

السؤال الأول : إذا كان

$$3x^2 + 2x - 3, \quad x < 1$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad 1 \leq x \leq 9$$

$$\sqrt[3]{x}, \quad x > 9$$

فأوجد قيمة $f(-10) + f(4) + f(27)$

$$f(27) = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$f(4) = \sqrt{4} + \frac{1}{\sqrt{4}} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$f(-10) = 3(-10)^2 + 2(-10) - 3 = 300 - 20 - 3 = 277$$

$$f(27) + f(4) + f(-10) = 3 + \frac{5}{2} + 277 = 277.5$$

السؤال الثاني: (A) حل المعادلة التالية:

$$|-10x - 8| = |8 + 10x|$$

$$\begin{aligned} -10x - 8 &= 8 + 10x \\ +10x & \quad +10x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -8 &= 8 + 20x \\ -8 & \quad -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -16 &= 20x \\ \frac{-16}{20} &= \frac{20x}{20} \end{aligned}$$

$$-10x - 8 = -(8 + 10x)$$

$$\begin{aligned} -10x - 8 &= -8 - 10x \\ +10x & \quad +10x \end{aligned}$$

$$-8 = -8$$

عدد لا نهائي
عن الحلول

منصة أساس التعليمية

$$x = -\frac{4}{5}$$

(B) حل المتباينة التالية هو :

$$\frac{-3| - 3x - 3|}{-3} > \frac{3x}{-3}$$

$$|-3x - 3| < -x$$

$$x < -3x - 3 < -x$$

$$x < -3x - 3$$

$$+3x \quad +3x$$

$$4x < -3$$

$$\frac{4x}{4} < \frac{-3}{4}$$

$$-3x - 3 < -x$$

$$+x \quad +x$$

$$-2x - 3 < 0$$

$$+3 \quad +3$$

$$-2x < 3$$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{3}{-2}$$

$$x < -\frac{3}{4}$$

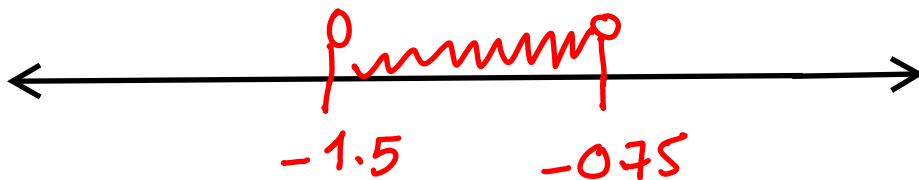
إكل

$$x > -\frac{3}{2}$$

$$x < -0.75$$

$$(-1.5, -0.75)$$

$$x > -1.5$$



(C) حل المتباينة $|3(x - 2)| \leq |5x - 9|$

$$3(x-2) = 5x-9$$

$$-3(x-2) = 5x-9$$

$$\begin{array}{r} 3x - 6 = 5x - 9 \\ -3x \quad -3x \\ \hline -6 = 2x - 9 \\ +9 \quad +9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3x + 6 = 5x - 9 \\ +3x \quad +3x \\ \hline 6 = 2x - 9 \\ +9 \quad +9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -6 = 2x - 9 \\ +9 \quad +9 \end{array}$$

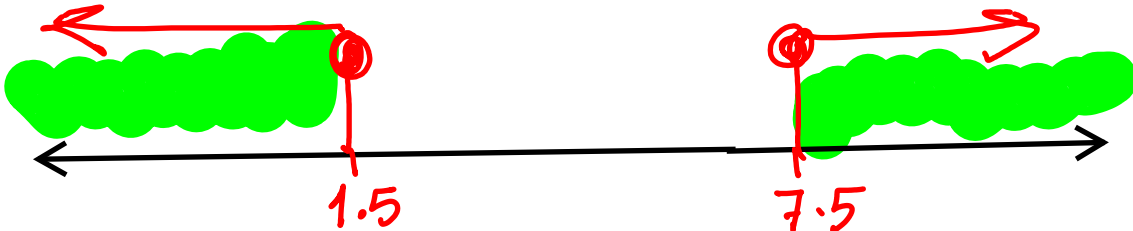
$$\begin{array}{r} 6 = 2x - 9 \\ +9 \quad +9 \end{array}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2x}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$x = 1.5$$

$$x = 7.5$$



$$\text{Test (1)} \Rightarrow |3(1-2)| \leq |5-9| \Rightarrow 3 \leq 4 \quad \text{True}$$

