الأجزاءُ المُتناسِبةُ في المُثلَّثاتِ

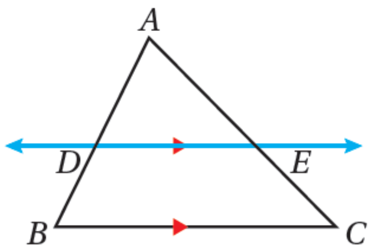
Proportional Parts in Triangles

فكرةُ الدرسِ : تعرُّفُ الأجزاءِ المُتناسِبةِ في المُثلَّثِ، واستعمالُها لإيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ.

أولًا : الأجزاءُ المُتناسِبةُ في المُثلَّث

•• **أتذكَّرُ :** تعلَّمْتُ سابقًا أنَّهُ يُمكِنُ إثباتُ تشابهِ مُثلَّثينِ باستعمالِ عددٍ منَ المُسلَّماتِ والنظرياتِ مثلِ : التشابهِ بزاويتينِ (AA) ، والتشابهِ بثلاثةِ أضلاعٍ (SSS)، والتشابهِ بضلعينِ وزاويةٍ محصورةٍ (SAS).

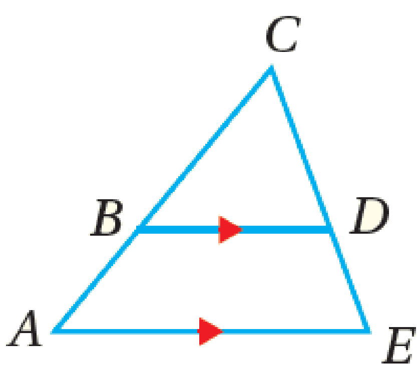
يُبيِّنُ الشكلُ المُجاوِرُ المُثلَّثَ ABC ، حيثُ: DE↔IIBC، وDE↔ يقطعُ AB في D، ويقطعُ AC في E. فإنه يُمكن إثبات أنّ المثلثين ΔABC و ΔADE متشابهان ، وذلكَ باستعمالِ مُسلَّمةِ التشابهِ AA . وبما أنَّ المُثلَّثينِ مُتشابِهانِ، فإنَّ أطوالَ أضلاعِهما مُتناسِبةٌ، وهذا يقودُنا إلى النظريةِ الآتيةِ.



نظرية (التناسب في المثلث)

بالكلماتِ : إذا وازى مستقيمٌ ضلعًا منْ أضلاعِ مُثلَّثٍ، وقطعَ ضلعيْهِ الآخرينِ، فإنَّهُ يُقسِّمُهُما إلى قطعٍ مستقيمةٍ مُتناظِرةٍ أطوالُها مُتناسِبةٌ.

بالرموزِ : إذا كانَ : BDIIAE ، فإنّ BACB=DECD

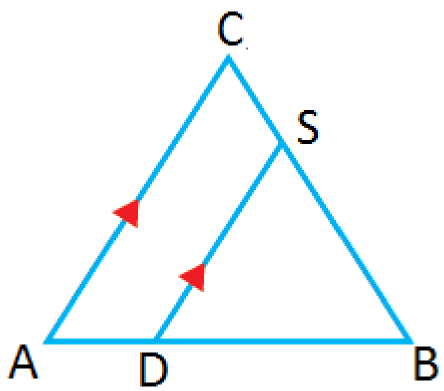


مثال 1:

في △ABC إذا كانَ DSIIAC

AD=2cm,AB=7cm,CS=2.5cm

فأجد SB.



الحل:

نظريةُ الأجزاءِ المُتناسِبةِ	ADDB=CSSB
بالتعويضِ (DB=7-2=5)	25=2.5SB
باستعمالِ خاصيةِ الضربِ التبادليِّ	2SB=12.5
بالتبسيطِ	SB=6.25cm.

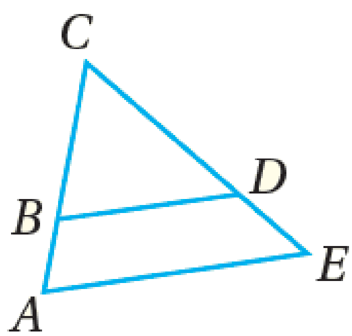
ثانيًا : عكسُ نظريةِ التناسبِ في المُثلَّثِ

إنَّ عكسَ نظريةِ التناسبِ في المُثلَّثِ صحيحٌ أيضًا، وهذا ما تنصُّ عليْهِ النظريةُ الآتيةُ.

