



الدرس الثالث: قاعدة السلسلة

مسألة اليوم صفحة 41

$$P(t) = \frac{100}{1 + e^{3-t}}$$
$$P'(t) = \frac{100e^{3-t}}{(1 + e^{3-t})^2}$$
$$P'(3) = \frac{100}{4} = 25$$

أي أن الانفلونزا تنتشر في المدرسة بعد 3 أيام بمعدل 25 طالباً/يوم

أتحقق من فهمي صفحة 43

a

$$f(x) = \tan 3x^2$$
$$f'(x) = 6x \sec^2(3x^2)$$

b

$$f(x) = e^{\ln x} = x$$
$$f'(x) = 1$$

c

$$f(x) = \ln \cot x$$
$$f'(x) = \frac{-\csc^2 x}{\cot x}$$

أتحقق من فهمي صفحة 44

a

$$f(x) = \sqrt[5]{(x^2 - 1)^2} = (x^2 - 1)^{\frac{2}{5}}$$
$$f'(x) = \frac{2}{5} (x^2 - 1)^{-\frac{3}{5}} (2x) = \frac{4x}{5\sqrt[5]{(x^2 - 1)^3}}$$

b

$$f(x) = \sqrt{\cos x}$$
$$f'(x) = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$$





<b>c</b>	$f(x) = (\ln x)^5$ $f'(x) = 5(\ln x)^4 \left(\frac{1}{x}\right)$ $= \frac{5(\ln x)^4}{x}$
<b>أتحقق من فهمي صفحة 46</b>	
<b>a</b>	$f(x) = \cos^2(7x^3 + 6x - 1) = (\cos(7x^3 + 6x - 1))^2$ $f'(x) = 2(\cos(7x^3 + 6x - 1))^1(-\sin(7x^3 + 6x - 1)(21x^2 + 6))$ $= -2(21x^2 + 6) \sin(7x^3 + 6x - 1) \cos(7x^3 + 6x - 1)$ $= -(21x^2 + 6) \sin 2(7x^3 + 6x - 1)$
<b>b</b>	$f(x) = (2 + (x^2 + 1)^4)^3$ $f'(x) = 3(2 + (x^2 + 1)^4)^2 (4(x^2 + 1)^3(2x))$ $= 24x(x^2 + 1)^3(2 + (x^2 + 1)^4)^2$
<b>أتحقق من فهمي صفحة 47</b>	
<b>a</b>	$f(x) = (2x + 1)^5(x^3 - x + 1)^4$ $f'(x) = (2x + 1)^5(4)(x^3 - x + 1)^3(3x^2 - 1)$ $+ (x^3 - x + 1)^4(5)(2x + 1)^4(2)$ $f'(1) = (3)^5(4)(1)^3(2) + (1)^4(5)(3)^4(2) = 2754$
<b>b</b>	$f(x) = \frac{(\cos x)^2}{e^{2x}}$ $f'(x) = \frac{e^{2x} \times 2(\cos x)^1(-\sin x) - (\cos x)^2 \times 2e^{2x}}{e^{4x}}$ $= \frac{-\sin 2x - 2(\cos x)^2}{e^{2x}}$ $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-\sin \pi - 2\left(\cos \frac{\pi}{2}\right)^2}{e^\pi} = 0$ <p>ميل المماس يساوي صفراً أي أن المماس أفقي، ومنه يكون العمودي على المماس رأسياً وميله غير معرف.</p>
<b>أتحقق من فهمي صفحة 48</b>	



