5-

أ. التغير في الزخم الخطي للسيارة ناتج عن تأثير الحاجز فيها بقوة، حيث لا تساهم قوة الجاذبية والقوة العمودية المؤثرتان فيها في تغير زخمها الخطي الأفقي؛ لأنهما عموديتان على اتجاه الحركة.

أستخدم مبرهنة (الزخم الخطي – الدفع) لحساب الدفع الذي يؤثر به الحاجز في السيارة، مع مراعاة أن الاتجاه الموجب باتجاه محور $+x$.

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= \Delta p = p_{\mathrm{f}} - p_{\mathrm{i}} \\
&= mv_{\mathrm{f}} - mv_{\mathrm{i}} = m(v_{\mathrm{f}} - v_{\mathrm{i}}) \\
&= 1.5 \times 10^{3} \times \left(3.0 - (-15)\right) \\
&= 2.7 \times 10^{4}\ \mathrm{kg.m/s} \\
\mathbf{I} &= 2.7 \times 10^{4}\ \mathrm{kg.m/s}, +x
\end{aligned}$$

الدفع موجب، حيث يؤثر في السيارة في اتجاه محور $+x$، في اتجاه القوة المحصلة المؤثرة فيها من الحاجز.

ب. أستخدم القانون الثاني لنيوتن.

$$\begin{aligned}
\sum F &= \bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2.7 \times 10^{4}}{0.15} \\
&= 1.8 \times 10^{5}\ \mathrm{N} \\
\sum \boldsymbol{F} &= 1.8 \times 10^{5}\ \mathrm{N}, +x
\end{aligned}$$

الوحدة الثانية: الحركة الدورانية Rotational Motion

الإجابات

الصفحة 37

أتأمَّل الصورة:

تنطبق قوانين نيوتن على الحركة الدورانية مثلها في ذلك مثل الحركة الخطية، وتخضع حركة هذه العربات لقوانين فيزياء الحركة الدورانية ومبادئها. يتطلب وصف هذه الحركة معرفة بالعزم لتحديد حالة الجسم الحركية، إضافة إلى معرفة الإزاحة الزاوية، السرعة الزاوية والتسارع الزاوي، وغيرها.

الصفحة 39

تجربة استهلالية: الراديان.

إجابات أسئلة: التحليل والاستنتاج

1. ناتج قسمة طول القوس الذي شكّله الخيط على نصف قطر الدائرة يمثّل الزاوية المركزية ومقدارها يساوي 1 rad.

2. يكون قياس الزاوية المركزية (θ) مُساويًا (1 rad) وهو يساوي مقدار الزاوية المقابلة لقوس طوله يساوي نصف قطر الدائرة التي يشكّل القوس جزءًا منها. ويكون قياس الزاوية بوحدة الدرجات مساويًا (57.3°) تقريبًا، حيث: $1\ \text{rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57.3^\circ$.

لتحويل قياس زاوية بين الدرجات Degrees والتقدير الدائري Radians، أستخدم العلاقة:

$$\theta\ (\text{rad}) = \frac{\pi}{180^\circ}\theta\ (\text{deg})$$

3. يجب أن تكون النتائج متطابقة. إذا وجد أي اختلاف فيعود إلى أخطاء ارتُكبت في أثناء تنفيذ التجربة.

4. قياس طول الخيط، وقياس مقدار الزاوية بالمنقلة، التقريب، قياس نصف قُطر الدائرة، ....

الصفحة 41

أتحقّق:

العزم مقياس لمقدرة القوّة على إحداث دورانٍ لجسم، وهو كميّةٌ مُتّجهةٌ، رمزه ($\boldsymbol{\tau}$)، ويُعرّف رياضيًّا بأنه يساوي ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة ($\boldsymbol{F}$) ومتجه موقع نقطة تأثير القوة ($\boldsymbol{r}$) الذي يبدأ من نقطة

على محور الدوران وينتهي عند نقطة تأثير القوة. ويتناسب مقدار العزم طرديًّا مع كلٍّ من مقدار القوة (F) وطول ذراعها $(r\ \sin\theta)$.

الصفحة 42

أتحقّق:

حساب عزم كل قوّةٍ حول محور الدوران على حدة، ثم إيجاد العزم المُحصّل $(\sum\tau)$ المؤثر في الجسم بجمعها مع مراعاة إشارة كلٍّ منها. إذا كان العزم المحصّل موجبًا فإن الجسم يدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، وإذا كان سالبًا فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.

الصفحة 43

تمرين.

الزاوية بين متجه القوة ومتجه موقع نقطة تأثير القوة تساوي (65°)، و $\sin 65^\circ = 0.9$.

أستخدم علاقة العزم لحساب عزم قوة العامل.

$$\begin{aligned}\tau &= r\,F\sin\theta\\ &= 1.50\times 1.80\times 10^2\sin 65^\circ\\ &= 245\ \mathrm{N.m}\end{aligned}$$

العزم موجب؛ لأن قوة العامل تعمل على تدوير العربة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول محور دورانها.

الصفحة 44

أتحقّق:

عزم الازدواج $(\boldsymbol{\tau}_{\text{couple}})$ هو العزم الناتج عن تأثير قوتين متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتجاهًا وخطّي عملهما غير متطابقين. وهو يعتمد على مقدار إحدى القوّتين المتساويتين، والبُعد العمودي بينهما.

