التوافيق

Combinations

فكرة الدرس : تعرُّف التوافيق ، واستعمالها في حَلِّ مسائل حياتية.

y وَ x أحيانًا لا يكون مهمًّا ترتيب العناصر المختارة عشوائيًّا . فمثلًا ، اختيار شخصين
x من الأشخاص ، لا يتطلَّب اهتمامًا بالترتيب؛ لأنَّ الترتيب n لتشكيل لجنة من مجموعة فيها
ضمن اللجنة. x y هو نفسه الترتيب y
على 2 ! ، مُهمِلًا �2� لكي أجد عدد طرائق الاختيار المُمكِنة في هذه الحالة ؛ أَقسِم
التكرار ، فيما يُعرَف بالتوافيق.

مفهوم أساسي (التوافيق)

بالكلمات: عدد توافيق n من العناصر ، أُخِذ منها r كل مرَّة، هو :

$$�rn = n!r! (n-r)!$$

حيث : n , r : عددان صحيحان موجبان ، و $r \leq n$

مثال : عدد توافيق 8 عناصر ، أُخِذ منها 3 عناصر كل مرَّة ، هو :

C38 = 8!3! (8-3)! = 56

حالات خاصة للتوافيق :

- **�0� =1** مثال ، : �06 = 6!0! (6-0)! =1
- �1� = � مثال ، : �16 = 6!1! (6-1)!= 6×5!1×5! = 6
- **��� =1** مثال ، : �66 = 6!6! (6-6)!= 6!6!×1 = 1

مثال 1 :

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي :

�) (�28)× (�35)

�) (�29) + (�46)

الحل :

�) (�29) + (�46)= 9!2!(9−2)! + 6!4!(6−4)!	تعريف التوافيق
=9×8×7!2!×7! + 6×5×4!4!×2!	باختصار العناصر المشتركة في البسط والمقام
= 36 + 15	بالتبسيط
= 51	الناتج

�) (�28)× (�35) = 8!2!(8−2)!×5!3!(5−3)!	تعريف التوافيق
= 8×7×6!2!×6! × 5×4×3!3!×2!	باختصار العناصر المشتركة في البسط والمقام
= 28 × 10	بالتبسيط
= 280	الناتج

مثال 2 :

أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها اختيار طالبينِ من بين 5 طلاب (وسيم ، تامر ، سمير ، أيمن ، كريم) مُترشحين للمُشاركة في نشاط مدرسي .

الحل :

نظرًا إلى عدم أهمية الترتيب في هذه المسألة ، وعدم وجود فرق في الاختيار بين (وسيم، تامر) و(تامر ، وسيم) ؛ أستخدم التوافيق لإيجاد عدد طرائق اختيار طالبينِ من بين المُترشحين الخمسة ، كما يأتي :

تعريف التوافيق
الناتج

C25 = 5!2! (5-2)!
=10

يُمكِن استعمال مبدأ العَدِّ الأساسي، والتباديل، والتوافيق في المواقف التي تتطلّب إيجاد عدد العناصر المُمكِنة لفضاء العيّنة لتجربة عشوائية، أو
إيجاد عدد العناصر التي يتكوَّن منها حادث مُعيَّن في تلك التجربة، حيث يكون عدد العناصر هو عدد طرائق الاختيار ضمن شروط مُحدَّدة.

مثال 3 :

يحتوي صندوق على 4 كرات خضراء مُرقَّمة من (4 - 1) ، و 3 كرات زرقاء مُرقَّمة من (3 - 1) جميعها مُتماثِلة :

1) أجد عدد الطرائق المُمكِنة لسحب كرتين خضراوين عشوائيًّا من الصندوق إذا سُحِبت الكرات دفعةً واحدةً.

الحل :

عدد الطرائق التي يُمكِن بها سحب كرتين خضراوين ، حيث عدد الكرات $n(A)$ أفترض أنَّ الخضراء جميعها يساوي 4 كرات ، وترتيب سحب الكرات ليس مهمًّا ؛ (لأنّ السحب دفعة واحدة):

�(�) = �24   عدد طرائق سحب عنصرين من بين 4 عناصر

�24 = 4!2! (4-2)! =4×3×2! 2!×2!   بالتعويض في قانون التوافيق

�24 = 6   الناتج

2) أجد عدد الطرائق المُمكِنة لسحب كرتين زرقاوين وكرة واحدة خضراء عشوائيًّا من الصندوق إذا كان السحب على التوالي من دون إرجاع.

الحل :

أفترض أنَّ $n(B)$ عدد الطرائق التي يُمكِن بها سحب كرتين زرقاوين وكرة خضراء .

أُلاحِظ أنَّ الترتيب مهم في هذه المسألة. فمثلًا ، سحب الكرات (زرقاء 1، زرقاء 2، خضراء1) يختلف عن سحب الكرات (زرقاء 1، خضراء 1، زرقاء 2)

(زرقاء 1، خضراء 1، زرقاء 3) ، (خضراء 3 ، خضراء 4 ، زرقاء 3) . أُلاحِظ أيضًا أنَّ العدد الكلي للكرات الخضراء في الصندوق 4 كرات، وأنَّ العدد الكلي للكرات الزرقاء في الصندوق 3 كرات :

اختيار عنصرين من بين 3 عناصر ، واختيار عنصر واحد من بين 4 عناصر

14� × 23� = (�)� وهنا أستخدم مبدأ العَدِّ الأساسي لإيجاد عدد الطرائق المُمكِنة لسحب كرتين زرقاوين وكرة واحدة خضراء ، وذلك بضرب 23� في 14�

= 3!(3-2)! ×4! (4-1)!	بالتعويض في قانون التباديل (لأنّ الترتيب مهم في هذه المسألة)
= 6 × 4	بالتبسيط
= 24	الناتج