a	$U(x) = 80 \sqrt{\frac{2x+1}{3x+4}}$ $U'(x) = 80 \times \frac{(3x+4)(2) - (2x+1)(3)}{(3x+4)^2}$ $= \frac{200}{(3x+4)^2} \sqrt{\frac{2x+1}{3x+4}}$
b	$U'(20) = \frac{200}{(64)^2} \sqrt{\frac{64}{41}} \approx 0.061$ <p>وهذا يعني أنه عند بيع 20 قطعة فإن قيمة بدل الخدمة تتزايد بمقدار 0.061 دينار/قطعة تقريبًا</p>
<b>أتحقق من فهمي صفحة 50</b>	
a	$f(x) = \pi^{\pi x}$ $f'(x) = (\pi \ln \pi) \pi^{\pi x} = \pi^{\pi x + 1} \ln \pi$
b	$f(x) = 6^{1-x^3}$ $f'(x) = (-3x^2 \ln 6) 6^{1-x^3}$
c	$f(x) = e^{4x} + 4^{2x}$ $f'(x) = 4e^{4x} + (2 \ln 4) 4^{2x}$
<b>أتحقق من فهمي صفحة 51</b>	
a	$f(x) = \log \sec x$ $f'(x) = \frac{\sec x \tan x}{\ln 10 \sec x} = \frac{\tan x}{\ln 10}$
b	$f(x) = \log_8(x^2 + 3x)$ $f'(x) = \frac{2x+3}{(x^2+3x) \ln 8}$
<b>أتحقق من فهمي صفحة 54</b>	





	$\frac{dy}{dt} = \sec^2 t, \quad \frac{dx}{dt} = \sec t \tan t$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sec^2 t}{\sec t \tan t} = \frac{\sec t}{\tan t}$ $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=\frac{\pi}{4}} = \frac{\sec \frac{\pi}{4}}{\tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$ $x = \sec \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}, \quad y = \tan \frac{\pi}{4} = 1$ $y - 1 = \sqrt{2}(x - \sqrt{2}) \rightarrow y = \sqrt{2}x - 1$ <p>معادلة المماس هي:</p>
	<b>أُتدرب وأحل المسائل صفحة 55</b>
1	$f(x) = e^{4x+2}$ $f'(x) = 4e^{4x+2}$
2	$f(x) = 50e^{2x-10}$ $f'(x) = 100e^{2x-10}$
3	$f(x) = \cos(x^2 - 3x - 4)$ $f'(x) = -(2x - 3) \sin(x^2 - 3x - 4)$ $= (3 - 2x) \sin(x^2 - 3x - 4)$
4	$f(x) = 10x^2 e^{-x^2}$ $f'(x) = (10x^2)(-2xe^{-x^2}) + (e^{-x^2})(20x) = 20xe^{-x^2}(1 - x^2)$
5	$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x}} = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$ $f'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}}{2\sqrt{1 + \frac{1}{x}}} = -\frac{1}{2x^2\sqrt{1 + \frac{1}{x}}}$
6	$f(x) = x^2 \tan \frac{1}{x}$ $f'(x) = (x^2) \left( -\frac{1}{x^2} \sec^2 \frac{1}{x} \right) + \left( \tan \frac{1}{x} \right) (2x)$ $= -\sec^2 \frac{1}{x} + 2x \tan \frac{1}{x}$



7	$f(x) = 3x - 5 \cos(\pi x)^2$ $f'(x) = 3 + 5(2)(\pi x)(\pi) \sin(\pi x)^2 = 3 + 10\pi^2 x \sin(\pi x)^2$
8	$f(x) = \ln\left(\frac{1+e^x}{1-e^x}\right) = \ln(1+e^x) - \ln(1-e^x)$ $f'(x) = \frac{e^x}{1+e^x} + \frac{e^x}{1-e^x} = \frac{2e^x}{1-e^{2x}}$
9	$f(x) = (\ln x)^4$ $f'(x) = \frac{4}{x} (\ln x)^3$
10	$f(x) = \sin \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{\sin x}$ $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \cos \sqrt[3]{x} + \frac{\cos x}{3\sqrt[3]{\sin^2 x}}$
11	$f(x) = \sqrt[5]{x^2 + 8x} = (x^2 + 8x)^{\frac{1}{5}}$ $f'(x) = \frac{2x + 8}{5\sqrt[5]{(x^2 + 8x)^4}}$
12	$f(x) = \frac{3^{2x}}{x}$ $f'(x) = \frac{(x)(2 \ln 3)3^{2x} - 3^{2x}}{x^2} = \frac{(-1 + 2x \ln 3)3^{2x}}{x^2}$
13	$f(x) = 2^{-x} \cos \pi x$ $f'(x) = (2^{-x})(-\pi \sin \pi x) + (\cos \pi x)(-\ln 2)2^{-x}$ $= -\pi 2^{-x} \sin \pi x - 2^{-x} (\cos \pi x) \ln 2$
14	$f(x) = \frac{10 \log_4 x}{x}$ $f'(x) = \frac{\frac{10x}{x \ln 4} - 10 \log_4 x}{x^2} = \frac{\frac{10}{\ln 4} - 10 \log_4 x}{x^2}$
15	$f(x) = \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)^2$ $f'(x) = 2 \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x}\right)^1 \times \frac{(1 + \cos x)(\cos x) - (\sin x)(-\sin x)}{(1 + \cos x)^2}$ $= 2 \times \frac{\sin x}{1 + \cos x} \times \frac{1}{1 + \cos x}$ $= \frac{2 \sin x}{(1 + \cos x)^2}$