الصفحة 46

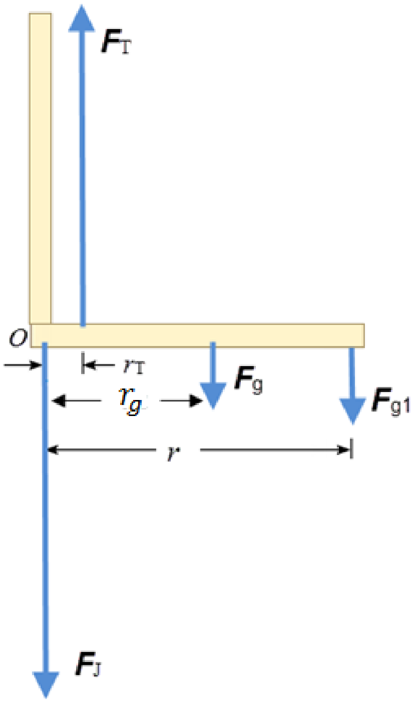
أتحقّق:

الشرط الأول: أن تكونَ القوّة المُحصّلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا ($\sum \boldsymbol{F} = 0$).

الشرط الثاني: أن يكونَ العزم المُحصّل المؤثّر فيه يساوي صفرًا ($\sum \boldsymbol{\tau} = 0$).

الصفحة 47

تمرين.



أ. أرسم الساعد على شكل قضيب كما هو موضح؛ لتبسيط المسألة، حيث ($\boldsymbol{F}_\mathrm{T}$) هي قوة الشد في العضلة المؤثرة في الساعد، و($\boldsymbol{F}_\mathrm{J}$) هي القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد، و($\boldsymbol{F}_{g1}$) وزن الكرة، و($\boldsymbol{F}_g$) وزن عظم الساعد والأنسجة فيه. وبما أن النظام في حالة اتزان سكوني، ومقدار كل من قوة الشد في العضلة والقوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد غير معلوم فإنني أُطبّق الشرط الثاني للاتزان حول محور عمودي على الصفحة عبر المرفق (النقطة O)؛ لإيجاد مقدار ($\boldsymbol{F}_\mathrm{T}$). إن العزم الناتج عن القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد ($\boldsymbol{F}_\mathrm{J}$) يساوي صفرًا؛ لأن محور الدوران يمر في نقطة تأثيرها. الساعد متزن أفقيًّا، لذا فإن ($\theta = 90^\circ$).

$$\sum \tau_O = 0$$
$$F_\mathrm{T}\, r_\mathrm{T} - F_g\, r_g - F_{g1}\, r = 0$$
$$F_\mathrm{T} \times 5.0 \times 10^{-2} - 30.0 \times 15.0 \times 10^{-2} - 40.0 \times 35.0 \times 10^{-2} = 0$$
$$F_\mathrm{T} = 370\ \mathrm{N}$$

ب. النظام في حالة اتزان سكوني، لذا فإن القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا، ونطبّق القانون الثاني لنيوتن على الساعد في اتجاه محور y لإيجاد مقدار القوة ($\boldsymbol{F}_\mathrm{J}$)؛ لأنه لا توجد قوى تؤثر في اتجاه محور x.

$$\sum F_y = m a_y = 0$$
$$F_\mathrm{T} - (F_\mathrm{J} + F_g + F_{g1}) = 0$$
$$F_\mathrm{J} = F_\mathrm{T} - F_g - F_{g1}$$
$$= 370 - 30.0 - 40.0$$
$$= 300\ \mathrm{N}$$

الصفحة 48

أُفكِّر.

العزم المحصّل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفرًا. محور الدوران محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمر بمركز كتلة النظام الموضح في الشكل (16). ويكون عزم مركز كتلة النظام حول المحور صفرًا.

$$\sum\tau_{\mathrm{CM}} = 0$$

$$m_{\mathrm{A}}\,(x_{\mathrm{CM}} - x_{\mathrm{A}}) - m_{\mathrm{B}}\,(x_{\mathrm{B}} - x_{\mathrm{CM}}) = 0$$

$$m_{\mathrm{A}}\,x_{\mathrm{CM}} - m_{\mathrm{A}}\,x_{\mathrm{A}} - m_{\mathrm{B}}\,x_{\mathrm{B}} + m_{\mathrm{B}}\,x_{\mathrm{CM}} = 0$$

$$x_{\mathrm{CM}}(m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}) = m_{\mathrm{A}}\,x_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}\,x_{\mathrm{B}}$$

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{m_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}x_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}} = \frac{m_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}x_{\mathrm{B}}}{M}$$

الصفحة 49

التجربة 1: تحديد مركز الكتلة.

إجابات أسئلة التحليل والاستنتاج

1. اتزنت المسطرة المترية عند تعليقها من نقطة في منتصف المسافة بين نهايتيها (مركزها الهندسي)، وهذه النقطة هي مركز كتلة المسطرة (CM)، وأستنتج أن الأجسام المتماثلة المنتظمة تقع مراكز كتلها في مراكزها الهندسية.

2. هذه النقطة هي مركز كتلة المسطرة (CM)، وأستنتج أنه لتحديد مركز كتلة جسم غير منتظم يلزمني تعليقه بشكل حر من موقعين على الأقل، فيكون مركز الكتلة عند نقطة تقاطع الخطين.

