اختبار نهاية الوحدة الثانية صفحة 136

1	b
2	c
3	c
4	d
5	b
6	b
7	d
8	c
9	$f(x) = 3x^2 - 2x^3 \quad , [-5, 1]$ $f'(x) = 6x - 6x^2$ $f'(x) = 0 \ \rightarrow 6x(1-x) = 0 \ \rightarrow x = 0 \, , x = 1$ مجموعة قيم x الحرجة ضمن الفترة $(-5, 1)$هي: $x = 0$ نقارن قيم الاقتران عند النقطة الحرجة مع قيمتيه عند طرفي الفترة: $f(0) = 0$ $f(1) = 1$ $f(-5) = 75 + 250 = 325$ إذن لهذا الاقتران قيمة عظمى مطلقة هي $f(-5) = 325$ وقيمة صغرى مطلقة هي $f(0) = 0$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

10	$f(x)=\frac{x}{x+3}$, $[-1,6]$ $f'(x)=\frac{x+3-x}{(x+3)^2}=\frac{3}{(x+3)^2}$ $f'(x)>0$ لجميع قيم x ولذا فإن $f(x)$ متصل ومتزايد على مجاله. ولا يوجد له قيم حرجة ضمن $(-1, 6)$، قيمه القصوى تكون عند طرفي مجاله. $f(-1)=-\frac{1}{2}$ $f(6)=\frac{2}{3}$ إذن لهذا الاقتران قيمة عظمى مطلقة هي $f(6)=\frac{2}{3}$ وقيمة صغرى مطلقة هي $f(-1)=\frac{-1}{2}$
11	$f(x)=xe^{\frac{x}{2}}$, $[-3,1]$ $f'(x)=\frac{1}{2}xe^{\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{2}}=e^{\frac{x}{2}}\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ $f'(x)=0 \rightarrow x=-2$ له قيمة حرجة وحيدة هي: $x=-2$ نقارن قيمته عند النقطة الحرجة مع قيمتيه عند طرفي المجال $f(-3)=-3e^{\frac{-3}{2}}=\frac{-3}{\sqrt{e^3}}\approx -0.6694$ $f(-2)=-2e^{-1}=\frac{-2}{e}\approx -0.7358$ $f(1)=e^{\frac{1}{2}} \approx 1.6487$ إذن لهذا الاقتران قيمة عظمى مطلقة هي $f(1)=e^{\frac{1}{2}}$ وقيمة صغرى مطلقة هي $f(-2)=\frac{-2}{e}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

12

$f(x) = 3\cos x \quad , [0, 2\pi]$

$f'(x) = -3\sin x$

$f'(x) = 0 \ \rightarrow \sin x = 0 \ \rightarrow x = 0 \, , x = \pi \, , 2\pi$

له قيمة حرجة وحيدة هي: $x = \pi$

نقارن قيمته عند النقطة الحرجة مع قيمتيه عند طرفي المجال

$f(0) = 3$

$f(\pi) = -3$

$f(2\pi) = 3$

إذن لهذا الاقتران قيمة عظمى مطلقة هي $f(0) = f(2\pi) = 3$ ،

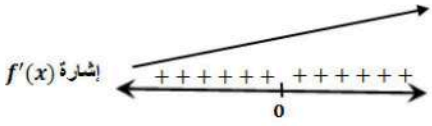
وقيمة صغرى مطلقة هي $f(\pi) = -3$

13

$f(x) = x^5 + x^3$

$f'(x) = 5x^4 + 3x^2$

$f'(x) = 0 \ \rightarrow x^2(5x^2 + 3) = 0 \ \rightarrow x = 0$



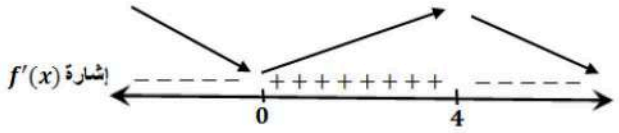
الاقتران f متزايد على R وليس له قيم قصوى محلية ولا مطلقة.

