مبدأ العد الأساسي
Fundamental Counting Principle

فكرة الدرس : تعرُّف مبدأ العَدِّ الأساسي ، واستعماله في حلِّ المسائل.

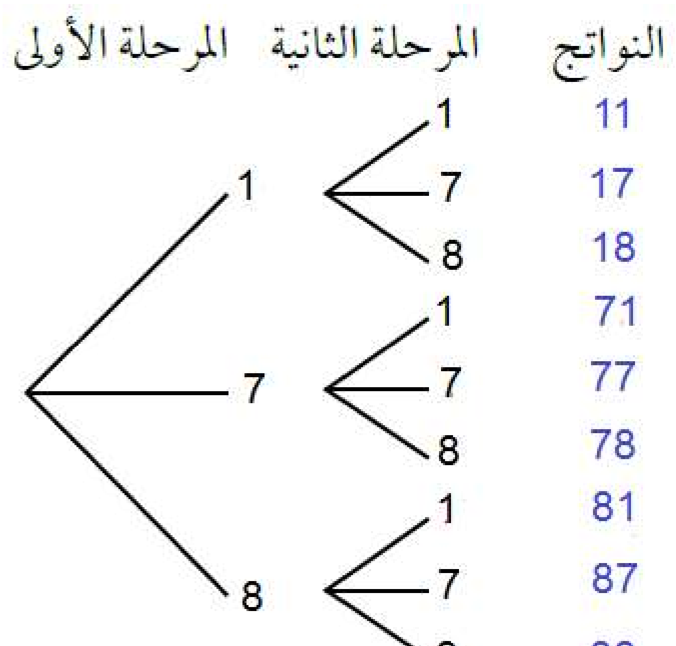
تعلَّمْتُ سابقًا بعض طرائق تحديد عناصر فضاء العيّنة لتجربة عشوائية ، مثل : المُخطَّط •• الشجري ، والجداول ، والقوائم المنظمة ؛ لذا يُمكِن الاستفادة منها في تحديد عدد الطرائق المُمكِنة لإجراء تجربة ما.

مثال 1 :

أجد باستخدام كلٍّ من الطرائق الآتية عدد الطرائق المُمكنة لتكوين رقم سري من منزلتين باستعمال الأرقام : 8 , 7 , 1 ، علمًا بأنَّه يجوز تكرار الرقم في المنزلتين.

الحل :

1- المُخطَّط الشجري :



ارسم شكل شجرة مُكوّنة من مرحلتين ؛ الأولى تُمثّل خيارات رقم منزلة العشرات ، والثانية تُمثّل خيارات رقم منزلة الآحاد كما في الشكل المجاور.

بعد عَدِّ النواتج ، أُلاحظ أنَّه يُمكن تكوين رقم سري من منزلتين ب 9 طرائق مختلفة.

2- الجدول :

أعدّ الطرائق المُمكنة لذلك بتنظيم الأرقام السرية التي يُمكن تكوينها باستعمال جدول على النحو الآتي :

	1	7	8
1	11	17	18
7	71	77	78
8	81	87	88

3 - القائمة المنظمة :

أعدّ الطرائق المُمكنة لذلك بكتابة قائمة منظمة ، يقترن فيها كل رقم من منزلة العشرات بجميع الأرقام المُمكنة لمنزلة الآحاد في الرقم السري على النحو الآتي :

11	17	18
71	77	78
81	87	88

- في كثير من الحالات يكون الاهتمام بمعرفة عدد الطرائق التي يُمكن بها إجراء تجربة عشوائية مُكوَّنة من مراحل عِدَّة، من دون اهتمام بمعرفة النواتج نفسها، فيُستعمل مبدأ العدِّ الأساسي لإيجاد عدد الطرائق المُمكنة لإجراء التجربة ؛ بضرب عدد الطرائق المُمكنة في كل مرحلة من مراحلها بعضها في بعض.