السؤال الثالث : (A) مثل بيانيا منطقة الحل لنظام المتباينات التالي :

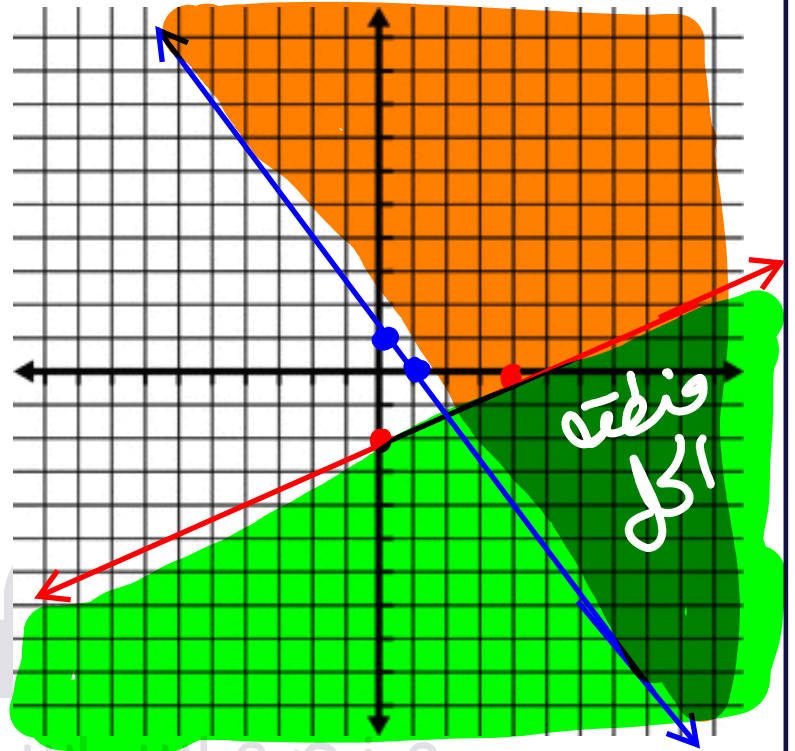
$$A) x - 2y \geq 4$$

$$y \geq -x + 1$$

$$x - 2y = 4$$

مقطع x
 $x = 0$
 $-2y = 4$
 $y = -2$

مقطع y
 $y = 0$
 $x = 4$



$$\text{Test } (0,0) \Rightarrow 0 \geq 4$$

False

$$y = -x + 1 \Rightarrow \text{Test } (0,0)$$

$$0 \geq 0 + 1$$

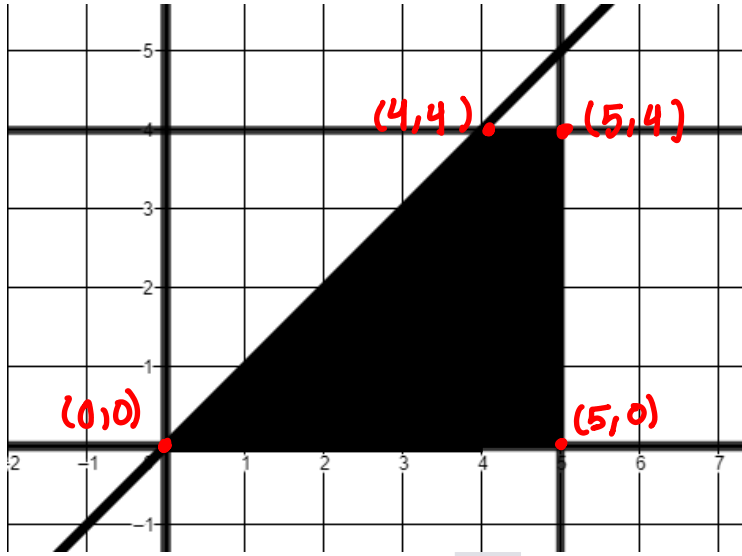
$$0 \geq 1$$

False

$x = 0$
 $y = 1$

$y = 0$
 $x = 1$

(B) جد أكبر قيمة للإقتران $f(x, y) = 2x - 3y$ ضمن منطقة الحلول الممثلة بالشكل

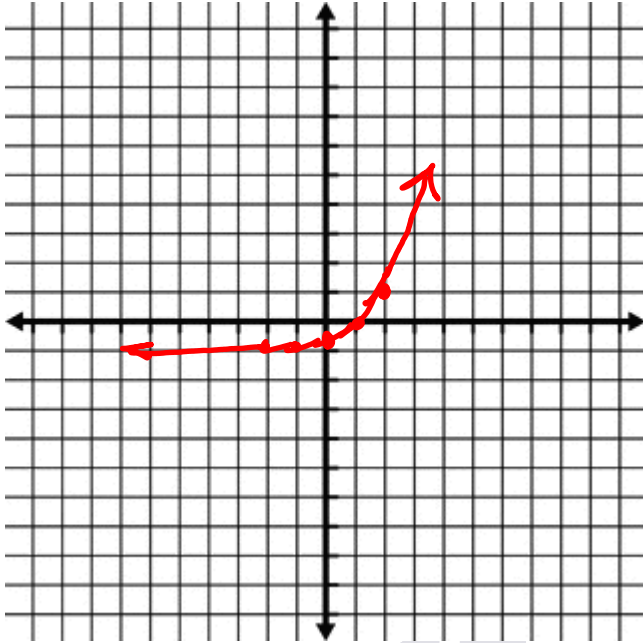


النقطة	القيمة
(0,0)	$2(0) - 3(0) = 0$
(5,0)	$2(5) - 3(0) = 10$
(5,4)	$2(5) - 3(4) = -2$
(4,4)	$2(4) - 3(4) = -4$

القيمة ←

