُ ضربِ الجذورِ
=23y4-33y4	بالتبسيطِ
=-3y4	بجمعِ الجذورِ المُتشابِهةِ

•• يُمكِنُ ضربُ المقاديرِ الجذريةِ وقسمتُها بطريقةٍ مُشابِهةٍ لطريقةِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ وقسمتِها.

مثال 4 :

أُبسِّطُ كُلًّ منَ المقاديرِ الجذريةِ الآتيةِ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ حقيقيةٌ موجبةٌ :

1)484×2742)250÷23)(23-5)(33+2)4)58y2m44×32y3m4

الحل :

1)484×274

484×274=48×274	خاصيةُ ضربِ الجذورِ
=24×3×334	بالتحليلِ إلى العواملِ الأوَّليةِ
=24×344	بتجميعِ العواملِ في صورةِ الأس 4
=244×344	خاصيةُ ضربِ الجذورِ
=2×3=6	بالتبسيطِ

2)250÷2

250÷2=2502	خاصيةُ قسمةِ الجذورِ
=125	بالتبسيطِ
=52×5	بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ
=52×5	خاصيةُ ضربِ الجذورِ
=55	بالتبسيطِ

3)(23-5)(33+2)

(23-5)(33+2)=(23×33)+(23×2)-(5×33)-(5×2) باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ

خاصيةُ ضربِ الجذورِ	=6×3+23×2-153-52
بالتبسيطِ	=18+26-153-52

4)58y2m44×32y3m4

خاصيةُ ضربِ الجذورِ	58y2m44×32y3m4=5×3×8y2m4×2y3m4	
بتحليلِ الثوابتِ		=15×23y2m4×2y3m4
بتجميعِ العواملِ في صورةِ الأس 4		=15×24×y4×y×m4×m4
خاصيةُ ضربِ الجذورِ		=15×244×y44×y4×m44×m4
بالتبسيطِ		=15×2×y×y4×m×m4
بالتبسيطِ	=30ymym4	

•• يُسمّى كلٌّ منْ ab+cdوab-cd مُرافِقًا للآخرِ ؛ لأنَّ ناتجَ ضربِهما لا يحوي جذورًا. فمثلًا ، كلٌّ منْ 3-2و3+2 هوَ مُرافِقٌ للآخر ؛ لأنَّ :

(a+b)(a-b)=a2-b2 (3-2)(3+2)=(3)2-(2)2	
(3)2=9,(2)2=2	=9-2
بالتبسيط	=7

•• يُستعمَلُ المُرافِقُ لإنطاقِ بعضِ المقاماتِ في المقاديرِ الجذريةِ، وذلكَ بضربِ البسطِ والمقامِ في مُرافِقِ المقامِ، ثمَّ تبسيطِ الناتجِ.

مثال 5 :

أكتبُ كُلًّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ :

1)45+82)x9-x

الحل :

1)4x+5

بضربِ البسطِ والمقامِ في مُرافِقِ المقامِ 45+8=45+8×5-85-8	
(a+b)(a-b)=a2-b2	=4(5-8)(5)2-(8)2
(5)2=25,(8)2=8	=4(5-8)25-8

باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ، والتبسيطِ	=20-4817

2)x9-x

بضربِ البسطِ والمقامِ في مُرافِقِ المقامِ	x9-x=x9-x×(9+x)(9+x)
(a+b)(a-b)=a2-b2	=x(9+x)(9)2-(x)2
(9)=81,(x)2=x	=x(9+x)81-x
باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ، والتبسيطِ	=9x+xx81-x