تطبيقاتُ النسبِ المُثلَّثيةِ

Applications of Trigonometric Ratios

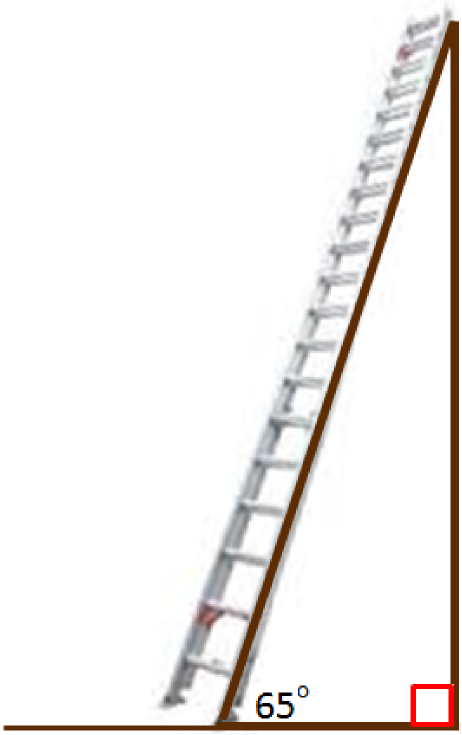
فكرةُ الدرسِ : استعمالُ النسبِ المُثلَّثيةِ لإيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ في المُثلَّثِ.

أولًا: استعمالُ النسبِ المُثلَّثيةِ لإيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ في المُثلَّثِ

يُمكِنُ استعمالُ النسبِ المُثلَّثيةِ لإيجادِ أطوالِ أضلاعٍ مجهولةٍ في المُثلَّثِ في كثيرٍ منَ السياقاتِ الحياتيةِ والعلميةِ.

مثال 1

وُضعَ سلّم على طرف جدار كما في الرسم المُجاور ، وكانت الزاوية التي يصنعُها السّلّم مع الأرض هي ° 65 . أجدُ ارتفاع طرف السُلّم عن سطح الأرض إذا كان طولُهُ 8m .



الحل:

ألاحِظُ منَ الشكلِ تكوّن مثلث قائم الزاوية (سطح الأرض وارتفاع الجدار وطول السلم).

وأنَّ الزاويةَ المعلومة هيَ ° 65 ، وأنَّ طولَ الضلعِ المُقابِلِ لها هوَ المطلوب (يُمثل ارتفاع طرف السلم العلوي عن الأرض)، وأنَّ طول السلم يمثل وتر في هذا المثلث؛ إذن أستخدم نسبة الجيب لإيجاد ارتفاع طرف السلم العلوي عن الأرض.

أفرض أنّ طول الضلع المقابل للزاوية °65 يساوي R

$\sin A=$ المقابلالوتر	نسبةُ الجيبِ
$\sin 65°=$R8	بالتعويضِ

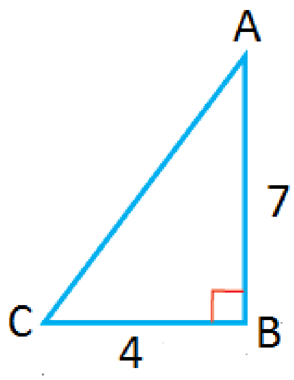
بالضرب التبادلي	$8(\sin 65°)=R$
باستخدام الآلةِ الحاسبةِ	$R\approx 7.25$

إذنْ : ارتفاع طرف السلم العلوي عن الأرض يساوي 7.25m تقريبًا .

•• يُمكن إيجاد قياساتِ زوايا مجهولةٍ في المُثلَّثِ باستعمالِ النسبِ المُثلَّثيةِ ومعكوسِ النسبةِ المُثلَّثيةِ.