14

$f(x) = x^4 e^{-x}$

$f'(x) = -x^4 e^{-x} + 4x^3 e^{-x} = e^{-x} x^3 (4 - x)$

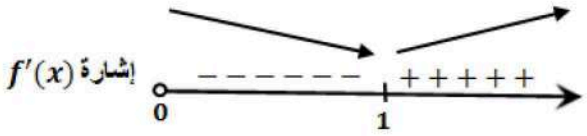
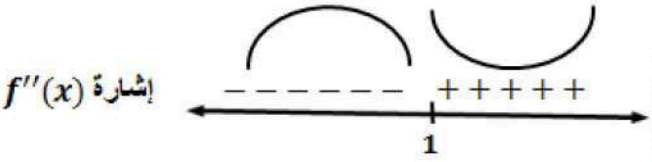
$f'(x) = 0 \ \rightarrow x = 0 \, , x = 4$



الاقتران f متزايد على $(0, 4)$ ومتناقص على $(-\infty, 0)$ و $(4, \infty)$

وله قيمة عظمى محلية هي $f(4) = \frac{256}{e^4}$ ، وقيمة صغرى محلية ومطلقة هي $f(0) = 0$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

15	$f(x)=\frac{1}{3}x^3-\ln x\ ,\quad x>0$ $f'(x)=x^2-\frac{1}{x}$ $f'(x)=0\ \rightarrow x^2=\frac{1}{x}\rightarrow x^3=1\ \rightarrow x=1$  الاقتران f متزايد على $(1,\infty)$ ومتناقص على $(0,1)$ وله قيمة صغرى محلية ومطلقة هي $f(1)=\frac{1}{3}$
16	$f(x)=x^3-3x^2-9x+4$ $f'(x)=3x^2-6x-9$ $f''(x)=6x-6$ $f''(x)=0\ \rightarrow x=1$  الاقتران مقعر للأعلى في $(1,\infty)$ ومقعر للأسفل في $(-\infty,1)$ وله نقطة انعطاف هي: $(1,-7)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

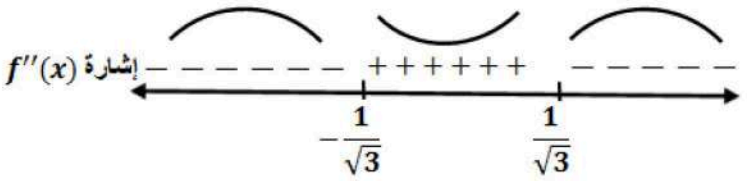
17

$$f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$$

$$f'(x)=\frac{(x^2+1)(2x)-(x^2)(2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f''(x)=\frac{2-6x^2}{(x^2+1)^3}$$

$$f''(x)=0 \rightarrow x^2=\frac{1}{3} \rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$



الاقتران مقعر للأعلى في $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ومقعر للأسفل في $\left(-\infty,-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ و$\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\infty\right)$

وله نقطتا انعطاف هما: $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{4}\right)$

