الرياضيات

الصف الثاني عشر- الفرع العلمي

الفصل الدراسي الأول

12

إجابات كتاب الطالب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

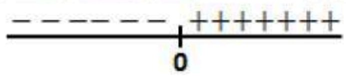
06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

إجابات كتاب الطالب– مادة الرياضيات– الصف الثاني عشر العلمي ف1

الوحدة الأولى: التفاضل

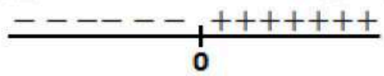
الدرس الأول: الاشتقاق

	مسألة اليوم صفحة 8
1	$x(t) = 8\sin t \quad \rightarrow x\left(\frac{2}{3}\right) = 8\sin\left(\frac{2}{3}\right) \approx 4.95\ cm$ $v(t) = \frac{dx}{dt} = 8\cos t \quad \rightarrow v\left(\frac{2}{3}\right) = 8\cos\left(\frac{2}{3}\right) \approx 6.29\ cm/s$ $a(t) = \frac{dv}{dt} = -8\sin t \quad \rightarrow a\left(\frac{2}{3}\right) = -8\sin\left(\frac{2}{3}\right) \approx -4.95\ cm/s^2$
2	بما أن إشارة السرعة المتجهة موجبة، فإن الجسم يتحرك لليمين عندما $t = \frac{2}{3}$
	أتحقق من فهمي صفحة 11
a	$f'(2) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\frac{\lvert(2+h)-2\rvert - 0}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\frac{\lvert h\rvert}{h}$  $f'_{+}(2) = \lim\limits_{h\to 0^+}\frac{h}{h} = 1$ $f'_{-}(2) = \lim\limits_{h\to 0^-}\frac{-h}{h} = -1$ بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين، فإن $f'(2)$ غير موجودة أي إن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 2$

b	$f'(-1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{((-1+h)+1)^{\frac{1}{5}} - 0}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{h^{\frac{1}{5}}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{h^{\frac{4}{5}}} = \infty$ بما أن النهاية تؤول إلى ما لانهاية، فإن $f'(-1)$ غير موجودة أي إن f غير قابل للاشتقاق عند $x = -1$
	أتحقق من فهمي صفحة 12
	الاقتران f غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_2, x = x_4, x = x_5$ لأن لمنحناه رأس حاد أو زاوية عند هذه النقاط، وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_7, x = x_8$ لأنه غير متصل عندهما
	أتحقق من فهمي صفحة 14
a	$f(x) = 5e^x + 3$ $f'(x) = 5e^x$
b	$f(x) = \sqrt{x} - 4e^x = x^{\frac{1}{2}} - 4e^x$ $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 4e^x = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 4e^x$
c	$f(x) = 8e^x + \frac{4}{\sqrt[5]{x}} = 8e^x + 4x^{-\frac{1}{5}}$ $f'(x) = 8e^x - \frac{4}{5}x^{-\frac{6}{5}} = 8e^x - \frac{4}{5\sqrt[5]{x^6}}$
	أتحقق من فهمي صفحة 16
a	$f(x) = \sqrt{x} + \ln(4x) = x^{\frac{1}{2}} + \ln 4 + \ln x$ $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$

b	$f(x) = \ln(2x^3) = \ln 2 + 3\ln x$ $f'(x) = \frac{3}{x}$
أتحقق من فهمي صفحة 18	
a	$y = \frac{\sin x}{2} + 3\cos x = \frac{1}{2}\sin x + 3\cos x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\cos x - 3\sin x$
b	$f(x) = x^2 + \cos x + \sin\frac{\pi}{2}$ $f'(x) = 2x - \sin x$
أتحقق من فهمي صفحة 19	
a	$f(x) = \ln\sqrt{x} = \frac{1}{2}\ln x \quad \rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{2x}$ ميل المماس عند النقطة $\left(e, \frac{1}{2}\right)$ هو : $f'(e) = \frac{1}{2e}$ معادلة المماس عند النقطة $\left(e, \frac{1}{2}\right)$ هي: $y - \frac{1}{2} = \frac{1}{2e}(x - e)$ $y = \frac{1}{2e}x$
b	بما أن ميل المماس عند النقطة $\left(e, \frac{1}{2}\right)$ هو $\frac{1}{2e}$ إذن ميل العمودي على المماس عندها هو $-2e$ معادلة العمودي على المماس عند النقطة $\left(e, \frac{1}{2}\right)$ هي: $y - \frac{1}{2} = -2e(x - e)$ $y = -2ex + 2e^2 + \frac{1}{2}$
أتحقق من فهمي صفحة 22	