مثال 2

في المثلث المجاور ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ $\angle C$ أجدُ قياسَ:



الحل:

بما أنَّ طولَ الضلعِ المُقابِلِ لـ $\angle C$ وطولَ الضلع المجاور معلومانِ، فإنَّني أستعملُ الظل :

تعريفُ الظل	tanC=74
معكوسُ الظل	m∠C=tan-1(74)

والآنَ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ tan-1(74) كما يأتي:

SHIFTtan(7÷4)=60.2551187030578

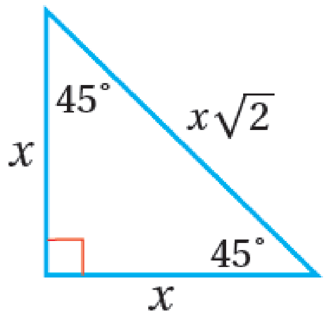
بالتقريبِ إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ ، فإنَّ النتيجةَ هيَ : 60.3°

إذن:$m\angle C\approx 60.3°$

ثانيًا : استعمالُ النسبِ المُثلَّثيةِ في المُثلَّثاتِ الخاصةِ

يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ المُثلَّثَ ° 90 - ° 45 - 45 ؛ وهوَ مُثلَّثٌ قائمُ الزاويةِ، ومُتطابِقُ الضلعَينِ

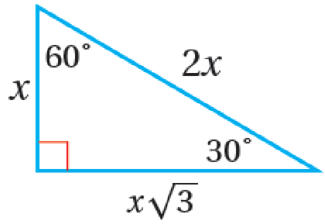
يمتازُ هذا المُثلَّثُ بأنَّ طولَ وترِهِ يساوي 2 مَرَّةً طولَ كلِّ ساقٍ منْ ساقيْهِ.



أمّا الشكلُ المُجاورُ الآخرُ فيبيِّنُ المُثلَّثَ °30-°60-°90الذي يمتازُ بأنَّ طولَ وترِهِ يساوي

مثليْ طولِ الساقِ المُقابلةِ للزاويةِ ° 30 ، وبأنَّ طولَ الساقِ المُقابلةِ للزاويةِ °60 يساوي 3

مَرَّةً طولَ الساقِ المُقابلةِ للزاويةِ ° 30 .

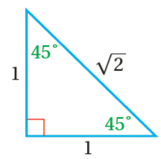
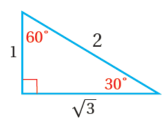


•• أتعلَّمُ : بكلماتٍ أُخرى، فإنَّ طولَ الضلعِ المُقابلِ للزاويةِ ° 30 في المُثلَّثِ °30-°60-°90 يساوي نصفَ طولِ الوترِ.

•• تُستعمَلُ النسبُ المُثلَّثيةُ للزوايا الخاصةِ: °30,60°,45قياساتٍ مجهولةٍ في المُثلَّثِ.

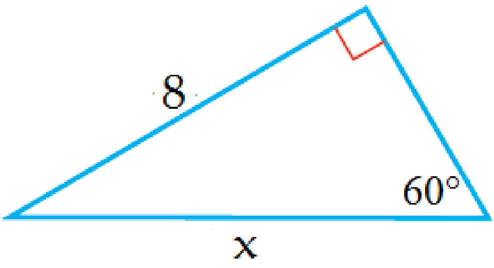
وفي ما يأتي تلخيصٌ لهذهِ النسبِ.

مفهومٌ أساسيٌّ (النسبُ المُثلَّثيةُ للزوايا الخاصةِ)

المثلث	الجيب	جيب التمام	الظل
	sin45°=12	cos45°=12	tan45°=1
	sin30°=12sin60°=32	cos30°=32cos60°=12	tan30°=13tan60°=3

مثال 3

في المُثلَّثِ المُجاوِرِ x أجدُ قيمةَ.