16	$f(x) = \log_3(1 + x \ln x)$ $f'(x) = \frac{(x) \left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(1)}{(\ln 3)(1 + x \ln x)} = \frac{1 + \ln x}{(\ln 3)(1 + x \ln x)}$
17	$f(x) = e^{\sin 2x} + \sin(e^{2x})$ $f'(x) = 2e^{\sin 2x} \cos 2x + 2e^{2x} \cos(e^{2x})$
18	$f(x) = \tan^4(\sec(\cos x)) = (\tan(\sec(\cos x)))^4$ $f'(x) = 4(\tan(\sec(\cos x)))^3 \sec^2(\sec(\cos x)) \times \sec(\cos x) \tan(\cos x) \times (-\sin x)$ $= -4 \tan^3(\sec(\cos x)) \sec^2(\sec(\cos x)) \sec(\cos x) \tan(\cos x) \sin x$
19	$f(x) = 4e^{-0.5x^2}$ $f(-2) = 4e^{-0.5(-2)^2} = \frac{4}{e^2}$ $f'(x) = -4xe^{-0.5x^2}$ $m = f'(-2) = -4(-2)e^{-0.5(-2)^2} = \frac{8}{e^2}$ <p>ميل المماس هو:</p> $y - \frac{4}{e^2} = \frac{8}{e^2}(x + 2) \rightarrow y = \frac{8}{e^2}x + \frac{20}{e^2}$ <p>معادلة المماس هي:</p>
20	$f(x) = x + \cos 2x$ $f(0) = 0 + \cos(0) = 1$ $f'(x) = 1 - 2 \sin 2x$ $m = f'(0) = 1 - 2 \sin 2(0) = 1$ <p>ميل المماس هو:</p> $y - 1 = 1(x - 0) \rightarrow y = x + 1$ <p>معادلة المماس هي:</p>
21	$f(x) = 2^x$ $f(0) = 2^0 = 1$ $f'(x) = (\ln 2)2^x$ $m = f'(0) = (\ln 2)2^0 = \ln 2$ <p>ميل المماس هو:</p> $y - 1 = (\ln 2)(x - 0) \rightarrow y = (\ln 2)x + 1$ <p>معادلة المماس هي:</p>





22	$f(x) = \sqrt{x+1} \sin \frac{\pi x}{2}$ $f(3) = 2 \sin \frac{3\pi}{2} = -2$ $f'(x) = (\sqrt{x+1}) \left( \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi x}{2} \right) + \left( \sin \frac{\pi x}{2} \right) \left( \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \right)$ $m = f'(3) = (2)(0) + (-1) \left( \frac{1}{4} \right) = -\frac{1}{4}$ $y + 2 = -\frac{1}{4}(x - 3) \rightarrow y = -\frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$ <p>ميل المماس هو: معادلة المماس هي:</p>
23	$A'(x) = f'(g(x)) \times g'(x)$ $A'(5) = f'(g(5)) \times g'(5)$ $= f'(-2) \times 6$ $= 4 \times 6 = 24$
24	$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ $f'(x) = \frac{(\sqrt{x^2+1})(1) - (x) \left( \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \right)}{x^2+1}$ $= \frac{\left( \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}} \right)}{x^2+1}$ $= \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$ $= \frac{1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$
25	$A(t) = Ne^{0.1t}$ $A'(t) = 0.1Ne^{0.1t}$ $A'(3) = 0.1Ne^{0.3}$
26	$A'(k) = 0.1Ne^{0.1k}$ $0.2 = 0.1Ne^{0.1k}$ $e^{0.1k} = \frac{0.2}{0.1N} = \frac{2}{N}$ $0.1k = \ln \frac{2}{N} \rightarrow k = 10 \ln \frac{2}{N}$