مفهوم أساسي (مبدأ العد الأساسي)

إذا كان عدد الطرائق المُمكنة في المرحلة الأولى هو �1 ، وعدد الطرائق المُمكنة في المرحلة الثانية هو �2 ، ... ، وعدد الطرائق المُمكنة في المرحلة الأخيرة هو �� ، فإنَّ العدد الكلي للطرائق التي يُمكن تنفيذ التجربة بها هو : �1 × �2 × ... × �� للتجربة العشوائية التي يُمكن تنفيذها في n مرحلة ،

مثال 2 :

دخلت سيدة إلى محل خضار وأرادت اختيار ثلاثة أصناف من الفاكهة لشرائها ، بكم طريقة يُمكنها الاختيار إذا كان عدد الأصناف المتوفرة في المحل 6 ؟

الحل :

باستخدام مبدأ العد الأساسي :

عدد طرائق اختيار الصنف الأول		عدد طرائق اختيار الصنف الثاني		عدد طرائق اختيار الصنف الثالث	
6	×	5	×	4	**= 120**

إذن ، يوجد 120 طريقة أمام السيدة لاختيار ثلاثة أصناف فاكهة من الستة أصناف الموجودة في المحل .

- يتأثَّر العدد الكلي للنواتج المُمكِنة للتجربة العشوائية بالشروط المُحدِّدة لكيفية تنفيذ مراحلها، مثل: السماح بتكرار اختيار العناصر أو عدم السماح بذلك، وتثبيت بعض العناصر في مواضع مُعيَّنة.

مثال 3 :

بكم طريقة يُمكن تكوين عدد من ثلاثة منازل من الأرقام الآتية : 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 في الحالات الآتية :

a) إذا سُمح بتكرار الرقم في العدد .

b) إذا لم يُسمح بتكرار الرقم في العدد .

c) إذا سُمِح بالتكرار ، شرط وضع الرقم 4 في منزلة المئات.

d) إذا لم يُسمِح بالتكرار ، شرط وضع الرقم 5 في منزلة العشرات.

الحل :

a) إذا سُمح بتكرار الرقم في العدد .

أُلاحظ أنَّه يُمكن اختيار أيّ من الأرقام الخمسة في كل مرحلة.

باستعمال مبدأ العدِّ الأساسي ، فإنّ :

عدد طرائق اختيار الآحاد   عدد طرائق اختيار منزلة العشرات   عدد طرائق اختيار منزلة المئات

5 × 5 × 5 **= 125**

إذن ، يُمكن تكوين 125 عددًا مختلفًا .

---

b) إذا لم يُسمح بتكرار الرقم في العدد .

أُلاحظ أنَّ الرقم المُستعمَل في الخيار الأول لا يجوز تكراره في الخيار الثاني، وأنَّ الرقمين المُستعمَلين في الخيارين الأول والثاني لا يجوز استعمالهما في الخيار الثالث.

باستعمال مبدأ العَدِّ الأساسي ، فإنَّ :

عدد طرائق اختيار الآحاد   عدد طرائق اختيار منزلة العشرات   عدد طرائق اختيار منزلة المئات

5 × 4 × 3 **= 60**

إذن ، يُمكِن تكوين 60 عددًا مختلفًا.

---

c) إذا سُمِح بالتكرار ، شرط وضع الرقم 4 في منزلة المئات.

أُلاحِظ أنَّه توجد طريقة واحدة لاختيار الرقم (4) في منزلة المئات .

باستعمال مبدأ العَدِّ الأساسي ، فإنَّ :

عدد طرائق اختيار الآحاد   عدد طرائق اختيار منزلة العشرات   عدد طرائق اختيار منزلة المئات

5 × 5 × 1 **= 25**

إذن ، يُمكِن تكوين 16 عددًا مختلفًا.

---

d) إذا لم يُسمِح بالتكرار ، شرط وضع الرقم 5 في منزلة العشرات.

ألاحِظ أنَّه يوجد 4 طرق فقط لمنزلة المئات لوجود شرط وضع الرقم 5 في منزلة العشرات مع عدم السماح بالتكرار ، وتوجد طريقة واحدة لاختيار الرقم (5) في منزلة العشرات ، وتوجد ثلاث طرق لاختيار منزلة الآحاد.

باستعمال مبدأ العَدِّ الأساسي ، فإنَّ :

عدد طرائق اختيار الآحاد		عدد طرائق اختيار منزلة العشرات		عدد طرائق اختيار منزلة المئات
3	×	1	×	4

= 12

إذن ، يُمكِن تكوين 12 عددًا مختلفًا.