مضروب العدد
Factorial

فكرة الدرس : تعرُّف مضروب العدد الصحيح غير السالب، واستعماله في حَلِّ مسائل حياتية.

- الذي يُقرأ : مضروب العدد ثلاثة 3 ! يُمكن التعبير عن 1 × 2 × 3 باستعمال الرمز.

مفهوم أساسي (مضروب العدد)

بالكلمات : هو حاصل ضرب الأعداد الصحيحة الموجبة n مضروب العدد الصحيح الموجب n التي هي أصغر من (أو تساوي)

بالرموز : $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 1$

مثال :

أجد ناتج كلٍّ ممّا يأتي:

) 5! -) 9 - 6!) 5!

) 4!+0! (3!-5)!) 8! 6! 2!

الحل :

تعريف المضروب

) 5! = 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 120

بإيجاد ناتج الطرح أولاً ، ثم ناتج المضروب

) (9 - 6)! = 3! = 3 × 2 × 1 = 6

بإيجاد ناتج مضروب كل من العددين ثم الطرح

) 5! - 2! = (5 × 4 × 3 × 2 × 1) - (2 ×1) = 120 - 2 = 118

باختصار العناصر المتشابهة في البسط والمقام

) 8! 6! = 8 × 7 ×6!6! = 56

في البسط مضروب الصفر = 1 ، إذن ناتج البسط = 25 في المقام الأولوية

) 4!+0! (3!-5)! = 24+1(6-5)!= 251! = 25

لما داخل القوس فينتج
مضروب الواحد = 1

- **. يُمكن استعمال مضروب العدد لحل المسائل بدلًا من استعمال مبدأ العدِّ الأساسي**

: مثال

يريد سامي قراءة 4 كتب لديه ، بكم طريقة يُمكنه ترتيب قراءة هذه الكتب ؟

: الحل

يُمكِن تحديد عدد هذه الطرائق باستعمال مضروب العدد 4 ؛ لأنَّ سامي يريد ترتيب قراءة 4 كتب ، لكلٍّ منها عدد من البدائل من دون تكرار ، فيكون عدد الطرائق مساويًا لمضروب العدد 4 :

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad = 24$$

. إذن : عدد طرائق ترتيب قراءة 4 كتب = 24 طريقة

- **يُمكن أيضًا استعمال المضروب لإيجاد عدد طرائق ترتيب عناصر مجموعة ؛ سواء أكانت بعض العناصر مُكرَّرة أم لا.**

: مثال

: أجد عدد الطرائق المُمكِنة لترتيب حروف كل كلمة ممّا يأتي

a) FLOWERS

b) SUCCESS

الحل :

a) FLOWERS

تحوي 7 أحرف مختلفة غير مُكرَّرة ، وأنَّ عدد الطرائق (FLOWERS) أُلاحِظ أنَّ كلمة المُمكنة لترتيب هذه الأحرف يساوي مضروب العدد 7 :

$$7! = 5040$$

إذن ، يوجد 5040 كلمة يُمكِن تكوينها من تراتيب مختلفة للأحرف السبعة.

---

b) SUCCESS

تحوي 7 أحرف ، تَكرَّر منها الأحرف الآتية (SUCCESS) أُلاحِظ أنَّ كلمة لا يُؤثِّر في الحلّ ترتيب الأحرف المُكرَّرة والمتشابهة. 2 , 1 , 3 , 2 , 1 :

لذا تستثنى طرائق ترتيب الأحرف المُكرَّرة 1, 2 و 2 , 1 فمثلاً، لا فرق بين عند عَدِّ الطرائق الكلية المُمكِنة لتراتيب أحرف الكلمة ، وذلك بالقسمة على عدد طرائق ترتيب الأحرف المُكرَّرة فيها.

$7! = 5040$	عدد طرائق ترتيب 7 أحرف مختلفة	
$3! = 6$	عدد طرائق ترتيب الحرف المُكرَّر S	
$2! = 2$	عدد طرائق ترتيب الحرف المُكرَّر C	إذن، توجد 420 طريقة لترتيب أحرف كلمة (SUCCESS)
$\frac{7!}{(3!)\,(2!)} = 5040 \div 6 \times 2 = 420$	باختصار عدد طرائق ترتيب الأحرف المكررة	