تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ

Simplifying Exponential Expressions

فكرةُ الدرسِ: استعمالُ خصائص الأُسس الصحيحة لتبسيطِ مقاديرَ أُسِّيَّةٍ.

أولًا : تبسيط المقاديرِ الأسِّيّة باستعمال خصائص ضرب الأُسس

تعلّمْتُ سابقا كيفَ أستعمل الأسسَ للتعبير عن الضرب المُتكرِّر لعدد في نفسه. وتعلَّمت أيضًا أنَّ عدد مَرّات تكرارِ الضربِ يُسمّى الأُسَّ، وأنّ العدد نفسهُ يُسمى الأساس، وأنَّ كُلّ منَ الأساس والأُسّ معا يُسمى القوَّة.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

الأُسُّ

الأساسُ

مراجعةُ المفهوم : الصيغة الأسِّيّة

عددًا صحيحًا موجبًا، فإنَّ n عددًا حقيقيًّا، وكانَ a إذا كانَ:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times .... \times a}_{n \text{ مَرَّةً}}$$

حيث :
a : الأساس.
n : الأسّ.

•• **أتذكَّرُ :** الصيغة الأُسّية هي صيغةٌ يُكتبُ فيها الضربُ المُتكرر باستعمال الأُسس.

تعلَّمْتُ أيضًا كيف أستعملُ خاصيةَ ضربِ القوى، وقوَّة القوَّة، وقوَّةِ ناتج الضرب إذا كانَ الأساس عددًا حقيقيًّا. والآن سأتعلَّم كيف أستعمل خصائص ضرب الأُسس هذهِ لتبسيط مقادير أُسِّية تحوي مُتغيرات.

مفهومٌ أساسيّ : خصائصُ ضربِ الأُسس

عددينِ صحيحينِ، فإنَّ n و m عددينِ حقيقيينِ أوْ مقدارينِ جبريينِ، وكانَ b و a إذا كانَ:

الخاصية		مثال
am×an=am+n	ضربُ القوى	z2×z6=z2+6=z8
(am)n=amn	قوَّةُ القوَّةِ	(h3)2=h3×2=h6
(ab)m=ambm	قوَّةُ ناتجِ الضربِ	(5w)3=53w3=125w3

•• يكونُ المقدارُ الأُسّيُّ في أبسط صورةٍ إذا توافرَتْ فيهِ شروطٌ مُعيَّنةٌ.

مفهوم أساسيّ : أبسطُ صورة للمقدار الأُسّيّ

يكونُ المقدار الأُسّيّ في أبسط صورة إذا توافرت فيه الشروط الآتية :

- أنْ يظهر الأساس مَرّة واحدة فقط، وأن تكون الأُسس جميعُها موجبة.
- ألّا يتضمَّن المقدار قوّة القوّة.
- أنْ تكون الكسور جميعُها في أبسط صورة.

•• **أتعلَّمُ :** كتابةُ المقدارِ الأُسِّيِّ في أبسطِ صورةٍ تتطلَّبُ كتابةَ مقدارٍ مُكافِئٍ للمقدارِ الأُسِّيِّ، تتوافرُ فيهِ الشروطُ الواردةُ في الصندوقِ أعلاه.

مثال 1 :

: أكتب كُلًّا ممّا يأتي في أبسط صورة

1)(2f2y)(3f4y3)2)((a3)2)43)(4b5s6)34)(2y3n2)(-3yn4)2

الحل :

1)(2x2y)(3x4y3)

بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيِّراتِ	(2f2y)(3f4y3)=(2×3)(f2×f4)(y×y3)
ضربُ القوى	=(2×3)(f2+4)(y1+3)
بالتبسيطِ	=6f6y4

•• **أتعلَّمُ :** إذا لمْ يظهرْ أُسٌّ فوقَ المُتغيِّرِ، فإنَّ أُسَّهُ يكونُ 1 ؛ أيْ إنَّ y=y1 :

2)((a3)2)4

قوَّةُ القوَّةِ	((a3)2)4=(a3×2)4
بالتبسيطِ	=(a6)4
قوَّةُ القوَّةِ	=a6×4
بالتبسيطِ	=a24

3)(4b5s6)3

قوَّةُ ناتجِ الضربِ	(4b5s6)3=(4)3(b5)3(s6)3
بالتبسيطِ	=64b15s18

4)(2y3n2)(-3yn4)2

قوَّةُ القوَّةِ	(2y3n2)(-3yn4)2=(2y3n2)((-3)2(y)2(n4)2)
بالتبسيطِ	=(2y3n2)(9y2n8)
بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيِّراتِ	=(2×9)(y3×y2)(n2×n8)
ضربُ القوى	=18y5n10