3. تقع مراكز كتل الأجسام المنتظمة والمتماثلة في مراكزها الهندسية، أما الأجسام غير المتماثلة وغير المنتظمة (قطعة الورق المقوى، مثلًا) فتكون مراكز كتلها أقرب للجزء الأكبر كتلة منها.

4. تكون قطعة الورق المقوّى متزنة ولا تدور عند تعليقها، إذ تمثّل هذه النقطة مركز كتلتها، وعند تعليق جسم من مركز كتلته فإنه يكون متزنًا.

الصفحة 50

أتحقّق:

مركز كتل الجسم المنتظم والمتماثل يقع في مركزه الهندسي، أما الجسم غير المنتظم وغير المتماثل فيكون مركز كتلته أقرب للجزء الأكبر كتلة منه.

تمرين.

أستخدم العلاقة الآتية لإيجاد الإحداثي (x_{CM}):

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{m_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}x_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}}$$

$$= \frac{4.0 \times 5.0 \times 10^{-2} + 4.0 \times 15.0 \times 10^{-2}}{4.0 + 4.0}$$

$$= 1 \times 10^{-1}\ \mathrm{m} = 10.0\ \mathrm{cm}$$

أُلاحظ أن موقع مركز الكتلة في منتصف المسافة بين الكرتين.

الصفحة 51

مراجعة الدرس

1. **العزم** مقياس لمقدرة القوة على إحداث دوران، وهو كمية متجهة، رمزه $(\boldsymbol{\tau})$، ويُعرف رياضيًّا على أنه يساوي ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة $(\boldsymbol{F})$ ومتجه موقع نقطة تأثير القوة $(\boldsymbol{r})$ الذي يبدأ من نقطة على محور الدوران وينتهي عند نقطة تأثير القوة. و**شرطا اتزان جسم** أن تكون القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا $(\sum \boldsymbol{F} = 0)$، وأن يكون العزم المحصّل المؤثر فيه يساوي صفرًا $(\sum \boldsymbol{\tau} = 0)$.

2. يكون موقع نقطة تأثير القوة أبعد ما يُمكن عن محور الدوران، ويكون اتجاه القوة عموديًّا على مستوى الباب.

3. يُعرّف مركز الكتلة Centre of mass (CM) لجسم أنّه؛ النقطة التي يُمكن افتراض كتلة الجسم كاملةً مُركّزةً فيها.

4. بما أن القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا فقد تحقق الشرط الأول للاتزان. وحيث أن خطوط عمل القوى تمر في نقطة واحدة فإن العزم المحصّل لها يساوي صفرًا (الشرط الثاني للاتزان)، لذا يكون الجسم متزنًا.

5. عند حدوث عدم تماثل في توزيع كتلة الاطار (حدوث تآكل في بعض أجزاء العجل مثلا)، لا ينطبق مركز كتلة الإطار مع مركزه الهندسي الذي يمر فيه محور الدوران، ما يسبب اهتزاز عجل السيارة خصوصا عند السرعات العالية.

ولضمان توزيع منتظم لكتلة الإطار بحيث ينطبق مركز كتلته مع مركزه الهندسي يتم إضافة قطع من الرصاص لاستعادة توزيع منتظم لكتلة العجل حول محور الدوران. هذا بدوره يؤدي إلى توقف الاطار عن الاهتزاز عند السرعات المرتفعة.

6.

	القوة المحصّلة المؤثرة	السرعة الخطية	التسارع الخطي
الاتزان السكوني	تساوي صفرًا	تساوي صفرًا	يساوي صفرًا
الاتزان الحركي (الانتقالي)	تساوي صفرًا	ثابتة مقدارًا واتجاهًا	يساوي صفرًا

7. وَصْل ماسورة في طرف مفتاح الشد لزيادة طول ذراع القوة، فيزداد العزم المحصّل المؤثر.
جعل القوة التي يؤثر بها أخيها في مفتاح الشد عمودية على المفتاح، فيزداد العزم المحصّل المؤثر.
زيادة مقدار القوة المؤثرة في مفتاح الشد، عن طريق الاستفادة من وزنه بالوقوف على طرف المفتاح بحذر.

8. عزم (ب) > عزم (ج) > عزم (أ).

9. تؤثر قوة الاحتكاك السكوني بين إطارات السيارة وسطح الطريق بقوة إلى الأمام لتحريك السيارة، ويكون مركز كتلة السيارة عند نقطة في مستوى فوق مستوى سطح الطريق، لذا يوجد عزم محصّل يعمل على تدوير السيارة بحيث ترتفع مقدمتها.

الصفحة 52

أتحقّق:

الإزاحةُ الزاويّة هي التغيُّر في الموقع الزاويّ ($\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$)، وتساوي الزاوية التي يمسحُها نصف قطر المسار الدائريّ الذي يدورُ مع الجسم.

الصفحة 53

أتحقّق:

السرعة الزاويّة المتوسّطة $(\bar{\omega})$ لجسم هي نسبة الإزاحة الزاويّة $(\Delta\theta)$ لذلك الجسم إلى الفترة الزمنية (Δt) التي حدثت خلالها هذه الإزاحة، وتُعطى بالعلاقة الآتية: $\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$.