a	$s(t) = t^2 - 7t + 8$ $v(t) = 2t - 7 \quad \rightarrow v(4) = 1\ m/s$ $a(t) = 2 \quad \rightarrow a(4) = 2\ m/s^2$
b	$v(t) = 2t - 7 = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{7}{2}\ s$
c	$v(2) = -3\ m/s$ بما أن إشارة السرعة المتجهة سالبة، فإن الجسم يتحرك لليسار عندما $t = 2$
d	الموقع الابتدائي للجسم: $s(0) = 8\ m$ $s(t) = 8 \quad \rightarrow t^2 - 7t + 8 = 8 \quad \rightarrow t^2 - 7t = 0$ $t(t-7) = 0 \quad \rightarrow t = 0 \text{ or } t = 7$ إذن يعود الجسم إلى موقعه الابتدائي عندما $t = 7\ s$
أتحقق من فهمي صفحة 24	
a	$s(t) = 7\sin t$ $v(t) = 7\cos t$ $a(t) = -7\sin t$
b	بالنظر لاقتران الموقع $s(t)$ فإن قيم s تنحصر بين $\pm 7\ m$ وهذا يعني أن الجسم يتحرك بمرور الزمن صعودًا وهبوطًا بين الموقعين $s = -7\ m, s = 7\ m$ ، ويمر بنقطة الاتزان $s = 0$ عند قيم t التي تحقق $s(t) = 0$ وهي $t = n\pi\ s$ حيث n أي عدد صحيح غير سالب. تتغير سرعة الجسم بمرور الزمن وتتراوح بين القيمتين $\pm 7\ m/s$ ويكون مقدار سرعة الجسم أكبر ما يمكن $\|7\cos t\| = 7$ عندما $\cos t = \pm 1$ وذلك عندما $t = n\pi$ (نفسها لحظات مرور الجسم بنقطة الاتزان)، بينما تكون سرعة الجسم صفرًا (يسكن لحظيًا) عندما يكون الجسم في أقصى بعد له عن نقطة الاتزان $\|s(t)\| = 7 \rightarrow v(t) = 0$ (اللحظات $t = \frac{n\pi}{2}$ حيث n عدد فردي موجب) نلاحظ أن قيمة تسارع الجسم عند كل لحظة هي معكوس قيمة موقعه وأن التسارع ينعدم لحظة مرور الجسم بنقطة الاتزان، وهي اللحظة التي تكون محصلة القوى المؤثرة على الجسم فيها صفرًا.
أتدرب وأحل المسائل صفحة 24	

1	$f'(5) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(5+h)-f(5)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\lvert(5+h)-5\rvert-0}{h}$  $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\lvert h\rvert}{h}$ $f'_{+}(5) = \lim\limits_{h\to 0^{+}}\dfrac{h}{h} = 1$ $f'_{-}(5) = \lim\limits_{h\to 0^{-}}\dfrac{-h}{h} = -1$ بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين، فإن $f'(5)$ غير موجودة أي إن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 5$
2	$f'(0) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(h)^{\frac{2}{5}}-0}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h^{\frac{2}{5}}}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^{\frac{3}{5}}}$ $f'_{+}(0) = \infty$ $f'_{-}(0) = -\infty$ $f'(0)$ غير موجودة إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 0$
3	$f'_{+}(1) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(1+h)^2-2(1+h)-1}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1+2h+h^2-2-2h-1}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h^2-2}{h} = -\infty$ $f'_{+}(1)$ غير موجودة إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 1$