أكبر قيمة عند (5,0)

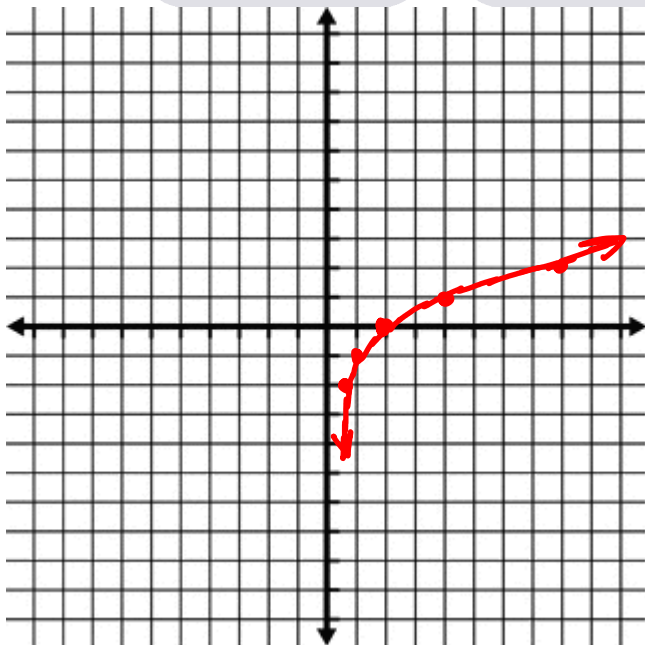
السؤال الرابع: A) مثل الاقتران $f(x) = (2)^{x-1} - 1$ بيانيا وحدد مجاله ومداه.



x	y
-2	-7/8
-1	-3/4
0	-1/2
1	0
2	1

المجال: $(-\infty, \infty)$ المدى: $(-1, \infty)$

B) مثل الاقتران $f(x) = \log_2(x) - 1$ بيانيا وحدد مجاله ومداه



x	y
1/2	-2
1	-1
2	0
4	1
8	2

المجال: $(0, \infty)$
المدى: $(-\infty, \infty)$

(C) اكتب $\ln \sqrt{\frac{x^2+1}{x^3+5}}$ بالصورة المطولة .

$$\ln \left(\frac{x^2+1}{x^3+5} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x^2+1}{x^3+5} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\ln(x^2+1) - \ln(x^3+5) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \ln(x^2+1) - \frac{1}{2} \ln(x^3+5)$$