الصفحة 54

أتحقّق:

التسارُع الزاويّ المتوسط هو نسبةُ التغيّر في مقدار السرعة الزاويّة إلى الزمن اللازم لحدوث هذا التغيّر، رمزه $(\bar{\alpha})$ ويُقاس بوحدة $(\mathrm{rad/s^2})$: $\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$.

تمرين.

أ. الإطار يدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، لذا تكون سرعته الزاوية وإزاحته الزاوية موجبتين.

$$\bar{\omega} = \omega_i = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\begin{aligned}\Delta\theta &= \omega_i\, t_1 \\ &= 2.0 \times 20.0 = 40.0\ \mathrm{rad}\end{aligned}$$

ب. السرعة الزاوية والتسارع الزاوي موجبان، لذا يزداد مقدار السرعة الزاوية. وأحسب السرعة الزاوية النهائية كما يأتي:

$$\begin{aligned}\omega_f &= \omega_i + \alpha t_2 \\ &= 2.0 + 3.5 \times 10.0 \\ &= 37\ \mathrm{rad/s}\end{aligned}$$

الصفحة 56

أتحقّق:

عزم القصور الذاتي مقياسٌ لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركيّة الدورانيّة.

الصفحة 57

تمرين.

أ. اللعبة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة فيكون العزم موجبًا، وأستخدم علاقة العزم لحساب مقداره كما يأتي:

$$\sum\tau = F\, r \sin\theta = 250 \times 2.0 \sin 90^\circ = 5.0 \times 10^2\ \mathrm{N.m}$$

ب. باستخدام الجدول (1) أحسب عزم القصور الذاتي لقرص اللعبة حول محور دورانه.

$$I_{disc} = \frac{1}{2} m r^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 50.0 \times (2.00)^2$$
$$= 1.0 \times 10^2 \text{ kg.m}^2$$

ثم أحسب مقدار التسارع الزاوي للعبة.

$$\sum \tau = I\alpha$$
$$5.0 \times 10^2 = 1.0 \times 10^2 \times \alpha$$
$$\alpha = 5.0 \text{ rad/s}^2$$

ج. اللعبة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فتكون سرعتها الزاوية موجبة، وأستخدم المعادلة الآتية لحساب مقدارها.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t = 0 + 5.0 \times 2.0 = 10.0 \text{ rad/s}$$

د. بداية، أحسب عزم القصور الذاتي للنظام المكوّن من القرص والطفل معًا حول محور دوران اللعبة، باعتبار الطفل جُسيم نقطي على بُعد (1.5 m) من محور الدوران.

$$I = I_{disc} + I_{child}$$
$$I = 1.0 \times 10^2 + m_{child} (r_{child})^2$$
$$= 2.0 \times 10^2 + 20.0 \times (1.5)^2$$
$$= 145 \text{ kg.m}^2$$

ثم أحسب مقدار التسارع الزاوي للعبة.

$$\sum \tau = I\alpha$$
$$5.0 \times 10^2 = 145 \times \alpha$$
$$\alpha = 3.4 \text{ rad/s}^2$$

الصفحة 58

مراجعة الدرس

1. من الكميات الفيزيائية اللازمة لوصف الحركة الدورانية: العزم، والإزاحة الزاوية، والسرعة الزاوية، والتسارع الزاوي.

عزم القصور الذاتي مقياسٌ لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركيّة الدورانيّة، رمزُه (I).

.2

أ. بما أن الإطارات تدور بسرعة زاوية ثابتة فإن تسارعها الزاوي يساوي صفرًا.

ب. بما أن شكل الإطار ثابت فإن جميع أجزائه تدور بمقدار السرعة الزاوية نفسه.

.3

أ. بما أن إشارة السرعة الزاوية سالبة فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة.

ب. بما أن إشارتي السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفتان فإن الجسم يتباطأ.

4. لجميع أجزاء الإطار السرعة الزاوية نفسها.

5. يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه، وعلى موقع محور الدوران.

.6

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{2.6 \times 10^3 - 0}{4.0}$$
$$= 6.5 \times 10^2 \text{ rad/s}^2$$

7. تدوير القلم حول محوره الهندسي أسهل إذ يكون عزم القصور الذاتي له في هذه الحالة أصغر مقارنة بعزم القصور الذاتي عند تدويره حول محور عمودي عليه مارًّا بمركز كتلته.

8. في الحالة الاولى، تبعد كل كرة مسافة $(r_1 = \frac{L}{2})$ عن محور الدوران، وكتلتا الكرتين متساويتان.

أحسب عزم القصور الذاتي كما يأتي:

$$I = m\,r_1{}^2 + m\,r_1{}^2 = 2m\,r_1{}^2 = \frac{mL^2}{2}$$

أُلاحظ أن عزم القصور الذاتي يساوي ناتج جمع عزمي القصور الذاتي للكرتين حول محور الدوران نفسه.

في الحالة الثانية، يمر محور الدوران في إحدى الكرتين لذا لا تُساهم هذه الكرة في عزم القصور الذاتي؛ لأن $(r = 0)$، بينما تبعد الكرة الثانية مسافة مقدارها (L). وأحسب عزم القصور الذاتي في هذه الحالة كما يأتي:

$$\mathrm{I} = m\,r^2 + 0 = m\,r^2 = m\,L^2$$

يكون عزم القصور الذاتي أكبر عند تدوير القضيب حول أحد طرفيه، وفي هذه الحالة يلزم عزم محصّل أكبر لبدء تدوير النظام.

