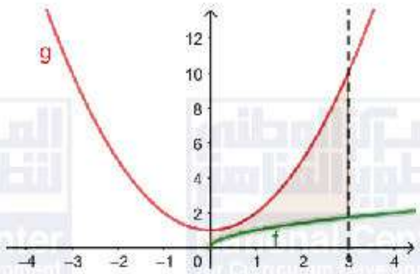
مسألة اليوم صفحة 74	
1	$f(x) = h(x)$ $-2\cos x + 4 = 2\cos x + 2 \quad \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$ الإحداثي x للنقطة A هو أكبر حل سالب لهذه المعادلة وهو $x = -\frac{\pi}{3}$: $\Rightarrow A\left(-\frac{\pi}{3}, f\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = \left(-\frac{\pi}{3}, 3\right)$ إحداثيا x للنقطتين B, C هما أصغر حلين موجبين للمعادلة، وهما: $x = \frac{\pi}{3}$ ، و $x = \frac{5\pi}{3}$: $\Rightarrow B\left(\frac{\pi}{3}, f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = \left(\frac{\pi}{3}, 3\right) \quad , \quad C\left(\frac{5\pi}{3}, f\left(\frac{5\pi}{3}\right)\right) = \left(\frac{5\pi}{3}, 3\right)$
2	$A(R_1) = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (h(x) - f(x))dx$ $= \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (2\cos x + 2 - (-2\cos x + 4))dx = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (4\cos x - 2)dx$ $= 4\sin x - 2x \Big\|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} - \left(-2\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}\right) = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$ $A(R_2) = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} (f(x) - h(x))dx$ $= \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} (-2\cos x + 4 - (2\cos x + 2))dx = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} (2 - 4\cos x)dx$ $= 2x - 4\sin x \Big\|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}}$ $= \frac{10\pi}{3} + 2\sqrt{3} - \left(\frac{2\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right)$ $= 4\sqrt{3} + \frac{8\pi}{3}$
أتحقق من فهمي صفحة 77	

$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + 1 = \sqrt{x}$

هذه المعادلة ليس لها حلول إذ أن المنحنيين لا يتقاطعان كما في الشكل أدناه.



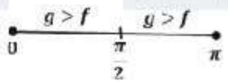
$$A = \int_0^3 (x^2 + 1 - \sqrt{x})dx = \frac{1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\Big|_0^3$$

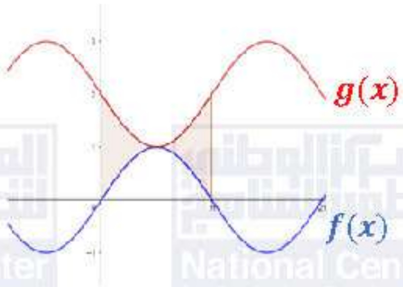
$$= 9 + 3 - 2\sqrt{3} - 0 = 12 - 2\sqrt{3}$$

b

$f(x) = g(x) \Rightarrow 2 - \sin x = \sin x$

$$\Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$





نجد أن $f \geq g$ لكل قيم x، إذن:

$$A = \int_0^{\pi} (g(x) - f(x))dx = \int_0^{\pi} ((2 - \sin x) - \sin x)dx$$

$$= \int_0^{\pi} (2 - 2\sin x)dx$$

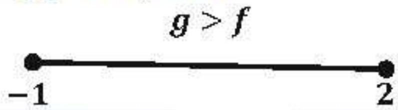
$$= 2x + 2\cos x|_0^{\pi} = 2\pi - 4$$

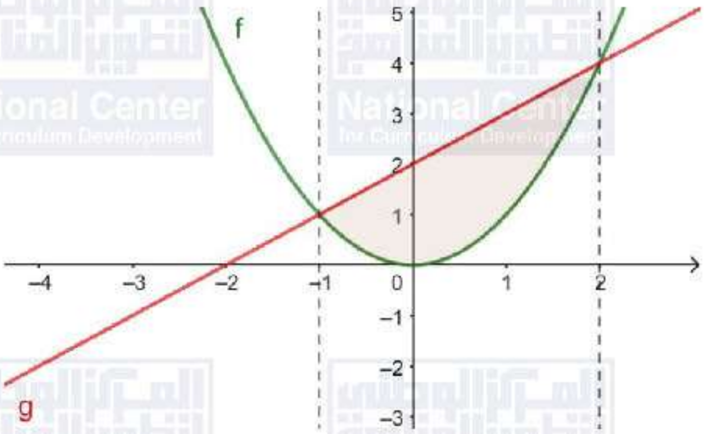
أتحقق من فهمي صفحة 79

$$f(x) = g(x) \Longrightarrow x^2 = x + 2$$

$$\Longrightarrow x^2 - x + 2 = 0 \Longrightarrow (x-2)(x+1) = 0$$

$$\Longrightarrow x = 2, x = -1$$





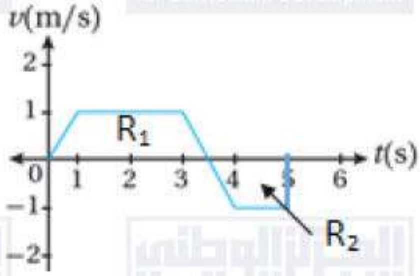
نلاحظ أن $g > f$ لكل قيم x في الفترة $(-1, \infty)$، إذن:

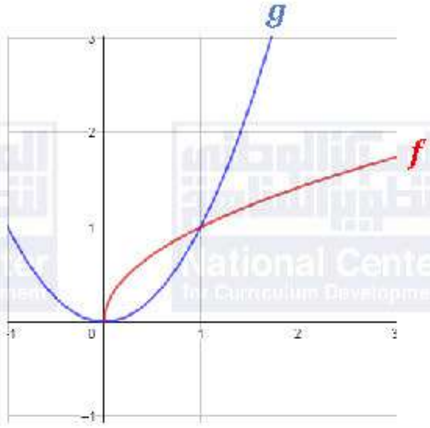
$$A = \int_{-1}^{2} \big(g(x) - f(x)\big)dx = \int_{-1}^{2} (x + 2 - x^2)dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{3}x^3 \Big|_{-1}^{2}$$

$$= \frac{1}{2}(2)^2 + 2(2) - \frac{1}{3}(2)^3 - \left(\frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{9}{2}$$

أتحقق من فهمي صفحة 81

a	 لتكن الإزاحة D $D = s(5) - s(0) = \int_0^5 v(t)\, dt$ $= A(R_1) - A(R_2)$ $= \frac{1}{2}(2 + 3.5)(1) - \frac{1}{2}(1 + 1.5)(1)$ $= 1.5\ \mathbf{m}$
b	المسافة التي قطعها الجسيم هي: $\int_0^5 \lvert v(t)\rvert\, dt$ $\int_0^5 \lvert v(t)\rvert\, dt \quad = A(R_1) + A(R_2)$ $= \frac{1}{2}(5.5) + \frac{1}{2}(2.5)$ $= 4\ \mathbf{m}$
c	في الفرع a وجدنا أن: $s(5) - s(0) = 1.5$ وبتعويض $s(0) = 3$ نجد أنّ: $s(5) - 3 = 1.5 \Rightarrow s(5) = 4.5$ - - - - - - - - - -
أتحقق من فهمي صفحة 82	
	$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 = \int_1^4 \frac{\pi}{x^2}\, dx = -\frac{\pi}{x}\Big\rvert_1^4 = -\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{1}\right) = \frac{3\pi}{4}$
أتحقق من فهمي صفحة 85	

	$f(x) = g(x) \Rightarrow \sqrt{x} = x^2 \Rightarrow x - x^4 = 0 \Rightarrow x(1 - x^3) = 0$ $\Rightarrow x = 0, \quad x = 1$  نلاحظ أن منحنى f يقع فوق منحنى g في الفترة $(0, 1)$ $V = \int_0^1 \pi\left((f(x))^2 - (g(x))^2\right)dx$ $= \int_0^1 \pi(x - x^4)dx$ $= \pi\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5\right)\Big\|_0^1 = \pi\left(\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) - 0\right) = 0.3\pi$
أتدرب وأحل المسائل صفحة 85	
1	$A = \int_{-1}^{1}\left(x^2 - (-2x^4)\right)dx = \int_{-1}^{1}(x^2 + 2x^4)dx$ $= \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{5}x^5\right)\Big\|_{-1}^{1}$ $= \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)$ $= \frac{22}{15}$