27	$f(x) = \sin \pi x$ $f'(x) = \pi \cos \pi x$ $f''(x) = -\pi^2 \sin \pi x$ $f'''(x) = -\pi^3 \cos \pi x$
28	$f(x) = \cos(2x + 1)$ $f'(x) = -2 \sin(2x + 1)$ $f''(x) = -4 \cos(2x + 1)$ $f'''(x) = 8 \sin(2x + 1)$ $f^{(4)}(x) = 16 \cos(2x + 1)$ $f^{(5)}(x) = -32 \sin(2x + 1)$
29	$f(x) = \cos x^2$ $f'(x) = -2x \sin x^2$ $f''(x) = (-2x)(2x \cos x^2) + (\sin x^2)(-2)$ $= -4x^2 \cos x^2 - 2 \sin x^2$
30	$y = e^{\sin x}$ $\frac{dy}{dx} = e^{\sin x} \cos x$ $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{x=0} = e^{\sin 0} \cos 0 = 1$ ميل المماس هو :
31	$A(t) = 20 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{140}}$ $A'(t) = \frac{20}{140} \left(\ln \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{140}}$ $A'(2) = \frac{20}{140} \left(\ln \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{140}} \approx -0.098$ إن يتحلل البلوتونيوم بمعدل 0.098g كل يوم عندما $t = 2$
32	$s(t) = 0.1 \sin 2.4t$ $v(t) = 2.4 \times 0.1 \cos 2.4t = 0.24 \cos 2.4t$ $v(1) = 0.24 \cos 2.4 \approx -0.177 \text{ cm/s}$







33	$v(t) = 0 \rightarrow 0.24 \cos 2.4t = 0$ $\rightarrow \cos 2.4t = 0$ $ \sin 2.4t  = 1$ $\sin 2.4t = 1, \text{ or } -1$ $s(t) = 0.1 \sin 2.4t$ <p>وهذا يعني أن: أي أن: لكن موقع الكرة هو: وبتعويض قيمة <math>\sin 2.4t</math> نجد أن الموقع هو: <math>s = 0.1(1) = 0.1</math> or, <math>s = 0.1(-1) = -0.1</math> إذن، عندما تكون سرعة الكرة صفرًا يكون موقعها عند <math>0.1\text{cm}</math> أو <math>-0.1\text{cm}</math></p>
34	$a(t) = -0.24 \times 2.4 \sin 2.4t = -0.576 \sin 2.4t$ $a(t) = 0 \rightarrow \sin 2.4t = 0$ $s(t) = 0.1 \sin 2.4t$ <p>لكن موقع الكرة هو: وبتعويض قيمة <math>\sin 2.4t</math> نجد أن الموقع هو: <math>s = 0.1(0) = 0</math> إذن، عندما يكون تسارع الكرة صفرًا يكون موقعها عند <math>s = 0</math>، أي عند مرورها بموقع الاتزان.</p>
35	$\frac{dy}{dt} = 2t, \quad \frac{dx}{dt} = 1$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t}{1} = 2t$ <p>ميل المماس: <math display="block">m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=1} = 2 \times 1 = 2</math><p>نقطة التماس: <math display="block">x = 1 + 2 = 3, \quad y = (1)^2 - 1 = 0</math><p>معادلة المماس: <math display="block">y - 0 = 2(x - 3) \rightarrow y = 2x - 6</math></p></p></p>





36	$\frac{dy}{dt} = 2t, \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2t}{\frac{1}{2}} = 4t$ $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=-1} = 4 \times -1 = -4$ $x = -\frac{1}{2}, \quad y = (-1)^2 - 4 = -3$ $y + 3 = -4 \left( x + \frac{1}{2} \right) \rightarrow y = -4x - 5$	ميل المماس: نقطة التماس: معادلة المماس:
37	$\frac{dy}{dt} = \sin t, \quad \frac{dx}{dt} = 1 - \cos t$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$ $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=\frac{\pi}{3}} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{1 - \cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ $x = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad y = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $y - \frac{1}{2} = \sqrt{3} \left( x - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \rightarrow y = \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}\pi}{3} + 2$	ميل المماس: نقطة التماس: معادلة المماس:





38	$\frac{dy}{dt} = \sec^2 t , \quad \frac{dx}{dt} = 2 \times \sec t \times \sec t \tan t = 2 \sec^2 t \tan t$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\sec^2 t}{2 \sec^2 t \tan t} = \frac{1}{2} \cot t$ $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=-\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \cot \left( -\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{2}$ <p>ميل المماس:</p> $x = \sec^2 \left( -\frac{\pi}{4} \right) - 1 = 1 , \quad y = \tan \left( -\frac{\pi}{4} \right) = -1$ <p>معادلة المماس:</p> $y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
39	$\frac{dy}{dt} = 2 \sin t , \quad \frac{dx}{dt} = 2(1 - \cos t)$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2 \sin t}{2(1 - \cos t)} = \frac{\sin t}{1 - \cos t}$ $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=\frac{\pi}{4}} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{1 - \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1}$ $= \sqrt{2} + 1$ <p>ميل العمودي على المماس:</p> $m = \frac{-1}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = 1 - \sqrt{2}$
40	$h'(1) = f'(g(1)) \times g'(1) = f'(4) \times g'(1)$ <p><math>g'(1)</math> ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (3, 2) و(0, 5) ويساوي -1</p> <p><math>f'(4)</math> ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (5, 3) و(2, 4) ويساوي <math>\frac{1}{3}</math></p> $h'(1) = -\frac{1}{3} \times -1 = \frac{1}{3}$



41	$p'(1) = g'(f(1)) \times f'(1) = g'(2) \times f'(1)$ <p><math>g'(2)</math> ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين <math>(3, 2)</math> و <math>(0, 5)</math> ويساوي <math>-1</math>  <math>f'(1)</math> ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين <math>(0, 0)</math> و <math>(2, 4)</math> ويساوي <math>2</math></p> $p'(1) = -1 \times 2 = -2$
42	$y = \ln(ax + b)$ $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{ax + b}$ <p>ليكن إحداثيا P هما <math>(x_1, y_1)</math>، فيكون ميل المماس عند P هو:</p> $\left. \frac{dy}{dx} \right _{x=x_1} = \frac{a}{ax_1 + b} \rightarrow \frac{a}{ax_1 + b} = 1$ $\rightarrow a = ax_1 + b$ $\rightarrow x_1 = \frac{a - b}{a} = 1 - \frac{b}{a}$ <p>المقدار <math>1 - \frac{b}{a}</math> أقل من 1 لأن <math>\frac{b}{a}</math> مقدار موجب كون <math>a, b</math> موجبين</p>
43	$P(x_1, y_1) = (0, 2)$ $x_1 = 1 - \frac{b}{a} = 0 \rightarrow b = a$ $y_1 = \ln(ax_1 + b) \rightarrow 2 = \ln(b) \rightarrow b = e^2 \rightarrow a = e^2$ <p>بتعويض قيمتي <math>a</math>، و <math>b</math> في قاعدة الاقتران ينتج أن:</p> $y = \ln(e^2x + e^2)$ $= \ln e^2(x + 1)$ $= \ln e^2 + \ln(x + 1)$ $= 2 + \ln(x + 1)$ <p>ميل المماس هو: <math>\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+1}</math> وهذا يساوي <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>إذن، <math>\frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}</math></p> <p>أي أن: <math>x + 1 = 2</math></p> <p>إذن، <math>x = 1</math>، و <math>y = 2 + \ln 2</math></p> <p>النقطة التي يكون ميل المماس عندها <math>\frac{1}{2}</math> هي <math>(1, 2 + \ln 2)</math></p>