الصفحة 59

أتحقّق:

تعتمدُ الطاقة الحركية الدورانية لجسمٍ على عزم القصور الذاتي له، وسرعته الزاويّة، وتُقاس الطاقة الحركية الدورانية بوحدة (J).

أُفكِّر.

نعم يتغير مقدار الطاقة الحركية الدورانية، لأنه بتغير موقع محور الدوران يتغير عزم القصور الذاتي للنظام.

الصفحة 60

تمرين.

$$KE_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2}\,\mathrm{I}\omega^2 = \frac{1}{2}\,(\frac{1}{2}mr^2)\omega^2 = \frac{1}{4} \times 2.0 \times (0.50)^2 \times (8.0)^2 = 8.0\ \mathrm{J}$$

الصفحة 61

أتحقّق:

الزخَم الزاويّ يُعرف بأنّه يساوي ناتج ضربِ عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاويّة. وهو كميّةٌ مُتّجهةٌ، يعتمد على عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية، ووحدة قياسه $(\mathrm{kg.m^2/s})$ حسب النظام الدولي للوحدات.

الصفحة 62

أتحقّق:

العزم المُحصّل المؤثّر في جسمٍ يتحرّك حركةً دورانيّةً حول محورٍ ثابتٍ يُساوي المعدّل الزمنيّ للتغيّر في زخَمه الزاويّ حولَ المحور نفسه.

الصفحة 63

تمرين.

$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{\mathrm{I}\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\mathrm{I}(\omega_{\mathrm{f}} - \omega_{\mathrm{i}})}{\Delta t}$$

$$\sum \tau = \frac{2 \times 10^{-2}(40 - 20)}{5} = 8 \times 10^{-2}\ \mathrm{N.m}$$

الصفحة 64

أتحقّق:

ينصُّ قانون حفظ الزخَم الزاويّ على أنّ: "الزخَم الزاويّ لنظامٍ معزولٍ يظلُّ ثابتًا في المقدار والاتّجاه"، إذ يكونُ العزم المحصّل المؤثّر في النظام المعزول صفرًا. أي أنّ الزخَم الزاويّ الابتدائيّ لنظامٍ معزولٍ يُساوي زخَمه الزاويّ النهائيّ.

الصفحة 66

مراجعة الدرس

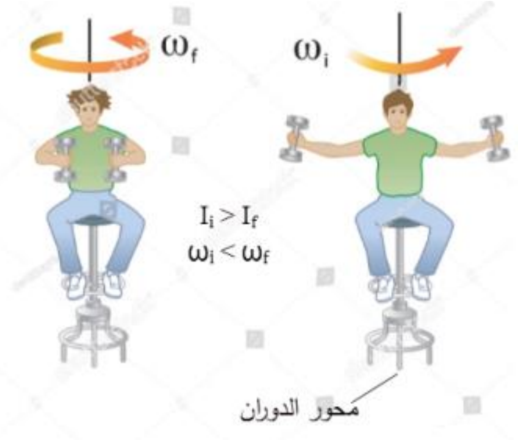
1. الزخَم الزاويّ يُعرف بأنّه يساوي ناتج ضربِ عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاويّة، وهو كمية متجهة، رمزه $(\boldsymbol{L})$. وينصّ **قانون حفظ الزخم الزاوي** على أن: "الزخَم الزاويّ لنظامٍ معزولٍ يظلُّ ثابتًا في المقدار والاتّجاه"، إذ يكونُ العزم المحصّل المؤثّر في النظام المعزول صفرًا. وتعتمد **الطاقة الحركية الدورانية** لجسم يدور حول محور ثابت على عزم قصوره الذاتي وسرعته الزاوية.

2. الأنبوب المجوف يمتلك عزم قصور ذاتي أكبر ، لأن كتلته موزعة على سطح الأنبوب بعيدا عن محور الدوران مقارنة بالأنبوب المسمط. وبالرجوع إلى العلاقة: $(KE_R = I\omega^2)$ فإن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طرديا مع عزم القصور الذاتي، بثبوت السرعة الزاوية. فيكون للاسطوانة المجوفة طاقة حركية دورانية أكبر

3.

أ. مقدار الزخم الزاوي للأُسطوانة المجوّفة أكبر منه للأُسطوانة المصمتة؛ لأن الزخم الزاوي يعتمد على عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوّفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.

ب. مقدار الطاقة الحركية الدورانية للأُسطوانة المجوّفة أكبر منه للأُسطوانة المصمتة؛ لأن الطاقة الحركية الدورانية تعتمد على عزم القصور الذاتي ومربع مقدار السرعة الزاوية، وهما تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه، وعزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوّفة أكبر منه للأسطوانة المصمتة.



.4

أ. يؤدي ضمّ الطالب لذراعيه إلى تقليل مقدار عزم القصور الذاتي له حول محور الدوران الرأسي من المقدار (I_i) إلى المقدار (I_f)، لأنه حرّك جزء من كتلته وحرّك الثقلين قريبًا من محور الدوران.