2	$A=\int_{-2}^{0}(x^3-3x-x)dx+\int_{0}^{2}\left(x-(x^3-3x)\right)dx$ $=\int_{-2}^{0}(x^3-4x)dx+\int_{0}^{2}(4x-x^3)dx$ $=\left(\frac{1}{4}x^4-2x^2\right)\Big\vert_{-2}^{0}+\left(2x^2-\frac{1}{4}x^4\right)\Big\vert_{0}^{2}$ $=(0)-(4-8)+(8-4)-(0)$ $=8$
3	$A=\int_{0}^{3}(e^{0.5x}-e^{-0.5x})dx=\left(2e^{0.5x}+2e^{-0.5x}\right)\Big\vert_{0}^{3}$ $=\left(2e^{1.5}+2e^{-1.5}\right)-(2+2)$ $=2e^{1.5}+2e^{-1.5}-4$
4	$A=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}(\sec^2 x-\sin x)dx$ $=(\tan x+\cos x)\Big\vert_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ $=\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-(0+1)$ $=\frac{1}{\sqrt{2}}$
5	$f(x)=g(x)\Rightarrow\frac{1}{2}x^2+6=2x^2\Rightarrow\frac{3}{2}x^2=6\Rightarrow x^2=4$ $\Rightarrow x=2,\qquad x=-2$ $A=\int_{-2}^{2}(f(x)-g(x))dx=\int_{-2}^{2}\left(\frac{1}{2}x^2+6-2x^2\right)dx$ $=\int_{-2}^{2}\left(6-\frac{3}{2}x^2\right)dx=\left(6x-\frac{1}{2}x^3\right)\Big\vert_{-2}^{2}$ $=(12-4)-(-12+4)$ $=16$

6	$f(x)=g(x)\Longrightarrow 3^x=4^x\Longrightarrow x=0$ $A=\int_0^1(f(x)-g(x))dx=\int_0^1(4^x-3^x)dx=\left(\frac{4^x}{\ln 4}-\frac{3^x}{\ln 3}\right)\Big\|_0^1$ $=\left(\frac{4}{\ln 4}-\frac{3}{\ln 3}\right)-\left(\frac{1}{\ln 4}-\frac{1}{\ln 3}\right)$ $=\frac{3}{\ln 4}-\frac{2}{\ln 3}\approx 0.344$
7	$f(x)=g(x)\Longrightarrow e^x=\cos x$ نعلم من حلول هذه المعادلة الحل غير السالب: $x=0$ في الربع الأول: يكون $\cos x\leq 1$ بينما $e^x\geq 1$ ، إذن: $e^x\geq \cos x$ $A=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(e^x-\cos x)dx=(e^x-\sin x)\Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}$ $=\left(e^{\frac{\pi}{2}}-1\right)-(1-0)$ $=e^{\frac{\pi}{2}}-2$

8	$g(x) = f(x) \Rightarrow x^4 = \lvert x \rvert \Rightarrow x^4 = x \quad \text{or} \quad x^4 = -x$ $x^4 = x \Rightarrow x^4 - x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$ $x^4 = -x \Rightarrow x^4 + x = 0 \Rightarrow x(x^3 + 1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -1$ إذن، يتقاطع المنحنيان عند $x = -1, x = 0, x = 1$ ، ويكون في الفترتين $f(x) > g(x)$ $A = \int_{-1}^{1} (f(x) - g(x))dx$ نجزئ هذا التكامل بسبب تغيير قاعدة *f(x)* حول $x = 0$، نحسب هذه المساحة على النحو الآتي: $A = \int_{-1}^{0} (-x - x^4)dx + \int_{0}^{1} (x - x^4)dx$ $= \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5\right)\Big\|_{-1}^{0} + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^5\right)\Big\|_{0}^{1}$ $= (0) - \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) - (0)$ $= \frac{3}{5}$