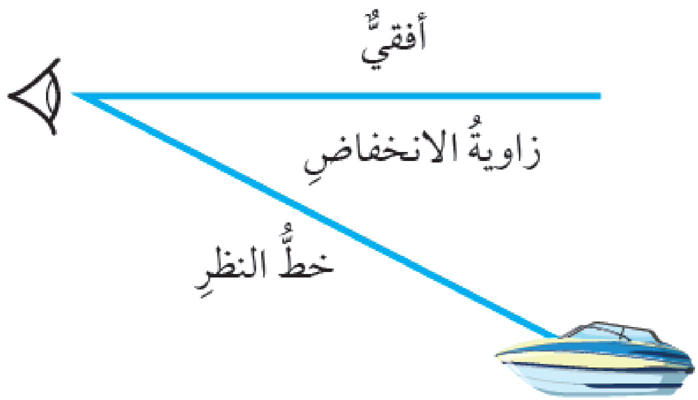
الحل:

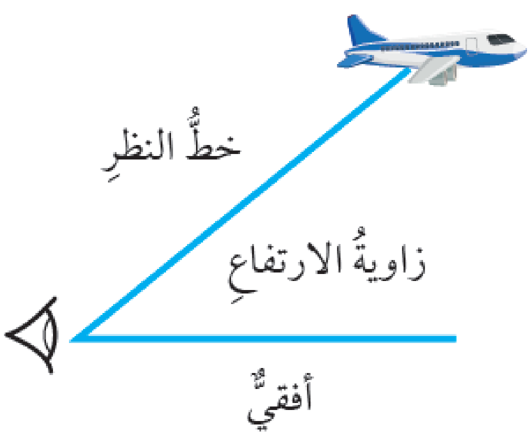
نسبة الجيب	sinA=المقابلالوتر
بالتعويضِ	sin60°=8x
sin60°=32	32=8x
بالضرب التبادلي	3x=16
بقسمة طرفي المعادلة على 3	x=163

ثالثًا : زوايا الارتفاعِ والانخفاضِ

مثلِ الزاويةِ (angle of elevation) ، يُطلَقُ على الزاويةِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ إلى الأعلى والخطِّ الأفقيِّ اسمُ زاويةِ الارتفاعِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ منْ سطحِ الأرضِ إلى طائرةٍ في السماءِ والخطِّ الأفقيِّ.

مثلِ ، (angle of depression)ويُطلَقُ على الزاويةِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ إلى الأسفلِ والخطِّ الأفقيِّ اسمُ زاويةِ الانخفاضِ الزاويةِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ منْ منارةٍ إلى سفينةٍ في البحرِ والخطِّ الأفقيِّ.



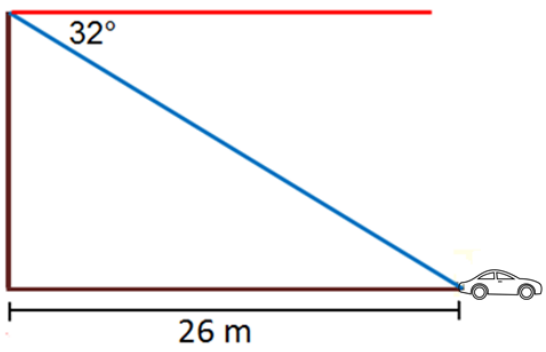


•• يُمكِنُ استعمالُ زوايا الارتفاعِ والانخفاضِ لإيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ في المُثلَّثِ قائمِ الزاويةِ.

مثال 4

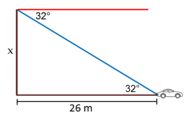
ينظرُ رائد منْ أعلى بناية إلى مركبة تقف في الشارع بزاويةِ انخفاضٍ مقدارُها 32 °.

فأجد ارتفاع البناية ، إذا كانَ بُعد المركية عن قاعدة البناية 26m.



الحل:

بما أنَّ قياسَ الزاويةِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ والخطِّ الأفقيِّ (زاويةُ الانخفاض) هوَ 32 ° ، فإنَّ قياسَ الزاويةِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ وسطحِ الشارعَ هوَ 32 ° ؛ لأنَّهُما زاويتانِ مُتبادِلتانِ داخليًّا.



أفترضُ أنَّ ارتفاع البناية هوَ x

نسبةُ الظلِّ	tanA=المقابلالمجاور
بالتعويضِ	tan32°=x26
بضرب طرفي المعادلة في 26	26tan32°=x
باستخدام الآلة الحاسبة	x≈16

إذنْ : ارتفاع البناية هو 16m تقريبًا.