ب. لا يوجد عزم محصّل مؤثر في النظام الذي يتكون من الطالب والكرسي والثقلين، لذا يكون الزخم الزاوي محفوظًا لهذا النظام حول محور الدوران. أُلاحظ أن عزم القصور الذاتي للطالب في **الشكل (B)** أقل منه في **الشكل (A)**؛ أي أن: $(I_i > I_f)$، لذا يجب أن يكون مقدار سرعته الزاوية النهائية (ω_f) في **الشكل (B)** أكبر مقارنة بمقدار سرعته الزاوية الابتدائية (ω_i)، بحسب قانون حفظ الزخم الزاوي. أي يزداد مقدار سرعته الزاوية، ويتغير من (ω_i) إلى (ω_f). ويمكن للطالب تقليل مقدار سرعته الزاوية عن طريق مد ذراعيه مرة أخرى على استقامتيهما، وتحريك الثقلين إلى الخارج.

الصفحات 68 – 72

مراجعة الوحدة

.1

.1 أ

.2 د

.3 ب

.4 أ

5. أ
6. ج
7. أ
8. ب
9. د
10. ب
11. ب
12. ج
13. ب
14. أ
15. ب
16. ج
17. أ

.2

أ. لأن العزم الناتج عن كل من القوى المؤثرة في محور دوران جسم، والقوى التي يمر خط عملها في محور الدوران يساوي صفرًا؛ لأن طول ذراع القوة يساوي صفرًا.

ب. كلّما كانت كتلة الجسم (أو الجزء الأكبر من كتلته) أقرب إلى محور دورانه كان عزم قصوره الذاتي أقل.

3. **الكتلة:** تقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الانتقالية، وهي ثابتة لا تتغير.
عزم القصور الذاتي: يقيس ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية، وهو يتغير بتغير محور الدوران.

4. مقدارا السرعة الزاوية لهما متساويان؛ إذ تقطع الفتاتان الزاوية نفسها خلال الفترة الزمنية نفسها.

5. **الشكل (أ):** يفتح الباب؛ لأن خط عمل القوة عمودي على محور الدوران، والبعد بين خط عمل القوة ومحور الدوران أكبر ما يمكن.

الشكل (ب): لا يفتح الباب؛ لأن خط عمل القوة يمر في محور الدوران وعزم القوة يساوي صفرًا.

الشكل (ج): لا يفتح الباب؛ لأن القوة تؤثر في محور الدوران، أي أن البُعد العمودي بين خط عمل القوة ومحور الدوران يساوي صفرًا، فيكون عزمها صفرًا.

6. أثقب ثقبين صغيرين متباعدين عند حافة قطعة البوليسترين، ثم أُعلّقها بخيط من أحدهما رأسيًّا في الهواء، وعند توقّف قطعة البوليسترين عن التأرجح أرسم خطًّا عليها على امتداد طول الخيط. ثم أُعلّق قطعة البوليسترين من الثقب الثاني وأُكرّر ما عملته سابقًا. يقع مركز الكتلة في منتصف المسافة بين سطحي قطعة البوليسترين تحت نقطة تقاطع هذين الخطين.

.7

أ. لتقليل مقدار عزم قصوره الذاتي حيث يقل البعد بين كتلته ومحور دورانه، ممّا يُمكّنه من الدوران بسرعة زاوية أكبر.

ب. تؤثر قوة الجاذبية في مركز كتلته لذا لا ينشأ عنها عزم يؤثر في الغطّاس، ويكون العزم المحصّل المؤثر في الغطّاس صفرًا فيبقى زخمه الزاوي محفوظًا أي لا يتغير زخمه الزاوي؛ فنقصان عزم القصور الذاتي يقابله زيادة في السرعة الزاوية.

ج. العزم المحصّل المؤثر في الغطّاس صفرًا فيبقى زخمه الزاوي محفوظًا؛ أي لا يتغير زخمه الزاوي، ويؤدي نقصان عزم القصور الذاتي له إلى زيادة مقدار سرعته الزاوية.

د. بعد ضم قدميه وذراعيه يقل عزم قصوره الذاتي بينما يزداد مقدار سرعته الزاوية بالنسبة نفسها؛ فإذا قلّ مقدار عزم القصور الذاتي بمقدار النصف يتضاعف مقدار سرعته الزاوية مرّتان، وبما أن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طرديًّا مع مربّع مقدار السرعة الزاوية فإن مقدار طاقته الحركية الزاوية يزداد.

8. العربة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فتكون الإزاحة الزاوية والسرعة الزاوية موجبتين.

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$= \frac{1.5}{3.0} = 0.5\ \text{rad/s}$$

.9

أ.

$$F = \frac{\tau}{r \sin\theta} = \frac{50.0}{0.25 \sin 60^\circ} = 230.9 \text{ N} \approx 231 \text{ N}$$

ب. سوف يدور مفتاح الشد باتجاه حركة عقارب الساعة، لذا يكون عزم القوة سالبًا.

10. القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه وخطّا عملهما غير متطابقين، لذا فإنهما تشكّلان ازدواجًا يعمل على تدوير القضيب باتجاه حركة عقارب الساعة. وأحسب مقدار الزاوية (θ) كما يأتي:

$$\tau_{\text{couple}} = 2F\,r\sin\theta$$

$$\sin\theta = \frac{\tau_{\text{couple}}}{2F\,r} = \frac{130}{2 \times 100 \times 0.75} = 0.866$$

$$\theta = \sin^{-1}(0.866) = 120^\circ \text{or } 60^\circ$$

حيث $\sin 60^\circ = \sin 120^\circ = 0.866$، ولأن الزاوية منفرجة فيكون مقدارها (120°).