9	$f(x)=g(x)\Longrightarrow 3x^3-x^2-10x=-x^2+2x$ $\Longrightarrow 3x^3-12x=0\Longrightarrow 3x(x^2-4)=0$ $\Longrightarrow x=0, x=-2, x=2$ بحساب قيمتي الاقترانين عند عدد بين 2-، و0 مثل 1- نجد أنّ: $f(-1)=-3-1+10=6, g(-1)=-1-2=-3$ $\leftarrow f(x)>g(x)$ في الفترة (-2, 0) بحساب قيمتي الاقترانين عند عدد بين 0 و2 مثل 1 نجد أنّ: $f(1)=3-1-10=-8, g(1)=-1+2=1$ $\leftarrow f(x)<g(x)$ في الفترة (0, 2) $A=\int_{-2}^{0}(f(x)-g(x))dx+\int_{0}^{2}(g(x)-f(x))dx$ $=\int_{-2}^{0}\left(3x^3-x^2-10x-(-x^2+2x)\right)dx+\int_{0}^{2}\left(-x^2+2x-(3x^3-x^2-10x)\right)dx$ $=\int_{-2}^{0}(3x^3-12x)dx+\int_{0}^{2}(12x-3x^3)dx$ $=\left(\frac{3}{4}x^4-6x^2\right)\Big\vert_{-2}^{0}+\left(6x^2-\frac{3}{4}x^4\right)\Big\vert_{0}^{2}$ $=(0)-(12-24)+(24-12)-(0)$ $=24$
10	$f(x)=g(x)\Longrightarrow e^x=x^2$ يمكن استعمال الآلة الحاسبة لمعرفة أن $f(x)>g(x)$ في الفترة $[0,\infty)$ $A=\int_{0}^{1}(e^x-x^2)dx=\left(e^x-\frac{1}{3}x^3\right)\Big\vert_{0}^{1}$ $=\left(e-\frac{1}{3}\right)-(1-0)$ $=e-\frac{4}{3}$

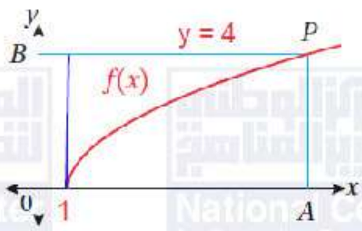
11	$f(x) = h(x) \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = 4\sqrt{x} \Rightarrow \frac{1}{4}x^4 = 16x \Rightarrow x^4 - 64x = 0$ $\Rightarrow x(x^3 - 64) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$ $h(x) > f(x)$ في الفترة $(0,4)$ $A = \int_0^4 (h(x) - f(x))dx = \int_0^4 \left(4\sqrt{x} - \frac{1}{2}x^2\right) dx$ $= \left(\frac{8}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{6}x^3\right)\Big\vert_0^4 = \left(\frac{64}{3} - \frac{32}{3}\right) - (0) = \frac{32}{3}$
12	من التماثل فإن $B(-a, a^2)$ لتكن مساحة المنطقة المطلوبة هي: $\int_{-a}^{a} (a^2 - x^2)dx = \left(a^2x - \frac{1}{3}x^3\right)\Big\vert_{-a}^{a}$ $= \left(a^3 - \frac{1}{3}a^3\right) - \left(-a^3 + \frac{1}{3}a^3\right) = 2a^3 - \frac{2}{3}a^3 = \frac{4}{3}a^3$ مساحة المستطيل $ABCD$ هي: $2a \times a^2 = 2a^3$ إذن، المساحة بين المنحنى والقطعة المستقيمة AB تساوي $\frac{2}{3}$ مساحة المستطيل $ABCD$.
13	$A\left(\frac{1}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{17}{2}\right)$ $B(2, f(2)) = \left(2, \frac{5}{2}\right)$ ميل AB: $\frac{\frac{17}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{1}{2} - 2} = -4$ معادلة المستقيم AB: $y - \frac{5}{2} = -4(x - 2)$ $\Rightarrow y = \frac{21}{2} - 4x$ المساحة المطلوبة هي: $\int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(\frac{21}{2} - 4x - (2x^{-2} + x)\right) dx = \int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(\frac{21}{2} - 5x - 2x^{-2}\right) dx$ $= \left(\frac{21}{2}x - \frac{5}{2}x^2 + \frac{2}{x}\right)\Big\vert_{\frac{1}{2}}^{2} = 21 - 10 + 1 - \left(\frac{21}{4} - \frac{5}{8} + 4\right) = \frac{27}{8}$