4	$f'(4) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{3}{4+h}-\frac{3}{4}}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{12-12-3h}{4h(4+h)} = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{-3}{4(4+h)} = \dfrac{-3}{16}$ $f'(4)$ موجودة إذن f قابل للاشتقاق عند $x = 4$
5	$f'(6) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(6+h)-f(6)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(6+h-6)^{\frac{2}{3}}-0}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(h)^{\frac{2}{3}}}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{h^{\frac{1}{3}}}$ $f'_{+}(6) = \infty$ $f'_{-}(6) = -\infty$ $f'(6)$ غير موجودة إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 6$
6	$f'(4) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{4+h+1-3}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h+2}{h}$  $f'_{+}(4) = \infty$ $f'_{-}(4) = -\infty$ $f'(4)$ غير موجودة إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 4$

7	الاقتران f غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_3, x = x_4, x = x_6$ لأن لمنحناه رأس حاد أو زاوية عند هذه النقاط، وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_0$ لأنه غير متصل عندها، وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_{12}$ نظرًا لوجود مماس رأسي عند هذه النقطة
8	الاقتران g غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_3$ لأن لمنحناه زاوية عند هذه النقطة، وهو غير قابل للاشتقاق عندما $x = x_1, x = x_2, x = x_4$ لأنه غير متصل عندها
9	$f(x) = \frac{x-8}{x^2-4x-5}$ f اقتران نسبي منحناه متصل وأملس عند جميع نقاطه باستثناء أصفار مقامه، $x^2 - 4x - 5 = 0 \ \rightarrow \ (x-5)(x+1) = 0 \ \rightarrow x = 5 \ or \ \ x = -1$ f غير متصل عند $x = -1$, $x = 5$ إذن غير قابل للاشتقاق عندها.
10	$f(x) = \sqrt[3]{3x-6}$ $f'(x) = \frac{1}{3}(3x-6)^{-\frac{2}{3}}(3) = \frac{1}{(3x-6)^{\frac{2}{3}}}$ $f'(x)$ موجودة عند جميع قيم x الحقيقية عدا أصفار مقامها، إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 2$

11

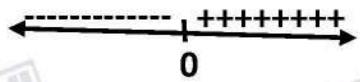
$$f(x) = |x^2 - 9| = \begin{cases} 9 - x^2, -3 < x < 3 \\ x^2 - 9, x \le -3 \text{ or } x \ge 3 \end{cases}$$

نبحث قابلية الاشتقاق عند $x = 3$ و $x = -3$:

$$f'(3) = \lim_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{|(3+h)^2 - 9| - 0}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{|6h + h^2|}{h}$$



$$f'_+(3) = \lim_{h\to 0^+} \frac{6h+h^2}{h} = \lim_{h\to 0^+} (6+h) = 6$$

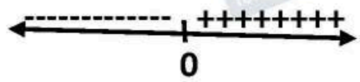
$$f'_-(3) = \lim_{h\to 0^-} \frac{-6h - h^2}{h} = \lim_{h\to 0^-} (-6-h) = -6$$

بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين، فإن $f'(3)$ غير موجودة أي إن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 3$

$$f'(-3) = \lim_{h\to 0} \frac{f(-3+h) - f(-3)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{|(-3+h)^2 - 9| - 0}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{|6h - h^2|}{h}$$



$$f'_+(-3) = \lim_{h\to 0^+} \frac{6h-h^2}{h} = \lim_{h\to 0^+} (6-h) = 6$$

$$f'_-(-3) = \lim_{h\to 0^-} \frac{-6h + h^2}{h} = \lim_{h\to 0^-} (-6+h) = -6$$

بما أن النهايتين من اليمين واليسار غير متساويتين، فإن $f'(-3)$ غير موجودة أي إن f غير قابل للاشتقاق عند $x = -3$

