رياضيات - joacademy.com

joacademy.com/e-school/lesson/4248-الاحتمالَ-الهندسيُّ

الاحتمالُ الهندسيُّ

Geometric Probability

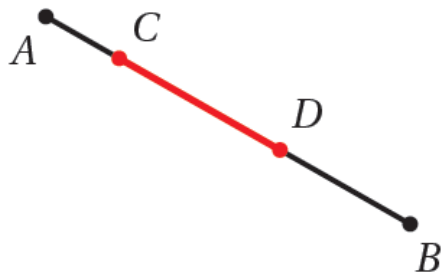
فكرةُ الدرسِ : إيجادُ احتمالاتٍ هندسيةٍ باستعمالِ الأطوالِ والمساحاتِ والزوايا.

الاحتمالُ الهندسيُّ

تعلَّمْتُ سابقًا أنَّهُ إذا كانَتِ التجربةُ العشوائيةُ متساويةَ الاحتمالِ، فإنَّ احتمالَ وقوعِ أيِّ حادثٍ فيها يساوي نسبةَ عددِ عناصرِ الحادثِ إلى عددِ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ أجدُ احتمالَ تجاربَ عشوائيةٍ ترتبطُ بهذا المفهومِ، لكنَّها تتضمَّنُ مقاييسَ هندسيةً، مثلَ : الأطوالِ، والمساحاتِ، والزوايا، وتُسمّى الاحتمالاتِ الهندسيةَ (geometric probabilitie).

أولًا: الاحتمالُ الهندسيُّ: الأطوالُ

يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ القطعةَ المستقيمةَ AB التي تحوي القطعةَ المستقيمةَ CD .



ولتكنْ K، وقوعِ احتمالَ فإنَّ ، AB إذا اختيرَتْ عشوائيًّا نقطةٌ منَ النقاطِ الواقعةِ على AB تُمثِّلُ ؛ لأنَّ جميعَ النقاطِ الواقعةِ على AB إلى طولِ CD يساوي نسبةَ طولِ CD على K تُمثِّلُ عناصرَ CD عناصرَ الفضاءِ العينيِّ للتجربةِ العشوائيةِ، وجميعَ النقاطِ الواقعةِ على الحادثِ.

P(CDعلىKوقوع)=CDAB

•• **أتعلَّمُ :** يتساوى الاحتمالُ في تجربةِ اختيارِ النقطةِ K ؛ لأنَّ فرصةَ الوقوعِ هيَ نفسُها لأيِّ نقطةٍ تقعُ على AB

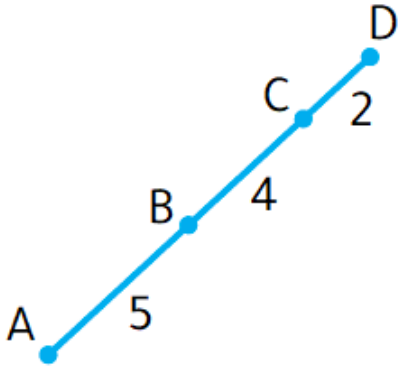
مثال 1 :

فأجدُ كُلًّ ممّا يأتي ، إذا اختيرَت عشوائيًّا نقطة تقع على AD مُعتمِدًا الشكلَ المجاور :

1) احتمالُ وقوعِ النقطةِ على BC

2) احتمالُ وقوعِ النقطةِ على AB

3) احتمالُ عدم وقوعِ النقطةِ على CD



الحل :

1) احتمالُ وقوعِ النقطةِ على BC

أفترضُ أنَّ حادثَ وقوعِ النقطةِ على BC هوَ M. إذنْ :

صيغةُ الاحتمالِ باستعمالِ الطولِ	P(M)=BCAD
بتعويضِ BC=4,AD=11	P(M)=411

2) احتمالُ وقوعِ النقطةِ على AB

أفترضُ أنَّ حادثَ وقوعِ النقطةِ على AB هوَ N. إذنْ :

صيغةُ الاحتمالِ باستعمالِ الطولِ	P(N)=ABAD
بتعويضِ AB=5,AD=11	P(N)=511

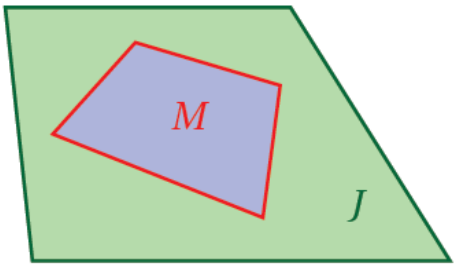
3) احتمالُ عدم وقوعِ النقطةِ على CD

أفترضُ أنَّ حادثَ وقوعِ النقطةِ على CD هوَ K. إذنْ : حادثَ عدمِ وقوعِ النقطةِ على CD هوَ الحادثُ المُتمِّمُ للحادثِ K.