14	لتكن الإزاحة D. $$D = s(8) - s(0) = \int_0^8 v(t)\,dt = \int_0^1 v(t)\,dt + \int_1^4 v(t)\,dt + \int_4^8 v(t)\,dt$$ $\int_0^1 v(t)\,dt$ يساوي مساحة المثلث الأيسر في الرسم البياني وهي: $$\frac{1}{2}(1)(2) = 1$$ $\int_1^4 v(t)\,dt$ يساوي معكوس مساحة شبه المنحرف في الرسم البياني فهو يساوي: $$-\frac{1}{2}(1+3)(2) = -4$$ $\int_4^8 v(t)\,dt$ يساوي مساحة المثلث الأيمن في الرسم البياني وهي: $$\frac{1}{2}(4)(4) = 8$$ إذن، إزاحة الجسيم هي: $s(8) - s(0) = 1 + (-4) + 8 = 5\text{ m}$
15	المسافة التي قطعها الجسيم هي : $\int_0^8 \lvert v(t)\rvert dt$ $$\int_0^8 \lvert v(t)\rvert dt = \int_0^1 \lvert v(t)\rvert dt + \int_1^4 \lvert v(t)\rvert dt + \int_4^8 \lvert v(t)\rvert dt$$ $$= 1 + 4 + 8 = 13\text{ m}$$
16	$s(8) - s(0) = 5$ وبتعويض $s(0) = 5$ نجد أنّ: $s(8) - 5 = 5 \Rightarrow s(8) = 10\text{ m}$
17	$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 5 + 4x - x^2$ $\Rightarrow 2x^2 - 14x + 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$ $\Rightarrow (x-5)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 5, x = 2$ $\Rightarrow A(2,9), B(5,0)$

18	$V=\int_2^5 \pi((5+4x-x^2)^2-(x^2-10x+25)^2)dx$ $V=\int_2^5 \pi(12x^3-144x^2+540x-600)dx$ $=12\pi\int_2^5 (x^3-12x^2+45x-50)dx$ $=12\pi\left(\frac{1}{4}x^4-4x^3+\frac{45}{2}x^2-50x\right)\Big\vert_2^5$ $=12\pi\left(\left(\frac{1}{4}(5)^4-4(5)^3+\frac{45}{2}(5)^2-50(5)\right)\right.$ $\left.-\left(\frac{1}{4}(2)^4-4(2)^3+\frac{45}{2}(2)^2-50(2)\right)\right)=81\pi$
19	$V=\int_0^{\pi} \pi\big(f(x)\big)^2dx=\pi\int_0^{\pi}\sin x\,dx=-\pi\cos x\vert_0^{\pi}$ $=-\pi(\cos\pi-\cos 0)=2\pi$
20	$x^3=\sqrt{x}\Rightarrow x^6=x\Rightarrow x^6-x=0\Rightarrow x(x^5-1)=0\Rightarrow x=0, x=1$ لكل $x\in(0,1)$ يكون $\sqrt{x}>x^3$ $V=\int_0^1 \pi\left(f^2(x)-g^2(x)\right)dx=\pi\int_0^1(x-x^6)dx$ $=\pi\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{7}x^7\right)\Big\vert_0^1=\pi\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{7}-0\right)=\frac{5\pi}{14}$

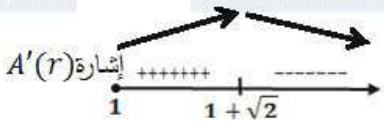
21	$1+\sec x=3 \Rightarrow \sec x=2 \Rightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Rightarrow x=-\frac{\pi}{3}, x=\frac{\pi}{3}$ نلاحظ أن المنحنيين يقعان فوق المحور x وأن $f(x)=1+\sec x<3$ في الفترة $\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ $\int \sec x\, dx=\int \sec x \times \frac{\sec x+\tan x}{\sec x+\tan x}\, dx$ $=\int \frac{\sec^2 x+\sec x \tan x}{\sec x+\tan x}\, dx=\ln\|\sec x+\tan x\|+C$ $V=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \pi(9-(1+\sec x)^2)dx=\pi\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(9-(1+2\sec x+\sec^2 x))dx$ $=\pi\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(8-2\sec x-\sec^2 x)dx$ $=\pi(8x-2\ln\|\sec x+\tan x\|-\tan x)\Big\|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}$ $=\pi\left(\left(\frac{8\pi}{3}-2\ln(2+\sqrt{3})-\sqrt{3}\right)-\left(\frac{-8\pi}{3}-2\ln(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}\right)\right)$ $=\pi\left(\frac{16\pi}{3}+2\ln\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\right)-2\sqrt{3}\right)$
22	$x^2=x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x^4=x \Rightarrow x^4-x=0 \Rightarrow x(x^3-1)=0 \Rightarrow x=0, x=1$ $A=\int_0^1\left(x^{\frac{1}{2}}-x^2\right)dx=\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_0^1=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}-0=\frac{1}{3}$

