
**حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ**

Solving Rational Equations

**فكرةُ الدرسِ :** حَلُّ معادلاتٍ نسبيةٍ.

**أولًا : حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ بالضربِ التبادليِّ**

يُطلَقُ على المعادلةِ التي تحوي مقدارًا جبريًّا نسبيًّا أوْ أكثرَ اسمُ المعادلةِ النسبيةِ (rational equation) ، ومنْ أمثلتِها:

$$\frac{x+3}{x-2}=6 \quad , \quad \frac{1}{x+4}=\frac{5}{2x-3} \quad , \quad \frac{x}{x+6}=\frac{72}{x^2-36}+5$$

يُمكِنُ استعمالُ الضربِ التبادليِّ لحَلِّ المعادلاتِ النسبيةِ إذا كانَتْ كلٌّ منْها في صورةِ تناسبٍ فقطْ.

**مثال 1 :**

أحُلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي:

1)8x+2=5x-1 2)x-32=9x

**الحل :**

1)8x+2=5x-1

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليةُ | 8x+2=5x-1 |
| بالضربِ التبادليِّ | 5(x+2)=8(x-1) |

| | |
|---|---|
| باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ | 5x+10=8x-8 |
| بالتبسيطِ | -3x=-18 |
| بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 3- | x=6 |

**أتحقَّقُ:** للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمة x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليةُ | 8x+2=5x-1 |
| تعويض x = 6 | 86+2=?56-1 |
| بالتبسيطِ | 1=1 ✓ |

---

2)x-32=9x

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليةُ | x-32=9x |
| بالضربِ التبادليِّ | x(x-3)=18 |
| باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ | x2-3x=18 |
| بطرحِ 18 منْ طرفي المعادلةِ | x2-3x-18=0 |
| بالتحليلِ إلى العواملِ | (x-6)(x+3)=0 |
| خاصيةُ الضربِ الصفريِّ | x-6=0orx+3=0 |
| بحَلِّ كلِّ معادلةٍ | x=6orx=-3 |

**أتحقَّقُ:** للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمتيْ x الناتجتينِ في المعادلةِ الأصليةِ.

| عندما x = -3 | عندما x = 6 |
|---|---|
| x-32=9x | x-32=9x |
| -3-32=?9-3 | 6-32=?96 |
| -3=-3 ✓ | 32=32 ✓ |

---

**ثانيًا : حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ باستعمالِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ**

يُمكن حل المعادلةَ النسبيةَ التي لا تكونُ في صورةِ تناسبٍ، وذلكَ بضربِ طرفيْ هذهِ المعادلةِ في المضاعفِ المشتركِ

الأصغرِ للمقاماتِ؛ تخلُّصًا منْ هذهِ المقاماتِ.

•• في بعضِ الأحيانِ ، تظهرُ حلولٌ دخيلةٌ عندَ ضربِ طرفيِ المعادلةِ النسبيةِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ؛ لذا يجبُ

التحقُّقُ دائمًا منْ تحقيقِ أيِّ حَلّ ناتجٍ للمعادلةِ الأصليةِ.

**أتعلَّمُ :** الحَلُّ الدخيلُ هوَ حَلٌّ لا يُحقِّقُ المعادلةَ الأصليةَ. ومنَ المُلاحَظِ في المعادلاتِ •• النسبيةِ أنَّ الحَلَّ الدخيلَ يجعلُ أحدَ مقاماتِ المعادلةِ صفرًا.

