المتغيرات العشوائية

Random Variables

فكرة الدرس : إيجاد قِيَم متغير عشوائي في تجربة عشوائية.

•• اسم المتغير العشوائي يُطلَق على المتغير الذي يُتوصَّل إلى قِيَمه من نواتج تجربة عشوائية

ففي تجربة سحب بطاقة عشوائيًا من صندوق يحوي 4 بطاقات حمراء و 3 بطاقات خضراء ، إذا كان المتغير العشوائي X يُمثِّل عدد البطاقات الحمراء ، أو 1 في حالة سحب بطاقة خضراء.

قد تكون 0 في حالة سحب بطاقة خضراء ، فإنّ قيمة المتغير العشوائي X في السحبة، حمراء .

مثال :

على عدد مرّات x في تجربة إلقاء ثلاث قطع نقد متمايزة عشوائيًّا، إذا دلَّ المتغير العشوائي X على ظهور الصورة ، فأجد مجموعة قِيَم

الحل :

أفترض أنَّ H تعني صورة ، وأنَّ T تعني كتابة. وبذلك، فإنَّ : عناصر فضاء العيِّنة للتجربة

: $\Omega = \{ (H,H,H) , (H,H,T) , (H,T,H) , (H,T,T) , (T,H,H) , (T,H,T) , (T,T,H) , (T,T,T) \}$

ألاحظ من فضاء العيّنة أنّ عدد مرات ظهور الصورة المُرتبط بكل عنصر يأخذ القيم : 0 ، 1 ، 2 ، 3

إذن، مجموعة قِيَم المتغير العشوائي x هي : $X = \{ 0 , 1 , 2 , 3 \}$

•• عند تحديد القِيَم العددية للمتغير العشوائي، يُمكِن أحيانًا تحديد أكبر قيمة وأصغر قيمة للمتغير العشوائي، ثم كتابة بقية قِيَمه بين هاتين القيمتين.

مثال :

على X يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء و 8 كرات زرقاء ، إذا دلَّ المتغير العشوائي
عدد الكرات الزرقاء في تجربة سحب 5 كرات عشوائيًّا معًا من
X الكيس،فأجد مجموعة قِيَم

الحل :

تعني كرة زرقاء B تعني كرة بيضاء وأنَّ W أفترض أنَّ
من عناصر نوعين مختلفي اللون من الكرات n عدد عناصر فضاء العيِّنة عند اختيار ••
2 هو
إذن عدد عناصر Ω : 25 = 32
قيمة وأصغر قيمة للمتغير كبير نسبيًا فيمكن تحديد أكبر Ω نظرًا لأن عدد عناصر

العنصر (5 بيضاء) ، والعنصر (5 زرقاء)

عدد الكرات البيضاء المرتبط بالعنصر

0 ↓ = ↓ 5 ↓ ... {(,,,,), ... ,(,,,,)} = Ω

: ، ثم كتابة بقية قِيَمه بين هاتين القيمتين ، على النحو الآتي X العشوائي

تتراوح بين 0 و 5 X ألاحظ أنّ قيم

نماذج من بقية العناصر :

(,,,,) → = 1 (,,,,) → = 2(,,,,) → = 3(,,,,)
→ = 4

{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } : هي X إذن ، مجموعة قِيَم المتغير العشوائي

•• تتطلَّب بعض المواقف تحديد عناصر حادث مُعيَّن في فضاء العيِّنة، مرتبط بقيمة مُحدَّدة من قِيَم المتغير العشوائي في التجربة. ففي تجربة إلقاء
على عدد مرّات ظهور الكتابة ، فإنَّ X قطعتي نقد مرَّة واحدة ، إذا دلَّ المتغير العشوائي يرتبط بالقيمة 1، وعنصر الحادث {(H , T)} = A } عنصر الحادث
{ C = {(T , T 2 يرتبط بالقيمة 0 ، وعنصر الحادث {(H , H)} = B } يرتبط بالقيمة

مثال :

في تجربة سحب بطاقتين عشوائيًّا على التوالي من صندوق يحوي 8 بطاقات مُتماثِلة، كلٌّ على مجموع العددين الظاهرين X منها تحمل رقمًا من 0 إلى 7 ، إذا دلَّ المتغير العشوائي في X = 10 على البطاقتين المسحوبتين ، فأجد الحادث الذي ترتبط جميع عناصره بالقيمة الحالات الآتية :

a) إذا كان السحب مع الإرجاع.

b) إذا كان السحب بدون إرجاع.

الحل :

، فتكون عناصره هي الأزواج المُرتَّبة التي مجموع A أفرض أنَّ الحادث المطلوب هو إحداثييها يساوي 10 :

a) إذا كان السحب مع الإرجاع.

المجاميع المُمكِنة للعدد 10 باستخدام البطاقات إذا كان السحب مع الإرجاع :

3 + 7 =10 7 + 3 =10 4 + 6 =10 6 + 4 =10 5 + 5 =10

إذن عناصر الحادث A :

{(3 , 7) , (7, 3) , (4 , 6) , (6 , 4) , (5 , 5)} = ؟

أُلاحِظ أنَّ المجموع 5 + 5 مُمكِن؛ لأنَّ السحب مع الإرجاع.

---

b) إذا كان السحب بدون إرجاع.

المجاميع المُمكِنة للعدد 10 باستخدام البطاقات إذا كان السحب بدون إرجاع :

3 + 7 =10 7 + 3 =10 4 + 6 =10 6 + 4 =10

إذن عناصر الحادث A : $A = \{(3,7), (7,3), (4,6), (6,4)\}$

أُلاحِظ أنَّ المجموع $5 + 5$ غير مُمكِن ؛ لأنَّ السحب بدون إرجاع.