السؤال الخامس (A) : حل المعادلات التالية :

$$1) e^{-2x} - 3e^{-x} = -2$$

بفرض $y = e^{-x}$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y-2)(y-1) = 0$$

$$y-2=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow e^{-x} = 2 \Rightarrow x = -\ln 2$$

$$y-1=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow e^{-x} = 1 \Rightarrow x = -\ln 1 = 0$$

$$2) 2 \log x - \log(x+1) = \log 4 - \log 3$$

$$\log x^2 - \log(x+1) = \log \frac{4}{3}$$

$$\frac{x^2}{x+1} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3x^2 = 4x+4 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(3x+2)(x-2) = 0$$

$$3x+2=0$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$x-2=0$$

$$x=2$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

(B) حل المعادلة التالية $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$

$$24: \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24 \Rightarrow x=2$$

$$(x-2)(x^2+x-12) = 0$$

$$x-2$$

$$x^2+x-12$$

$$x^3 - x^2 - 14x + 24$$

$$= x^3 + 2x^2$$

$$(x-2)(x+4)(x-3) = 0$$

$$x-2=0$$

$$x=2$$

$$x+4=0$$

$$-x-4$$

$$x=-4$$

$$x-3=0$$

$$+3+3$$

$$x=3$$

$$x^2 - 14x + 24$$

$$= x^2 + 2x$$

$$-12x + 24$$

$$-12x + 24$$

(C) جزيء الكسر التالي: $f(x) = \frac{4x+5}{x^2-4x}$

$$\frac{4x+5}{x^2-4x} = \frac{4x+5}{x(x-4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-4}$$

$$4x+5 = A(x-4) + Bx$$

$$x=0 \Rightarrow 5 = -4A \Rightarrow A = \frac{5}{-4}$$

$$x=4 \Rightarrow 16+5 = 4B \Rightarrow \frac{4B}{4} = \frac{21}{4} \Rightarrow B = \frac{21}{4}$$

$$\frac{4x+5}{x^2-4x} = \frac{5/-4}{x} + \frac{21/4}{x-4}$$

(D) جد قيمة k, m التي تجعل الاقتران التالي متصلا عند جميع النقاط

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & x > 2 \\ m(x + 1) + k, & -1 < x \leq 2 \\ 2x^3 + x + 7, & x \leq -1 \end{cases}$$

متصل عند $x=2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2^2 + 5 = 9$$

$$\Rightarrow 3m + k = 9 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3m + k$$

متصل عند $x=-1$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = k$$

$$\Rightarrow k = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -2 - 1 + 7$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} 3m + 4 &= 9 \\ 3m &= 5 \Rightarrow m = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

(E) احسب النهاية التالية

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^3 + 3t^2 - 12t + 4}{t^3 - 4t} = \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{(t-2)(t^2 + 5t - 2)}{t(t^2 - 4)}$$

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{\cancel{(t-2)}(t^2 + 5t - 2)}{t \cancel{(t-2)}(t+2)}$$

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 + 5t - 2}{t(t+2)} = \frac{4 + 10 - 2}{2(4)}$$

$$= \frac{12}{8} = \left(\frac{3}{2} \right)$$

السؤال السادس : (A) جد مشتقة الاقتران التالي باستخدام تعريف المشتقة :

$$f(x) = 3x^2 + 4x$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h)^2 + 4(x+h) - 3x^2 - 4x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 + 4x + 4h - 3x^2 - 4x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh - 3h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(6x - 3h)}{h}$$

(B) جد معادلة المماس للاقتران $f(x) = (x - 2)(x - 3)$ عند نقاط تقاطعه مع محور x .

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x \text{ مع } x$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 2 \quad x = 3$$

$$x = 2, y = 0$$

$$x = 3, y = 0$$

$$f'(x) = 2x - 5$$

$$f'(3) = 2(3) - 5$$

$$f'(2) = 4 - 5$$

$$= 6 - 5$$

$$= \boxed{-1}$$

$$= \boxed{1}$$

$$y = -(x - 2)$$

$$y = 1(x - 3)$$

$$h(x) = \sqrt{1 - \sqrt{x}}, \quad x = \frac{1}{4} \quad \text{C) جد مشتقة}$$

$$h(x) = (1 - x^{1/2})^{1/2}$$

$$h'(x) = \frac{1}{2} (1 - x^{1/2})^{-1/2} (-\frac{1}{2} x^{-1/2})$$

$$h'(x) = -\frac{1}{4} (1 - x^{1/2})^{-1/2} (x^{-1/2})$$

$$h'(\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4} (1 - \frac{1}{4})^{-1/2} (\frac{1}{4})^{-1/2}$$

$$= -\frac{1}{4} (1 - \frac{1}{2})^{-1/2} (\frac{1}{2})^{-1/2}$$

$$= -\frac{1}{4} (\frac{1}{2})^{-1/2} (2) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}$$

أطيب الأمنيات بالنجاح والتوفيق