23	$x^3 = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x^9 = x \Rightarrow x^9 - x = 0 \Rightarrow x(x^8 - 1) = 0$ $\Rightarrow x(x^4 - 1)(x^4 + 1) = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = 0$ $\Rightarrow x = 0, x = -1, x = 1$ $(\frac{1}{8})^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}, (\frac{1}{8})^3 = \frac{1}{512} \Rightarrow x^{\frac{1}{3}} > x^3,\ \ 0 < x < 1$ $(\frac{-1}{8})^{\frac{1}{3}} = \frac{-1}{2}, (\frac{-1}{8})^3 = \frac{-1}{512} \Rightarrow x^3 > x^{\frac{1}{3}},\ \ -1 < x < 0$ $A = \int_{-1}^{0} \left(x^3 - x^{\frac{1}{3}}\right) dx + \int_{0}^{1} \left(x^{\frac{1}{3}} - x^3\right) dx$ $= \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}\right)\Big\|_{-1}^{0} + \left(\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{4}x^4\right)\Big\|_{0}^{1}$ $= 0 - \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right) + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} - 0 = 1$
24	أولًا: إذا كان n زوجيًا يتقاطع المنحنيان عند $x = 0, x = 1$ (كما في السؤال22) $A = \int_{0}^{1} \left(x^{\frac{1}{n}} - x^n\right) dx = \left(\frac{x^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{1}{n}+1} - \frac{x^{n+1}}{n+1}\right)\Big\|_{0}^{1} = \frac{1}{\frac{1}{n}+1} - \frac{1}{n+1} - 0$ $= \frac{n}{n+1} - \frac{1}{n+1} = \frac{n-1}{n+1}$ ثانيًا: إذا كان n فرديًا يتقاطع المنحنيان عند $x = 0, x = 1, x = -1$ (كما في السؤال23) $A = \int_{-1}^{0} \left(x^n - x^{\frac{1}{n}}\right) dx + \int_{0}^{1} \left(x^{\frac{1}{n}} - x^n\right) dx$ $= \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} - \frac{x^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{1}{n}+1}\right)\Big\|_{-1}^{0} + \left(\frac{x^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{1}{n}+1} - \frac{x^{n+1}}{n+1}\right)\Big\|_{0}^{1}$ $= 0 - \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{\frac{1}{n}+1}\right) + \frac{1}{\frac{1}{n}+1} - \frac{1}{n+1} - 0 = \frac{-1+n}{n+1} + \frac{n-1}{n+1}$ $= \frac{2(n-1)}{n+1}$

25	$\sqrt{2x-2}=0 \Rightarrow x=1$  نقسم المنطقة المطلوب حساب مساحتها إلى قسمين برسم المستقيم $x=1$، ونجد المساحة كما يأتي: $A=\int_0^1 4\,dx+\int_1^9\left(4-\sqrt{2x-2}\right)dx$ $=(4x)\big\|_0^1+\left(4x-\frac{1}{3}(2x-2)^{\frac{3}{2}}\right)\Big\|_1^9$ $=4-0+36-\frac{1}{3}(16)^{\frac{3}{2}}-(4-0)=\frac{44}{3}$
26	$A=\int_1^9\sqrt{2x-2}\,dx=\frac{1}{3}(2x-2)^{\frac{3}{2}}\Big\|_1^9=\frac{1}{3}\left((16)^{\frac{3}{2}}-0\right)=\frac{64}{3}$
27	$2\sqrt{x-2}=0 \Rightarrow x=2$ نقسم المنطقة إلى قسمين برسم المستقيم $x=2$، ونجد الحجم كما يأتي: $V=\pi\int_0^2 5^2\,dx+\pi\int_2^6\left(5^2-\left(2\sqrt{x-2}\right)^2\right)dx$ $=\pi\int_0^2 25\,dx+\pi\int_2^6(25-(4x-8)\,dx$ $=50\pi+\pi\int_2^6(33-4x)\,dx=50\pi+\pi(33x-2x^2)\big\|_2^6$ $=50\pi+\pi(33(6)-72-66+8)\|$ $=118\pi$