نظرية (عكسُ نظريةِ التناسبِ في المُثلَّثِ)

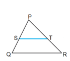
بالكلماتِ : إذا قطعَ مستقيمٌ ضلعينِ في مُثلَّثٍ، وقسَّمَهُما إلى قطعٍ مستقيمةٍ مُتناظِرةٍ أطوالُها مُتناسِبةٌ، فإنَّ المستقيمَ يوازي الضلعَ الثالثَ للمُثلَّثِ.

بالرموزِ : إذا كانَ ABBC=EDDC ، فإنّ BDIIAE



مثال 2:

في △PQR إذا كانَ



PT=12cm,TR=9cm,PS=10cm,SQ=7.5cm

بيّن أنّ STIIQR ، مبررًا ذلك.

الحل :

بتعويضِ PT=12,TR=9 والتبسيط	PTTR=129=43
بتعويضِ PS=10,SQ=7.5 والتبسيط	PSSQ=107.5=43

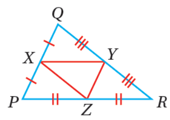
إذن : PTTR=PSSQ=43

وبحسب عكس نظرية التناسب في المثلث ، فإنّ STIIQR

ثالثًا : القطعةُ المُنصِّفةُ في المُثلَّث

القطعةُ المُنصِّفةُ في المُثلَّثِ : هيَ قطعةٌ مستقيمةٌ طرفاها نقطتا منتصفِ ضلعين في المُثلَّثِ، وفي كلِّ مُثلَّثٍ ثلاثُ قطعٍ مُنصِّفةٍ. فمثلًا ، القطعُ المُنَصِّفةُ في △PQR

المُجاور هي : XY,YZ,XZ



•• توجدُ علاقتان بينَ القطعةِ المُنصِّفة في المُثلَّث والضلعِ المُقابِل لها، وهما مُوضَّحتان في النظرية الآتية.

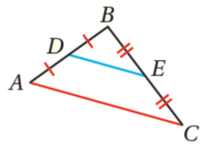
نظرية (القطعة المنصفة في المثلث)

بالكلماتِ : القطعةُ المُنصِّفةُ في المُثلَّثِ توازي الضلعَ المُقابِلَ لها، وطولُها يساوي

نصفَ طولِ ذلكَ الضلعِ.

بالرموزِ : إذا كانَتِ النقطةُ D والنقطةُ E هما نقطتَيْ منتصفِ AB وBC على الترتيبِ،فإنَّ :

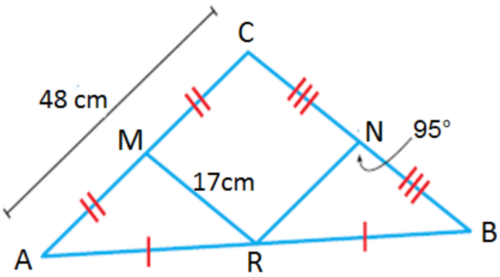
DEIIACandDE=12AC



مثال 3 :

استخدم المعلومات المُعطاة في الرسم المُجاور لإيجاد كل مما يأتي :

1)RN3)m∠MCN2)CB4)m∠RMC



الحل :

1) طول RN

نظريةُ القطعةِ المُنصِّفةِ في المُثلَّث	RN=12AC

بتعويضِ AC=48	RN=12(48)
بالتبسيطِ	RN=24cm

2) طول CB

نظريةُ القطعةِ المُنصِّفةِ في المُثلَّثِ	MR=12CB
بتعويضِ MR=17	17=12CB
بالتبسيطِ	CB=34cm

3) قياس **∠MCN**

نظريةُ الزاويتينِ المُتناظرتين	∠MCN≅∠RNB
تعريفُ تطابقِ الزوايا	m∠MCN=m∠RNB
بالتعويضِ	m∠MCN=95°

4) قياس ∠RMC

نظريةُ الزاويتينِ المُتحالفتين	m∠MCN+m∠RMC=180°
بتعويض m∠MCN=95°	95°+m∠RMC=180°
بحل المعادلة	m∠RMC=180°-95°
بالتبسيط	m∠RMC=85°