44	$\frac{dy}{dt} = 2, \quad \frac{dx}{dt} = 2t$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2}{2t} = \frac{1}{t}$
45	<p>ميل المماس:</p> $m = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{t}$ <p>ميل العمودي على المماس:</p> $m = \frac{-1}{\frac{1}{t}} = -t$ <p>معادلة العمودي على المماس:</p> $y - 2t = -t(x - t^2) \rightarrow y = -tx + t^3 + 2t$ <p>إيجاد المقطع <math>x</math> للعمودي على المماس نضع <math>y=0</math></p> $0 = -tx + t^3 + 2t \rightarrow x = \frac{t^3 + 2t}{t} = t^2 + 2$ <p>إيجاد المقطع <math>y</math> للعمودي على المماس نضع <math>x=0</math>:</p> $y = -t(0) + t^3 + 2t = t^3 + 2t$ <p>مساحة المثلث:</p>
46	$A = \frac{1}{2}  t^2 + 2   t^3 + 2t $ $= \frac{1}{2}  t^2 + 2   t(t^2 + 2) $ $= \frac{1}{2}  t(t^2 + 2)^2 $ $= \frac{1}{2}  t (t^2 + 2)^2$
47	$y = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}}{2\sqrt{\sin \sqrt{x}}} = \frac{\cos \sqrt{x}}{4\sqrt{x}\sqrt{\sin \sqrt{x}}} = \frac{\cos \sqrt{x}}{4\sqrt{x \sin \sqrt{x}}}$





48	$y = e^x \sin^2 x \cos x = (e^x \sin^2 x)(\cos x)$ $\frac{dy}{dx} = (e^x \sin^2 x)(-\sin x) + (\cos x) \left( (e^x)(2 \sin x \cos x) + (\sin^2 x)(e^x) \right)$ $= -e^x \sin^3 x + 2e^x \cos^2 x \sin x + e^x \cos x \sin^2 x$
49	$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} = \frac{3 \cos 3t}{2 \cos 2t}$ $\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow \frac{3 \cos 3t}{2 \cos 2t} = 0$ $\rightarrow \cos 3t = 0 \rightarrow 3t = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{6}$ $x_A = \sin 2 \left( \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $y_A = \sin 3 \left( \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ <p>إن، إحداثيا <math>A</math> هما <math>\left( \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 \right)</math>.</p>
50	<p>عند النقطة <math>B</math> يكون المماس موازيا لمحور <math>y</math>، أي إن ميله غير معرف، ومنه يكون:</p> $\cos 2t = 0 \rightarrow 2t = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{\pi}{4}$ $x_B = \sin 2 \left( \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ $y_B = \sin 3 \left( \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ <p>إن، إحداثيا <math>B</math> هما <math>\left( 1, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)</math>.</p>





51	<p>عند نقطة الأصل <math>x = y = 0</math></p> <p>أي أن: <math>\sin 2t = \sin 3t = 0</math></p> <p>تتحقق هاتان المعادلتان معاً عندما <math>t = 0</math>، وعندها يكون ميل المماس:</p> $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=0} = \frac{3 \cos 3(0)}{2 \cos 2(0)} = \frac{3 \cos 0}{2 \cos 0} = \frac{3}{2}$ <p>كما تتحققان أيضاً عندما <math>t = \pi</math>، وعندها يكون ميل المماس:</p> $m = \left. \frac{dy}{dx} \right _{t=\pi} = \frac{3 \cos 3\pi}{2 \cos 2\pi} = \frac{3 \cos \pi}{2 \cos 0} = \frac{-3}{2}$
52	$s(t) = \ln(t^2 - 2t + 1.9)$ $v(t) = \frac{2t - 2}{t^2 - 2t + 1.9}$ $a(t) = \frac{(t^2 - 2t + 1.9)(2) - (2t - 2)(2t - 2)}{(t^2 - 2t + 1.9)^2}$ $= \frac{-2t^2 + 4t - 0.2}{(t^2 - 2t + 1.9)^2}$
53	$v(t) = 0 \rightarrow 2t - 2 = 0 \rightarrow t = 1$ $s(1) = \ln(1 - 2 + 1.9) = \ln 0.9 \text{ m}$ $a(1) = \frac{-2 + 4 - 0.2}{(1 - 2 + 1.9)^2} = \frac{1.8}{(0.9)^2} \approx 2.2 \text{ m/s}^2$
54	<p>الموقع الابتدائي هو:</p> $s(0) = \ln(1.9)$ $s(t) = \ln(1.9) \rightarrow \ln(t^2 - 2t + 1.9) = \ln(1.9)$ $\rightarrow t^2 - 2t + 1.9 = 1.9$ $\rightarrow t^2 - 2t = 0$ $\rightarrow t(t - 2) = 0$ $\rightarrow t = 0 \text{ or } t = 2$ <p>يعود الجسم إلى موقعه الابتدائي بعد ثانيتين من بدء حركته.</p>