**مثال 2 :**

أحُلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي :

2)10x2-1=3xx-1-1

1)2x+1+14=12

**الحل :**

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليةُ | 2x+1+14=12 |
| بضربِ طرفي المعادلةِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاماتِ، وهوَ: 4(x+1) | 4(x+1)×2x+1+4(x+1)×14=4(x+1)×12 |
| بالقسمةِ على العواملِ المشتركةِ | 8+(x+1)=2(x+1) |
| بالتبسيطِ | 8+x+1=2x+2 |
| بالتبسيطِ | x=7 |

**أتحقَّقُ:** للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليةُ | 2x+1+14=12 |
| بتعويضِ | 27+1+14=?12 |
| بالتبسيطِ | 12=12 ✓ |

2)10x2-1=3xx-1-1

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليةُ | 10x2-1=3xx-1-1 |
| بضربِ طرفي المعادلةِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاماتِ، وهوَ: (x-1)(x+1) | (x-1)(x+1)×10x2-1=(x-1)(x+1)×3xx-1-(x-1)(x+1)×1 |
| بالقسمةِ على العواملِ المشتركةِ | 10=3x(x+1)=(x-1)(x+1) |
| بالتبسيطِ | 10=3x2+3x=x2-1 |
| بالتبسيطِ | 2x2+3x-9=0 |

| | |
|---|---|
| بالتحليلِ إلى العواملِ | (2x-3)(x+3)=0 |
| خاصيةُ الضربِ الصفريِّ | (2x-3)=0or(x+3)=0 |
| بحَلِّ كلِّ معادلةٍ | x=32orx=-3 |

**أتحقَّقُ:** للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

| عندما x=1.5 | عندما x=-3 |
|---|---|
| 10x2-1=3xx-1-1 | 10x2-1=3xx-1-1 |
| 10(1.5)2-1=?3(1.5)1.5-1-1 | 10(-3)2-1=?3(-3)-3-1-1 |
| 8=8 ✓ | 1.25=1.25 ✓ |

تتطلَّبُ تطبيقاتٌ حياتيةٌ عِدَّةٌ تحديدَ الزمنِ اللازمِ لإنجازِ عملٍ مُعيَّنٍ؛ ما يُحتِّمُ تحديدَ مُعدَّلِ إنجازِ العملِ، ثمَّ استعمالَ ••

مُعدَّلِ الوحدةِ لكتابةِ معادلةٍ نسبيةٍ ثمَّ حَلِّها.

**مثال 3 :**

تستغرقُ تنظيفُ حديقة المنزل منْ سامي وأخيه خالد ساعتان منَ العملِ. إذا كانَتْ سرعةُ سامي هيَ مثلَيْ سرعةِ خالد في

التنظيفِ، فأجدُ الوقتَ الذي يستغرقُهُ سامي في تنظيفِ المنزلِ وحده.

**الحل :**

**الخطوةُ 1 :** أُحدِّدُ مُعدَّلَ إنجازِ العملِ لكلٍّ منْ سامي وخالد

· أفترضُ أنَّ x هوَ عددُ الساعاتِ التي يستغرقُها خالد في تنظيفِ الحديقة وحدَهُ. وبما أنَّ خالد يُنظِّفُ الحديقة في x ساعةً، فإنَّهُ يُنظِّفُ 1 x منَ الحديقة في الساعةِ الواحدةِ.

بما أنَّ سرعةَ سامي هيَ مثلا سرعةِ خالد، فإنَّه يُنظِّفُ 2 x من الحديقة في الساعة الواحدة .

بما أنّ سامي وخالد يُنظِّفانِ الحديقة في ساعتين إذا عملا معًا، فإنَّهُما يُنظفان 12 الحديقة في الساعة الواحدة.

**الخطوةُ 2 :** أكتبُ معادلةً تُمثِّلُ مُعدَّلَ إنجازِهِما العملَ معًا، ثمَّ أحُلُّها.

| | |
|---|---|
| المعادلةُ الأصليةُ | 1x+2x=12 |
| بضربِ طرفي المعادلةِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاماتِ، وهوَ: 2x | 2x×3x=2x×12 |
| بالقسمةِ على العواملِ المشتركةِ | x=6 |

وبذلكَ، فإنَّ خالد بحاجةٍ إلى 6 ساعات منَ العملِ لتنظيفِ الحديقة.

بما أنَّ سرعةَ سامي في التنظيفِ هيَ مثلا سرعةِ خالد فإنّه بحاجةٍ إلى3 ساعاتٍ منَ العملِ لتنظيفِالحديقة وحده.