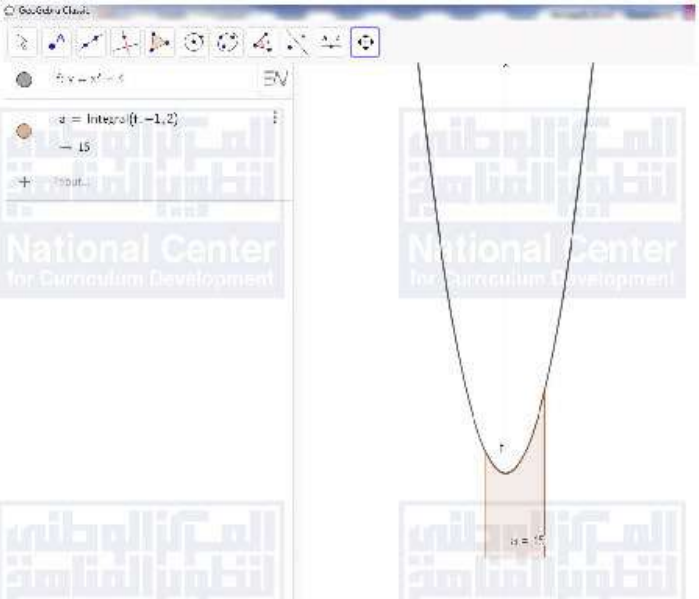
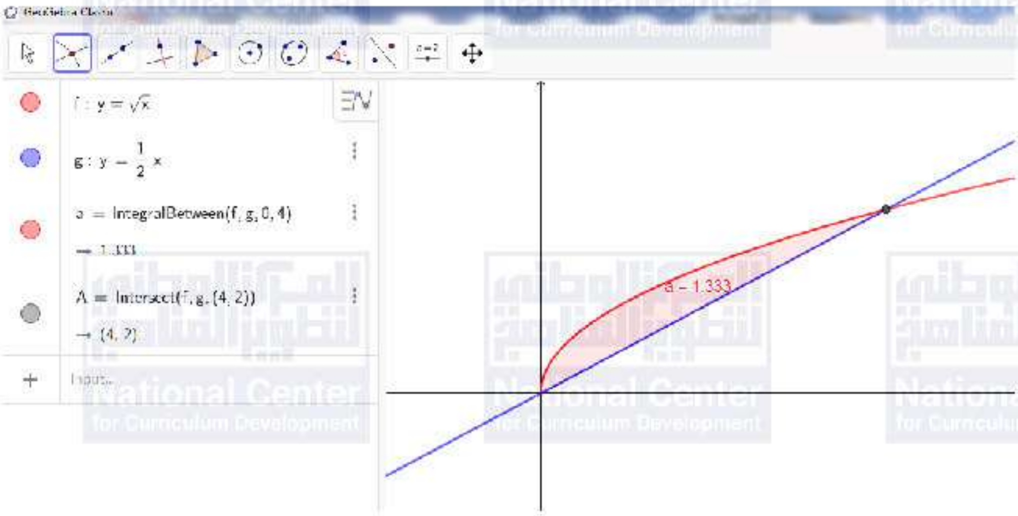
28	$y = x^3 - 5x^2 + 3x + 10$ $f'(x) = 3x^2 - 10x + 3 = 0 \Longrightarrow (3x-1)(x-3) = 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{3}, x = 3$ نقطة القيمة العظمى هي: $B\left(\frac{1}{3}, f\left(\frac{1}{3}\right)\right) = \left(\frac{1}{3}, \frac{283}{27}\right)$ نقطة القيمة الصغرى هي: $C(3, f(3)) = (3, 1)$
29	النقطة A تقع على محور y إذن إحداثياها هما: $A(0, f(0)) = (0, 10)$ ميل المنحنى عند A هو: $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=0} = 0 - 0 + 3 = 3$ معادلة مماس المنحنى $f(x)$عند النقطة A هي (حيث $f'(0) = 3$): $y - 10 = 3(x - 0) \Longrightarrow y = 3x + 10$ وهذه المعادلة هي معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{AD}$ نفسها. إذن، $\overleftrightarrow{AD}$ مماس لمنحنى$f(x)$ عند النقطة A.
30	$A = \int_0^3 \left(3x + 10 - (x^3 - 5x^2 + 3x + 10)\right) dx$ $= \int_0^3 (5x^2 - x^3)\, dx = \left(\frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4\right)\Big\|_0^3 = 45 - \frac{81}{4} - 0 = \frac{99}{4}$
31	$f(x) = g(x) \Longrightarrow \cos x = \sin x \Longrightarrow \tan x = 1 \Longrightarrow x = \frac{\pi}{4}$ or $x = \frac{5\pi}{4}$ نلاحظ من الرسم المعطى أن x تقع في الفترة $(0, \frac{\pi}{2})$. إذن، إحداثيا النقطة A هما: $\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