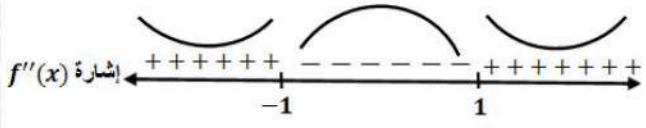
18

$$f(x)=(3-x^2)^2$$

$$f'(x)=2(3-x^2)(-2x)=4x^3-12x$$

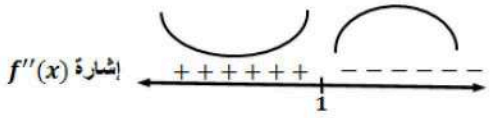
$$f''(x)=12x^2-12$$

$$f''(x)=0 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm1$$



الاقتران مقعر للأسفل في $(-1,1)$ ومقعر للأعلى في $(-\infty,-1)$ و$(1,\infty)$

وله نقطتا انعطاف هما: $(1,4)(-1,4)$

19	نلاحظ من الشكل أن إشارة الاقتران f'' كالآتي:  إذن منحنى f مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty, 1)$ ومقعر للأسفل في الفترة $(1, \infty)$
20	للاقتران f نقطة انعطاف عند $x = 1$
21	سعر المنتج الواحد هو: $p(x) = 5 - 0.002x$ إذن اقتران الإيراد: $R(x) = xp(x) = 5x - 0.002x^2$
22	$P(x) = R(x) - C(x) = 5x - 0.002x^2 - 3 - 1.1x$ $= 3.9x - 0.002x^2 - 3$
23	$P'(x) = 3.9 - 0.004x$ $P'(x) = 0 \rightarrow x = \frac{3.9}{0.004} = \frac{3900}{4} = 975$ $P''(x) = -0.004 \rightarrow P''(975) = -0.004 < 0$ إذن أكبر ربح ممكن يتحقق عند إنتاج وبيع 975 قطعة أكبر ربح ممكن يساوي: $P(975) = 3.9(975) - 0.002(975)^2 - 3 = 1898.25\ JD$
24	$p(975) = 5 - 0.002(975) = 5 - 1.950 = 3.05\ JD$
25	$(b, f(b))$ نقطة قيمة صغرى محلية $(c, f(c))$ نقطة قيمة عظمى محلية $(r, f(r))$ نقطة قيمة صغرى محلية ومطلقة $(s, f(s))$ نقطة قيمة عظمى مطلقة

26

ليكن y طول الضلع الثالث لهذا الحقل

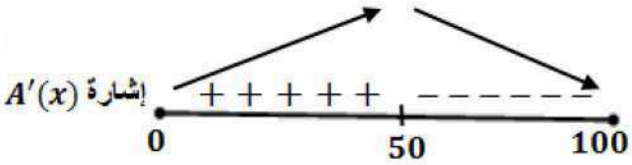
$$400 = x + 3x + y \rightarrow 4x + y = 400$$

$$A = \frac{1}{2}(x + 3x)(y) = \frac{1}{2}(4x)(400 - 4x)$$

$$A(x) = 800x - 8x^2 \quad , 0 \le x \le 100$$

$$A'(x) = 800 - 16x$$

$$A'(x) = 0 \rightarrow x = \frac{800}{16} = 50$$



إذن أكبر مساحة ممكنة هي: $A(50)$

$$A(50) = 800(50) - 8(50)^2 = 20000 \text{ m}^2$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

المعدلات المعطاة: سرعة البالون $\frac{dy}{dt} = 1 ft/s$، وسرعة الدراجة $\frac{dx}{dt} = 17\ ft/s$

المطلوب: $\left.\frac{ds}{dt}\right|_{t=3}$

بعد t ثانية من مرور الدراجة يكون ارتفاع البالون فوق سطح الأرض هو: $y = 65 + t$

وتكون الدراجة قطعت مسافة أفقية هي: $x = 17t$

وتكون المسافة بين الدراجة والبالون هي s

ومن نظرية فيثاغورس نجد أن:

27

$$s^2 = x^2 + y^2$$

$$s^2 = (17t)^2 + (65 + t)^2$$

$$s = \sqrt{(17t)^2 + (65 + t)^2}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2(17t)(17) + 2(65 + t)(1)}{2\sqrt{(17t)^2 + (65 + t)^2}} = \frac{289t + 65 + t}{\sqrt{(17t)^2 + (65 + t)^2}}$$

$$= \frac{290t + 65}{\sqrt{(17t)^2 + (65 + t)^2}}$$

$$\left.\frac{ds}{dt}\right|_{t=3} = \frac{290(3) + 65}{\sqrt{(17 \times 3)^2 + (65 + 3)^2}} = \frac{935}{85} = 11\ ft/s$$

إذن تتزايد المسافة بين البالون والدراجة بمعدل 11 قدمًا في الثانية وذلك بعد مرور 3 ثوانٍ من لحظة مرور الدراجة تحت البالون.

منهاجي
متعة التعليم الهادف