صيغةُ احتمالِ المُتمِّمةِ	P(K)=1-P(K)
صيغةُ الاحتمالِ باستعمالِ الطولِ	=1-CDAD
بتعويضِ CD=2,AD=11	=1-211

بالتبسيطِ	=911

ثانيًا : الاحتمالُ الهندسيُّ : المساحاتُ



M. التي تحوي المنطقةَ J يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ المنطقةَ

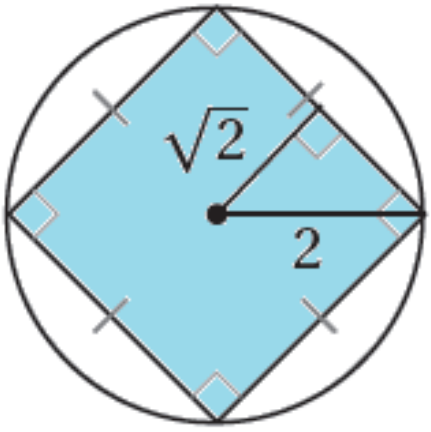
فإنَّ احتمالَ K، ولتكنْ ، J إذا اختيرَتْ عشوائيًّا نقطةٌ منَ النقاطِ الواقعةِ في المنطقةِ ؛ لأنَّ J إلى مساحةِ المنطقةِ M يساوي نسبةَ مساحةِ المنطقةِ M في المنطقةِ K وقوعِ تُمثِّلُ عناصرَ الفضاءِ العينيِّ للتجربةِ، وجميعَ النقاطِ في J جميعَ النقاطِ في المنطقةِ تُمثِّلُ عناصرَ الحادثِ M المنطقةِ.

P(Mفيالمنطقة Kوقوع)=(Mمساحةالمنطقة)(Jمساحةالمنطقة)

أتعلَّم : يتساوى الاحتمالُ في تجربةِ اختيارِ النقطةِ •• ؛ لأنَّ فرصةَ الوقوعِ هيَ نفسُها لأيِّ K نقطةٍ تقعُ في المنطقةِ

مثال 2 :

إذا اختيرَتْ نقطةٌ عشوائيًّا من الشكل المجاور، فأجدُ احتمالَ وقوعِها في المنطقةِ المُظلَّلةِ باللونِ الأزرقِ:



الحل :

إذنْ . A أفترضُ أنَّ حادثَ اختيار النقطة هو

صيغةُ الاحتمالِ باستعمالِ المساحةِ	P(A)=(الزرقاءالمنطقةمساحة)(الدائرةمساحة)
صيغةُ مساحةِ الدائرةِ، وصيغةُ مساحةِ المُربَّعِ	=s2πr2

بتعويضِ r=2,s=22	=(22)24π
بالتبسيط	=84π=2π
باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ	≈0.64

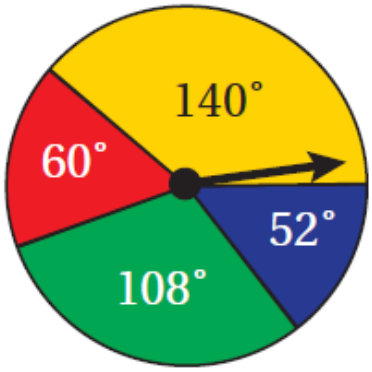
ثالثًا : الاحتمالُ الهندسيُّ: الزوايا

إذا دُوِّرَ المُؤشِّرُ في القرصِ المجاورِ عشوائيًّا، فإنَّ احتمالَ توقُّفِ المُؤشِّرِ عندَ القطاعِ الأخضرِ يساوي نسبةَ قياسِ زاويةِ القطاعِ الأخضرِ إلى مجموعِ الزوايا حولَ مركزِ الدائرةِ؛ لأنَّ جميعَ المواقعِ في الدائرةِ تُمثِّلُ عناصرَ الفضاءِ العينيِّ للتجربةِ، وجميعَ المواقعِ في القطاعِ الأخضرِ تُمثِّلُ عناصرَ الحادثِ.

P(الأخضر القطاع عند المؤشر توقف)=(الأخضر القطاع زاوية)(الدائر قمركز حول الزوايا مجموع)

أتعلَّمُ : يتساوى الاحتمالُ في تجربةِ توقُّفِ المُؤشِّرِ عندَ أيِّ موقعٍ في الدائرةِ؛ لأنَّ فرصةَ •• الوقوعِ هيَ نفسُها لأيِّ موقعٍ يتوقَّفُ عندَهُ المُؤشِّرُ.

مثال 3 :



مُعتمِدًا زوايا القطاعاتِ الظاهرةَ على القرصِ المجاورِ، أجِدُ كُلًّ ممّا يأتي بعدَ تدويرِ مُؤشِّرِ القرصِ :

1) احتمالَ توقُّفِ مُؤشِّرِ القرصِ عندَ القطاعِ الأحمرِ.

2) احتمالُ توقُّفِ مُؤشِّرِ القرصِ عندَ القطاعِ الأزرقِ أوِ القطاعِ الأخضرِ.

الحل :

1) احتمالُ توقُّفِ مُؤشِّرِ القرصِ عندَ القطاعِ الأخضرِ.

أفترضُ أنَّ حادثَ توقُّفِ المُؤشِّرِ عندَ القطاعِ الأخضرِ هوَ A. إذنْ:

P(A)=(الأحمر القطاع زاوية)(الدائر قمركز حول الزوايا مجموع)	صيغةُ الاحتمالِ باستعمالِ الزوايا

بالتعويضِ	=60°360°
بالتبسيطِ	=16

2) احتمالُ توقُّفِ مُؤشِّرِ القرصِ عندَ القطاعِ الأزرقِ أوِ القطاعِ الأخضر.

إذنْ : B. أفترضُ أنَّ حادثَ توقُّفِ المُؤشِّرِ عندَ القطاعِ الأزرقِ أوِ القطاعِ الأخضر هوَ

أتذكَّرُ : في الاحتمال ، يدلُّ حرفُ العطفِ (أوْ) على الاتحادِ.

صيغةُ الاحتمالِ باستعمالِ الزوايا	P(B)=(والاخضرالازرقالقطاعينزاويتيمجموع)(الدائرةمركزحولالزوايامجموع)
بالتعويضِ	=52°+108°360°
بالتبسيطِ	=160°360°=49