11.

أ.

$$L_i = I_i\,\omega_i = \left(\frac{1}{2}Mr^2 + mr^2\right)\omega_i$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times (4)^2 + 50 \times (4)^2\right) \times 2$$

$$= 4.8 \times 10^3 \text{ kg.m}^2/\text{s}$$

ب. النظام معزول، فيكون العزم المحصّل المؤثر فيه صفرًا، ويكون الزخم الزاوي محفوظًا، لذا فإن:

$$L_f = L_i$$

$$I_f\,\omega_f = 4.8 \times 10^3$$

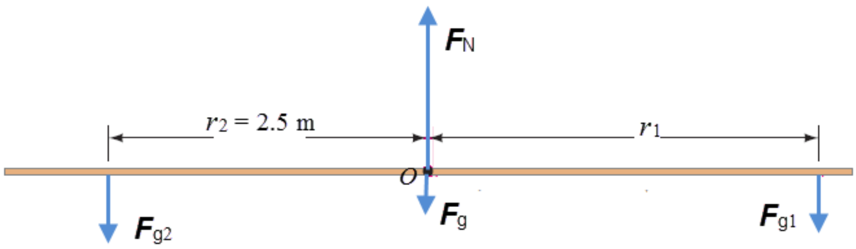
$$\omega_f = \frac{4.8 \times 10^3}{I_f} = \frac{4.8 \times 10^3}{\left(\frac{1}{2}Mr^2 + m\left(\frac{r}{2}\right)^2\right)}$$

$$= \frac{4.8 \times 10^3}{\left(\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \times (4)^2 + 50 \times (2)^2\right)} = \frac{4.8 \times 10^3}{(1600 + 200)} = 2.67 \text{ rad/s}$$

12. أستخدم العلاقة الآتية لإيجاد الإحداثي (x_{CM}):

$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C}{m_A + m_B + m_C} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 5 + 1 \times 7}{2+3+1} = 4 \text{ m}$$

13.



أ. يتأثر اللوح الخشبي بأربع قوى، هي: وزن نهى (F_{g1})، ووزن ماهر (F_{g2})، ووزن اللوح (F_g) يؤثر في مركز كتلة اللوح وهو مركز الهندسي لأنه منتظم ومتماثل، والقوة العمودية (F_N) التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح، كما هو موضح في مخطط الجسم الحر. وبما أنّ النظام متزن، ومقدار القوة العمودية غير معلوم فإنني أُطبّق الشرط الأول للاتزان، حيث القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا. وأُطبّق القانون الثاني لنيوتن في اتجاه محور y؛ لأنه لا توجد قوى تؤثر في اتجاه محور x.

$$\sum F_y = ma_y = 0$$
$$F_N - (F_g + F_{g1} + F_{g2}) = 0$$
$$F_N = F_g + F_{g1} + F_{g2}$$
$$= 150 + 250 + 300$$
$$= 700 \text{ N}$$

ب. لإيجاد الموقع الذي يجب أن تجلس فيه نهى بحيث يكون النظام متزن أُطبّق الشرط الثاني للاتزان. إذا أخذت محورًا عموديًّا على الصفحة عبر نقطة الارتكاز (O) (مركز كتلة اللوح) كمحور دوران لمعادلة العزم، فإن العزم الناتج عن كلّ من القوة العمودية (F_N) وقوة الجاذبية (F_g) يساوي صفرًا. وأُلاحظ أن اللوح متزن أُفقيًّا لذا فإنّ $(\theta = 90^\circ)$.

$$\sum \tau = 0$$

$$F_{g1} r_1 = F_{g2} r_2$$
$$250 \times r_1 = 300 \times 2.5$$
$$r_1 = \frac{750}{250}$$
$$= 3 \text{ m}$$

يجب أن تجلس نهى على بُعد (3 m) يمين نقطة ارتكاز اللوح الخشبي كي يكون النظام متزنًا.

.14

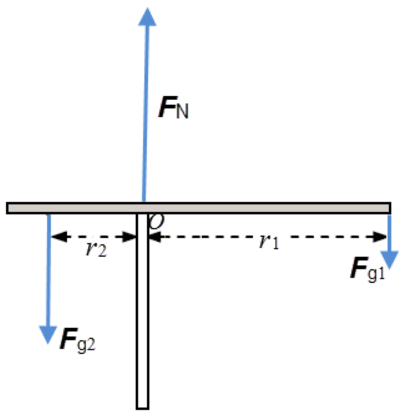
أ. أُلاحظ أن عزم القصور الذاتي للكرتين (m) يساوي صفرًا؛ لأنهما تقعان على محور الدوران (y).
وأحسب عزم القصور الذاتي في هذه الحالة كما يأتي:

$$\mathrm{I} = M a^2 + M a^2 = 2 M a^2$$
$$= 2 \times 100 \times 10^{-3} \times (20 \times 10^{-2})^2$$
$$= 8 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg.m^2}$$