ثانيًا : تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ باستعمالِ خصائصِ قسمةِ الأُسسِ

تعلَّمْتُ سابقًا كيفَ أستعملُ خاصية قسمة القوى، وخاصية قوَّة ناتج القسمة إذا كانَ الأساسُ عددًا حقيقيًّا. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ أستعملُ هاتينِ الخاصيتينِ اللتينِ هما منْ خصائصِ قسمةِ الأُسسِ لتبسيط مقادير أُسِّيَّة تحوي مُتغيِّرات.

مفهومٌ أساسيٌّ : خصائصُ قسمةِ الأَسسِ

عددينِ صحيحينِ، فإنَّ n و m وكانَ ، b ≠ 0 و a ≠ 0 :عددينِ حقيقيينِ أوْ مقدارينِ جبريينِ، حيثُ b و a إذا كانَ:

الخاصية		مثال
aman=am-n	**قسمةُ القوى**	b8b3=b8-3=b5
(ab)m=ambm	**قوَّةُ ناتجِ القسمةِ**	(4s)2=42s2=16s2

مثال 2 :

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورة ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّرات لا يساوي صفرًا :

1)x5y3x2y2)(-3n5n2a4)3

الحل :

1)x5y3x2y

x5y3x2y=(x5x2)(y3y)	بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ
=(x5-2)(y3-1)	قسمةُ القوى
=x3y2	بالتبسيطِ

---

2)(-3n5n2a4)3

(-3n5n2a4)3=(-3n5-2a4)3	قسمةُ القوى
=(-3n3a4)3	بالتبسيطِ
=(-3)3(n3)3(a4)3	قوَّةُ القوَّةِ
=-27n9a12	بالتبسيطِ

ثالثًا : تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيةِ باستعمال خصائص الأُسّ الصفريّ والأُسّ السالبِ

تعلّمت سابقا أنّ أيّ عدد حقيقي غير الصفر مرفوعًا إلى الأُسّ صفرٍ يساوي 1، وأنَّ القوّة ذاتَ الأساس غير الصفريّ والأُسّ السالب هي مقلوب القوَّة ذات الأساس غير الصفري والأُسِّ الموجب، والعكس صحيح. والآن سأتعلَّم كيف أستعمل هاتين الخاصيتين لتبسيط مقادير أُسِّية تحوي مُتغيّرات.

مفهومٌ أساسيٌّ : الأُسُّ الصفريُّ والأُسُّ السالبُ

عددًا صحيحًا، فإنَّ n وكان ، a ≠ 0 : عددًا حقيقيًّا أو مقدارًا جبريًّا، حيث a إذا كان :

الخاصية		مثال
a0=1	**الأُسُّ الصفريُّ**	(3x2)0=1,x≠0
a-n=1an	**الأُسُّ السالبُ**	g-7=1g7,g≠0

مثال 3 :

أكتبُ كُلًّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا :

1)6x7y23x4y32)5a3bc-23ac0

الحل :

1)6x7y23x4y3

6x7y23x4y3=(63)(x7x4)(y2y3)	بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ ذاتِ الأساسِ المُتشابِهِ
=(63)(x7-4)(y2-3)	قسمةُ القوى
=(2)(x3)(y-1)	بالتبسيطِ
=(2)(x3)(1y)	تعريفُ الأُسِّ السالبِ
=2x3y	بالضربِ

2)5a3bc-23ac0

5a3bc-23ac0=5a3bc-23a	c0=1
=(53)(a3a)(b)(c-2)	بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ ذاتِ الأساسِ المُتشابِهِ
=(53)(a3-1)(b)(c-2)	قسمةُ القوى
=(53)(a2)(b)(1c2)	تعريفُ الأُسِّ السالبِ
=5a2b3c2	بالضربِ

•• **أتذكَّرُ :** إذا كانَ a و b عددينِ حقيقيينِ أوْ مقدارينِ جبريينِ، حيثُ a ≠ 0 و b ≠ 0 ، وكانَ m عددًا صحيحًا فإنَّهُ يُمكِنُ كتابةُ (ab)-m بالصورةِ الآتيةِ : (ba)m

مثال :

(35)-2=(53)2=5232=259