إذن f غير قابل للاشتقاق عند $x = 3, x = -3$

12	$f(x) = x\|x\|$ $f'(0) = \lim\limits_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\frac{h\|h\|-0}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0}\|h\|$ $\|h\| = \begin{cases} -h, h<0 \\ h, h\geq 0\end{cases}$ $f'_+(0) = \lim\limits_{h\to 0} h = 0$ $f'_-(0) = \lim\limits_{h\to 0}(-h) = 0$ بما أن النهايتين من اليمين واليسار متساويتان، إذن $f'(0)$ موجودة
13	$f'(x) = 2\cos x - e^x$
14	$f'(x) = \frac{1}{4x} + \pi \sin x$
15	$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^3}\right) + x^4$ $= \ln 1 - \ln x^3 + x^4$ $= -3\ln x + x^4$ $f'(x) = -\frac{3}{x} + 4x^3$
16	$f(x) = e^{x+1} + 1 = e \times e^x + 1$ $f'(x) = e \times e^x = e^{x+1}$
17	$f'(x) = e^x + ex^{e-1}$
18	$f(x) = \ln\left(\frac{10}{x^n}\right)$ $= \ln 10 - \ln x^n = \ln 10 - n\ln x$ $f'(x) = -n\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{n}{x}$

19	$f'(x) = \cos x + \frac{1}{2}e^x$ ميل المماس عند النقطة $\left(\pi, \frac{1}{2}e^\pi\right)$: $f'(\pi) = \cos\pi + \frac{1}{2}e^\pi = -1 + \frac{1}{2}e^\pi$ معادلة المماس عند النقطة $\left(\pi, \frac{1}{2}e^\pi\right)$: $y - \frac{1}{2}e^\pi = \left(-1 + \frac{1}{2}e^\pi\right)(x - \pi)$ $y = \left(-1 + \frac{1}{2}e^\pi\right)x + \pi - \frac{\pi}{2}e^\pi + \frac{1}{2}e^\pi$
20	بما أن ميل المماس عند النقطة $\left(\pi, \frac{1}{2}e^\pi\right)$ هو $-1 + \frac{1}{2}e^\pi$ ، فإن ميل العمودي على المماس هو $\frac{-1}{-1+\frac{1}{2}e^\pi} = \frac{-2}{-2+e^\pi} = \frac{2}{2-e^\pi}$ معادلة العمودي على المماس هي: $y - \frac{1}{2}e^\pi = \frac{2}{2-e^\pi}(x - \pi) \quad \rightarrow y = \frac{2}{2-e^\pi}x - \frac{2\pi}{2-e^\pi} + \frac{1}{2}e^\pi$
21	$f(x) = e^x - 2x \quad \rightarrow f'(x) = e^x - 2$ $f'(x) = 0 \quad \rightarrow e^x = 2 \quad \rightarrow x = \ln 2 \approx 0.69$
22	$f(x) = \sin x + \cos x \rightarrow \; f'(x) = \cos x - \sin x$ عندما $x = \pi$، فإن: $y = f(\pi) = \sin\pi + \cos\pi = -1$ ميل المماس عند النقطة $(\pi, -1)$ هو: $f'(\pi) = \cos\pi - \sin\pi = -1$ بما أن ميل المماس هو -1 إذن ميل العمودي على المماس هو 1 معادلة العمودي على المماس: $y + 1 = 1(x - \pi) \quad \rightarrow y = x - \pi - 1$ الإجابة الصحيحة هي b
23	$f(x) = \ln kx = \ln k + \ln x$ $f'(x) = 0 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$

:

24	$f'(x) = \frac{1}{x}$ ميل المماس عند النقطة $(e, 1)$ هو: $f'(e) = \frac{1}{e}$ معادلة المماس هي: $y - 1 = \frac{1}{e}(x - e) \quad \rightarrow y = \frac{1}{e}x$ وهو مستقيم يمر بنقطة الأصل لأن النقطة $(0, 0)$ تحقق معادلته.
25	بما أن ميل المماس هو $\frac{1}{e}$ ، فإن ميل العمودي على المماس هو $-e$ معادلة العمودي على المماس: $y - 1 = -e(x - e) \quad \rightarrow y = -ex + e^2 + 1$ لإيجاد المقطع x لهذا المستقيم نضع $y = 0$ في معادلته $0 = -ex + e^2 + 1$ $ex = e^2 + 1 \quad \rightarrow x = \frac{e^2 + 1}{e} = e + \frac{1}{e}$
26	$s(t) = t^3 - 4t^2 + 5t$ $v(t) = 3t^2 - 8t + 5 \quad \rightarrow v(5) = 40\, m/s$ $a(t) = 6t - 8 \quad \rightarrow a(5) = 22\, m/s^2$
27	$v(t) = 3t^2 - 8t + 5 = 0$ $(3t - 5)(t - 1) = 0$ $\rightarrow \quad t = \frac{5}{3}\, s \quad or\ t = 1\, s$
28	$v(4) = 21\, m/s$ بما أن إشارة السرعة المتجهة موجبة، فإن الجسم يتحرك لليمين عندما $t = 4$

29	الموقع الابتدائي للجسم: $s(0) = 0\ m$ $s(t) = 0 \quad \to t^3 - 4t^2 + 5t = 0$ $\to t(t^2 - 4t + 5) = 0$ $\to t = 0$ العبارة التربيعية $t^2 - 4t + 5$ مميزها سالب وبالتالي لا تساوي صفرًا إذن لا يعود الجسم إلى موقعه الابتدائي أبدًا
30	الموقع الابتدائي للجسم: $s(0) = e^0 - 4(0) = 1\ m$
31	$v(t) = e^t - 4$ $v(t) = 0 \quad \to e^t = 4 \quad \to t = \ln 4$ $a(t) = e^t \quad \to a(\ln 4) = e^{\ln 4} = 4\ m/s^2$
32	$s(t) = 4\cos t$ $v(t) = -4\sin t$ $a(t) = -4\cos t$
33	$v\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4\sin\frac{\pi}{4} = -4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}\ m/s$ $a\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4\cos\frac{\pi}{4} = -4 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}\ m/s^2$
34	من خصائص اقتران $s(t) = 4\cos t$ نعرف أن الجسم يتحرك بمرور الزمن صعودًا وهبوطًا بين الموقعين $s = 4\ m, s = -4m$ وأنه يمر بنقطة الاتزان $s = 0$ أثناء هذه الحركة عندما $t = \frac{n\pi}{2}$ حيث n أي عدد فردي موجب تتغير سرعة الجسم بمرور الزمن ونعرف من خصائص الاقتران $v(t) = -4\sin t$ أن قيم السرعة تتراوح بين 4 m/s , -4 m/s ونلاحظ أن الجسم يصل إلى هذه السرعة عند اللحظات التي يمر فيها بنقطة الاتزان نلاحظ أن قيمة تسارع الجسم عند كل لحظة تساوي معكوس قيمة اقتران الموقع عند تلك اللحظة، وأن التسارع ينعدم عند مرور الجسم بنقطة الاتزان حيث تكون محصلة القوى المؤثرة في الجسم صفرًا

35	$y = e^x - ax$ $x = 0 \quad \rightarrow y = e^0 - a(0) = 1$ نقطة تقاطع منحنى الاقتران مع محور y هي: $(0,1)$ $\frac{dy}{dx} = e^x - a$ ميل المماس عند هذه النقطة هو: $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=0} = e^0 - a = 1 - a$ معادلة المماس هي: $y - 1 = (1 - a)(x - 0) \quad \rightarrow y = (1 - a)x + 1$