ب. أحسب الطاقة الحركية الدورانية للنظام كما يأتي:

$$KE_R = \frac{1}{2}\,\mathrm{I}\omega^2$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-3} \times (2)^2 = 1.6 \times 10^{-2}\ \mathrm{J}$$

.15



أ. يتأثر ذراع الرافعة بثلاث قوى (كتلة الرافعة مهملة)، هي: وزن الحِمل $(\boldsymbol{F}_{g1})$، ووزن الثقل الموازِن $(\boldsymbol{F}_{g2})$، والقوة العمودية $(\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}})$ المؤثرة في الرافعة عند نقطة الارتكاز (O)، كما هو موضح في الشكل. لإيجاد موقع الثقل الموازِن بحيث يكون النظام متزن أُطبّق الشرط الثاني للاتزان. إذا أخذت محورًا عموديًّا على الصفحة عبر نقطة الارتكاز (O) كمحور دوران لمعادلة العزم، فإن العزم الناتج عن القوة العمودية $(\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}})$ المؤثرة في اللوح يساوي صفرًا. وأُلاحظ أن ذراع الرافعة متزن أُفقيًّا لذا فإن $(\theta = 90^\circ)$.

$$\sum\tau = 0$$

$$F_{g1}\, r_1 = F_{g2}\, r_2$$
$$3.0 \times 10^4 \times 6.0 = 1.0 \times 10^5 \times r_2$$
$$r_2 = \frac{18 \times 10^4}{1 \times 10^5}$$
$$= 1.8\ \mathrm{m}$$

يجب أن يكون موقع الثقل الموازِن على بُعد (1.8 m) يسار نقطة الارتكاز (O) كي يكون النظام متزنًا.

ب. موقع الثقل الموازِن عند أبعد نقطة عن نقطة الارتكاز $(r_2 = 3.0\ \text{m})$، ومقدار الثقل (m) هو المجهول. أُطبّق الشرط الثاني للاتزان حول المحور (O).

$$\sum \tau = 0$$

$$F_{g1}\, r_1 = F_{g2}\, r_2$$

$$F_{g1} \times 6.0 = 1.0 \times 10^5 \times 3.0$$

$$F_{g1} = \frac{3.0 \times 10^5}{6.0}$$

$$= 5.0 \times 10^4\ \text{N}$$

$$m_2 = \frac{F_{g1}}{g} = \frac{5.0 \times 10^4}{10} = 5.0 \times 10^3\ \text{kg}$$

إجابات أسئلة تفكير في كتاب التجارب والأنشطة العملية

الصفحتان 16 – 17

1–

1. ج
2. أ
3. ب
4. د
5. ب
6. ب
7. ج

2–

$$\tau_{\text{couple}} = 2F\, r \sin\theta$$

$$= 2 \times 3.0 \times 4.0 \times 10^{-2} \sin 90^\circ = 0.24\ \text{N.m}$$

3– أفترض أن قوى الاحتكاك مع الجليد مهملة كما هو مُعطى في السؤال، لذا يُمكن التعامل مع النظام على أنه معزول، ويكون الزخم الزاوي محفوظ، و$(I_f = \frac{1}{2} I_i)$، لذا فإن:

$$L_i = L_f$$

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$

$$I_i\,\omega_i = \frac{1}{2} I_i\,\omega_f$$

$$\omega_f = 2\,\omega_i$$

بما أن الزخم الزاوي محفوظ فإن نقصان عزم القصور الذاتي يؤدي إلى زيادة مقدار السرعة الزاوية، حيث ($I\,\omega = constant$).

4-

أ. تؤثر في الجسر أربع قوى: ($\boldsymbol{F}_A$) القوة العمودية المؤثرة في الطرف (A) من الجسر، و($\boldsymbol{F}_B$) القوة العمودية المؤثرة في الطرف (B) من الجسر، و($\boldsymbol{F}_{g1}$) وزن الشخص، و($\boldsymbol{F}_g$) وزن الجسر يؤثر في منتصفه عند مركز كتلته كون الجسر منتظم متماثل. وبما أن النظام في حالة اتزان سكوني، فإنني أُطبّق الشرط الثاني للاتزان حول محور عمودي على الصفحة عبر الطرف (B) للجسر؛ لأجد مقدار ($\boldsymbol{F}_A$). إنّ العزم الناتج عن القوة العمودية ($\boldsymbol{F}_B$) يساوي صفرًا؛ لأن محور الدوران يمر في نقطة تأثيرها. وألاحظ أن الجسر متزن أُفقيًّا لذا فإنّ ($\theta = 90°$).

$$\sum \tau_{(B)} = 0$$

$$F_A\,r - F_g\,r_{CM} - F_{g1}\,r_1 = 0$$

$$F_A \times 8.0 = 200 \times 4.0 + 800 \times 6.0$$

$$F_A = 700\ \mathrm{N}$$

ب. النظام في حالة اتزان سكوني، لذا فإن القوة المحصّلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا، وأُطبّق القانون الثاني لنيوتن على الجسر في اتجاه محور y لأجد مقدار القوة ($\boldsymbol{F}_B$)؛ لأنه لا توجد قوى تؤثر في اتجاه محور x.

$$\sum F_y = m a_y = 0$$

$$F_A + F_B - (F_g + F_{g1}) = 0$$

$$F_B = F_g + F_{g1} - F_A$$

$$F_B = 200 + 800 - 700 = 300\ \mathrm{N}$$