32	$A(R_1)=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos x-\sin x)\,dx$ $=(\sin x+\cos x)\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}-(0+1)=\sqrt{2}-1$ $A(R_2)=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin x\,dx+\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx$ $=-\cos x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}}+\sin x\Big\vert_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}+1+1-\frac{1}{\sqrt{2}}=2-\sqrt{2}$ $A(R_3)=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x-\cos x)\,dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin x\,dx$ $=(-\cos x-\sin x)\Big\vert_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}+(-\cos x)\Big\vert_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=\sqrt{2}$ $=-0-1-\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+(-(-1)+0)=\sqrt{2}$
33	$\frac{A(R_1)}{A(R_2)}=\frac{\sqrt{2}-1}{2-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ إذن، $A(R_1):A(R_2)=\sqrt{2}:2$
34	$y=x^r\,,y'=rx^{r-1}$ ميل المماس عند $(1,1)$ هو: $y'\vert_{x=1}=r(1)^{r-1}=r$ معادلة المماس هي: $y-1=r(x-1)\Rightarrow y=rx+1-r$ لإيجاد المقطع x لهذا المماس نضع $y=0$ في معادلته: $0=rx+1-r\Rightarrow x=\frac{r-1}{r}$ إذن، يقطع هذا المماس المحور x في النقطة $\left(\frac{r-1}{r},0\right)$

35	مساحة المنطقة R تساوي المساحة بين المنحنى والمحور x والمستقيمين x=0, x=1 مطروحًا منها مساحة المثلث الذي رؤوسه $(1, 0), (1, 1), (\frac{r-1}{r}, 0)$، أي أنّ $A(R)$ هي: $A(R) = \int_0^1 x^r\, dx - \frac{1}{2}(1 - \frac{r-1}{r})(1)$ $= \frac{x^r}{r+1}\Big\vert_0^1 - \frac{1}{2r} = \frac{1}{r+1} - \frac{1}{2r} = \frac{2r - r - 1}{2r(r+1)} = \frac{r-1}{2r(r+1)}$
36	$A(r) = \frac{r-1}{2r^2+2r}\ ,r \geq 1$ $A'(r) = \frac{2r^2 + 2r - (r-1)(4r+2)}{(2r^2+2r)^2} = \frac{-2(r^2 - 2r - 1)}{(2r^2+2r)^2} = 0$ $\Rightarrow r^2 - 2r - 1 = 0 \Rightarrow r = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$ ولأن $r \geq 1$ تكون القيمة الحرجة $1 + \sqrt{2}$  إذن، قيمة r التي تجعل المساحة أكبر ما يمكن هي: $r = 1 + \sqrt{2}$
37	$f'(x) = 2x - 4$ ميل المماس عند النقطة (1,3) هو: $f'(1) = -2$ ميل العمودي على المماس عند النقطة (1,3) هو: $\frac{1}{2}$ معادلة العمودي: $y - 3 = \frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ نجد نقاط تقاطع المنحنى والعمودي على المماس: $x^2 - 4x + 6 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow 2x^2 - 9x + 7 = 0$ $\Rightarrow (2x-7)(x-1) = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}, x = 1$ $\Rightarrow P\left(\frac{7}{2}, f\left(\frac{7}{2}\right)\right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{17}{4}\right)$

38	$A = \int_1^{\frac{7}{2}} \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} - (x^2 - 4x + 6) \right) dx$ $= \int_1^{\frac{7}{2}} \left(\frac{9}{2}x - \frac{7}{2} - x^2 \right) dx = \left(\frac{9}{4}x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big\|_1^{\frac{7}{2}}$ $= \left(\frac{9}{4}(\frac{7}{2})^2 - \frac{7}{2}(\frac{7}{2}) - \frac{1}{3}(\frac{7}{2})^3 \right) - \left(\frac{9}{4} - \frac{7}{2} - \frac{1}{3} \right)$ $= \frac{125}{48} \approx 2.604$
39	$\int_{-1}^{1} \left(k(1 - x^2) - 2k(x^2 - 1) \right) dx = 8$ $\Rightarrow \int_{-1}^{1} \left(k(1 - x^2) + 2k(1 - x^2) \right) dx = 8$ $\Rightarrow 3k \int_{-1}^{1} (1 - x^2)\, dx = 8$ $3k \left(x - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big\|_{-1}^{1} = 8$ $3k \left(\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(-1 + \frac{1}{3}\right) \right) = 8$ $3k \left(2 - \frac{2}{3} \right) = 8$ $3k \left(\frac{4}{3} \right) = 8$ $\Rightarrow k = 2$

معمل جيوجبرا صفحة 90

	1
	2