36	f قابل للاشتقاق، فمن الضروري أن يكون متصلًا عند $x = 2$ ، إذن $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ موجودة $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ $\lim\limits_{x\to 2^+}(mx+b) = \lim\limits_{x\to 2^-} x^2 \quad \to 2m+b=4$ لكن الاتصال شرط غير كاف لوجود المشتقة، يجب أن تكون $f'(2)$ موجودة $f'(2) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$ $f'_+(2) = \lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{m(2+h)+b-4}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{2m+hm+b-4}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{hm}{h} = m$ $f'_-(2) = \lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{(2+h)^2-4}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0^-}\dfrac{h^2+4h}{h}$ $= \lim\limits_{h\to 0^-}(h+4) = 4$ حتى تكون $f'(2)$ موجودة يجب أن يكون: $f'_+(2) = f'_-(2)$ ومنه: $m = 4$ بالتعويض في المعادلة $2m+b=4$ نجد $b=-4$
37	ميل مماس المنحنى عند أي نقطة عليه هو $y' = 2e^x + 3 + 15x^2$ لكل x فإن $2e^x > 0$ و لكل x فإن $15x^2 \geq 0$ بالجمع نجد أنه لكل x فإن $2e^x + 15x^2 > 0$ بإضافة 3 للطرفين: لكل x فإن $2e^x + 15x^2 + 3 > 3$ أي أنّ $y' > 3$ إذن لا يمكن أن تكون قيمة y' تساوي 2 لأي قيمة حقيقية للمتغير x.

38	الإحداثي x لنقطة تقاطع المنحنى $y = ke^x$ مع المحور y هو 0 وبالتعويض في معادلة الاقتران نجد أنّ $y = ke^0 = k$ ، أي أنّ إحداثيي P هما $(0, k)$ $\frac{dy}{dx} = ke^x \rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=0} = k$ معادلة المماس هي: $y - k = k(x - 0) \rightarrow y = kx + k$ ولإيجاد نقطة تقاطعه مع المحور x نعوض $y = 0$ $0 = kx + k \rightarrow x = -1$ إذن، نقطة تقاطع المماس عند P مع المحور x هي: $(-1, 0)$
39	ميل العمودي على المماس هو $-\frac{1}{k}$ معادلة العمودي على المماس هي: $y - k = -\frac{1}{k}(x - 0) \rightarrow y = -\frac{1}{k}x + k$ وبتعويض إحداثيي نقطة التقاطع نجد أنّ: $0 = -\frac{1}{k}(100) + k \rightarrow k^2 = 100 \rightarrow k = \mp 10$ ولأن $k > 0$، فإن $k = 10$
40	$y = \log x = \log_{10} x = \frac{\ln x}{\ln 10} = \frac{1}{\ln 10} \ln x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\ln 10} \times \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln 10}$
41	$y = \log ax^2 = \log a + 2 \log x$ $\frac{dy}{dx} = 0 + 2 \times \frac{1}{x \ln 10} = \frac{2}{x \ln 10}$
42	$s(t) = 4 - \sin t$ $v(t) = -\cos t$ $a(t) = \sin t$

43	$v(t) = -\cos t = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$ يكون الجسم في حالة سكون لأول مرة بعد انطلاقه عندما $t = \frac{\pi}{2}$ ويكون موقعه عندها هو $s\left(\frac{\pi}{2}\right)$ $s\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 - \sin\frac{\pi}{2} = 4 - 1 = 3\ m$
44	بما أن المطلوب تحديد موقع الجسيم عندما يصل إلى أقصى سرعة، فهذا يتطلب إيجاد القيم القصوى لاقتران السرعة: $\lvert v(t)\rvert = \lvert -\cos t\rvert = \lvert\cos t\rvert$ ، والتي يمكن تحديدها من خصائص الاقتران وهما قيمتان: 0 (قيمة صغرى) 1 (قيمة عظمى) ومنه: $\lvert v(t)\rvert = 0 \quad \rightarrow \quad \cos t = 0 \ \rightarrow \ \sin t = \pm 1$ (متطابقة فيثاغورس) $\lvert v(t)\rvert = 1 \quad \rightarrow \quad \cos t = 1 \ \rightarrow \ \sin t = 0$ (متطابقة فيثاغورس) إذن، يمكن إيجاد موقع الجسيم عندما يصل إلى أقصى سرعة كالآتي: $\sin t = 0$: $s(t) = 4 - 0 = 4\text{m}$ $\sin t = -1$: $s(t) = 4 - (-1) = 5\text{m}$ $\sin t = 1$: $s(t) = 4 - 1 = 3\text{m}$