حل نظام متباينات خطية بيانيًا

حل نظام مُكوّن من متباينات خطية بيانيًا **: فكرة الدرس**

يتكون نظام المتباينات الخطية من متباينتين خطيّتين أو أكثر ، ويُطلق على مجموعة الأزواج المرتبة التي تُحقق جميع المتباينات اسم مجموعة الحل .

مثلًا : يتكون النظام الآتي من ثلاث متباينات :

2� + � > 3 ...... (1)3� - � < 0 ...... (2)4� + 3� ≥ 6 ...... (3)

(1)الزوج المرتب يحقق المتباينة الأولى $2\,(3) + (-1) = 5 > 3$ ✓

(2) الزوج المرتب يحقق المتباينة الثانية $3\,(-1) - 3 = -6 < 0$ ✓

(3) الزوج المرتب يحقق المتباينة الثالثة $4(3) + 3(-1) = 9 > 6$ ✓

أحد حلول هذا النظام ؛ لأنه يحقق المتباينات جميعها (3 , -1) يُمثل الزوج المُرتب .

•• علمًا أنه يوجد عدد لا نهائي من الأزواج المرتبة التي تحقق هذا النظام وليس (3 , - 1) فقط.

لحل نظام متباينات ، أمثل كل متباينة فيه بيانيًا على المستوى الإحداثي نفسه ثم أظلل المنطقة المشتركة بين مناطق حل المتباينات جميعها التي تمثل حل النظام .

مثال :

أمثل منطقة حل نظام المتباينات الآتي ، ثم أتحقق من صحة الحل .

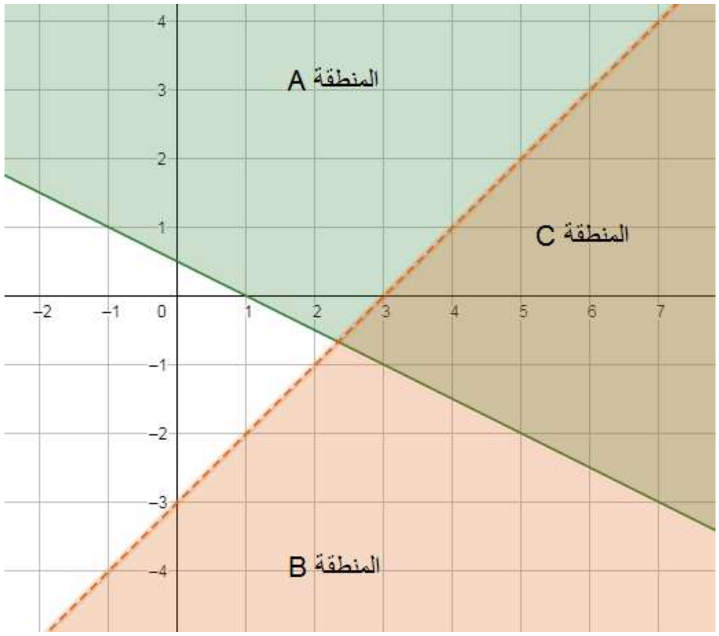
� + 2� ≥ 1 � - � > 3

الحل :

الخطوة 1 : أمثل المستقيمين الحدوديين :

� + 2� = 1 � - � = 3

الخطوة 2: تحديد منطقة التقاطع بين حليّ المتباينتين :



ألاحظ أنّ حل المتباينة � + 2� ≥ 1 هو المنطقتان A ، C وأنّ حل المتباينة � - � > 3 هو المنطقتان B ، C ، إذن المنطقة C المشتركة بين منطقتي حل المتباينتين هي منطقة حل نظام المتباينات .

الخطوة 3: أتحقق من صحة الحل :

أتحقق من صحة الحل باختيار زوج مرتب يقع في منطقة حل النظام C مثل (5 ، 1) ثم

المتباينة الأولى	� + 2� ≥ 1 5 + 2(1) = 7 , 7 ≥ 1 ✓
المتباينة الثانية	� - � > 3 5 - 1 = 4 , 4 > 3 ✓

أعوضه في متباينات النظام جميعها :

•• لا يكون لنظام المتباينات حل أحياناً ؛ لعدم وجود منطقة مشتركة بين مناطق حل المتباينات المُكونة له ، عندئذ تكون مجموعة الحل هي المجموعة الخالية .

: مثال

أمثل منطقة حل نظام المتباينات الآتي:

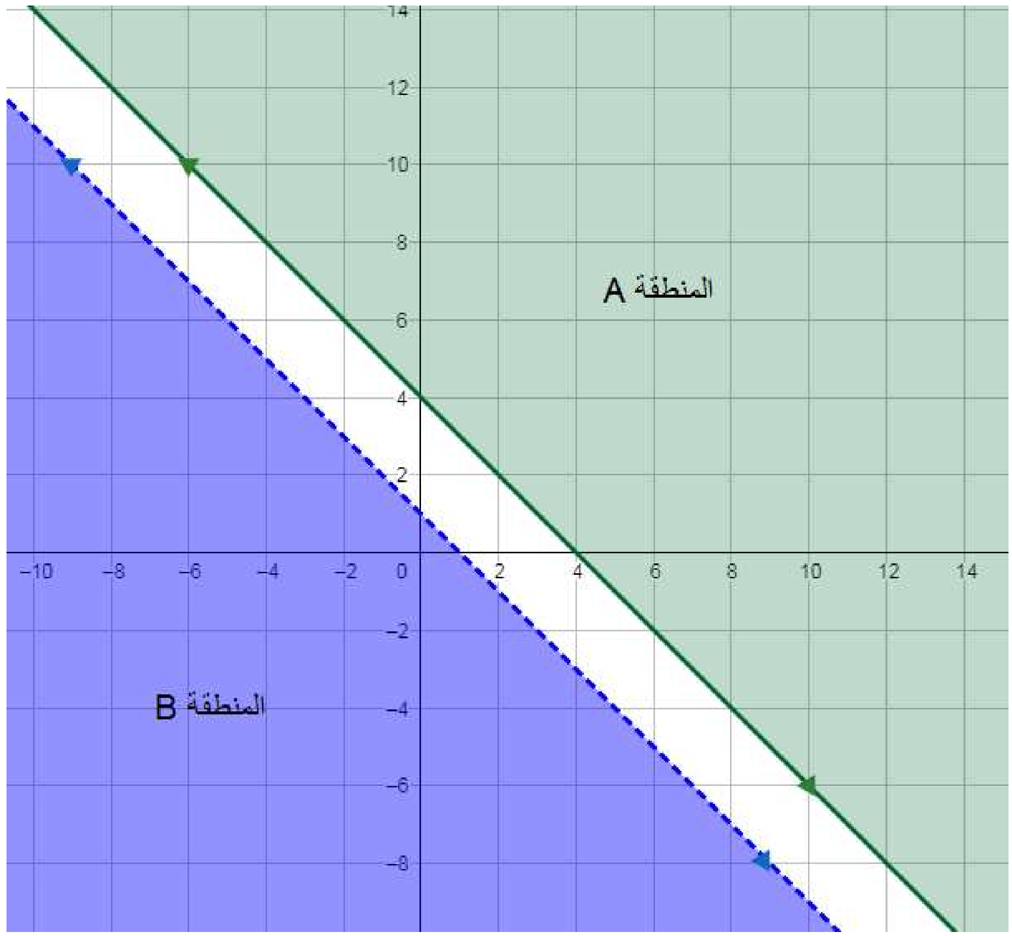
�+� ≥ 4�+� < 1

: الحل

أمثل بيانيًا المستقيمين الحدوديين :

�+� = 4�+� = 1

على المستوى الإحداثي نفسه ، وأستخدم لونين مختلفين لتظليل منطقتي الحل ، كما في الشكل المجاور ألاحظ أنّ حل المتباينة $x + y \geq 4$ هو المنطقة A ، وأنّ حل المتباينة $x + y < 1$ هو المنطقة B ، وأنه لا يوجد تقاطع بين منطقتي حل المتباينتين . إذن حل النظام هو المجموعة الخالية .



•• قد يحوي النظام أكثر من متباينتين ،عندئذ تكون منطقة الحِل هي المنطقة المشتركة بين مناطق حِّل المتباينات جميعها.

: مثال

أمثل منطقة حل نظام المتباينات الآتي:

� + � ≤ 1� - � > 2� < 4

الحل :

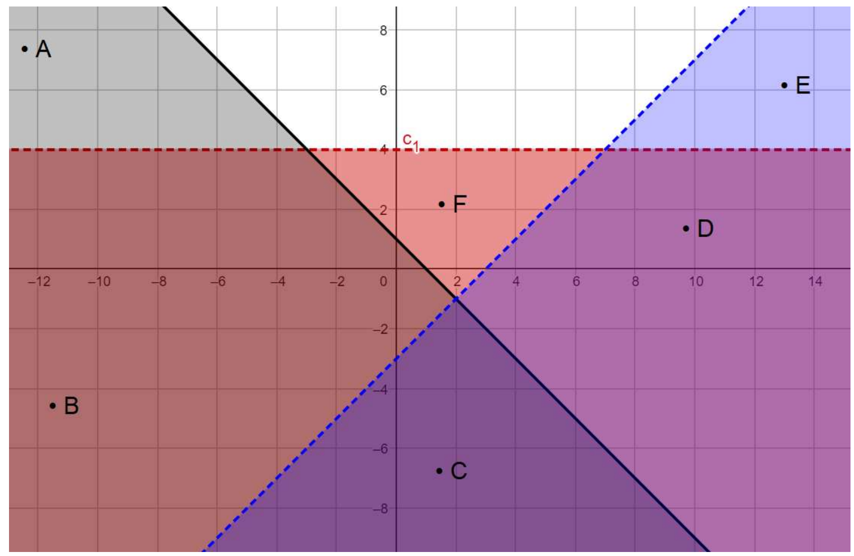
أُمثِّل بيانيًّا المستقيمات الحدودية **: الخطوة 1**

:

� + � = 1� - � = 2� = 4

على المستوى الإحداثي نفسه كما في الشكل المجاور.

تحديد منطقة الحل **: الخطوة 2**



أُظلِّل منطقة حل المتباينة : $x + y \geq 1$ ، و هي المناطق: .A, B, C

أُظلِّل منطقة حل المتباينة : $x - y > 2$ ، و هي المناطق: .E, D, C

أُظلِّل منطقة حل المتباينة: $y < 4$ ، و هي المناطق: .F, D, E, C

أُلاحظ أنَّ المنطقة C هي المنطقة المشتركة بين مناطق حل المتباينات الثلاث. إذن ، هي منطقة حل النظام.

مثال :

مع عبير 40 ديناراً ، أرادت أن تشتري بها صنفين من الشوكولاتة ، إذا كان سعر العلبة من الصنف الأول 9 دنانير ، وسعر العلبة من الصنف الثاني 4 دنانير ،

فما عدد علب الشوكولاتة من كِلا الصنفين التي ممكن أن تشتريها عبير إذا أرادت شراء 4 علب على الأقل .

الحل :

: أكوّن المتباينات من معطيات السؤال

أفرض عدد علب الشوكولاتة التي ستشتريها عبير

وعدد علب الشوكولاتة من ، x من الصنف الأول

y الصنف الثاني

4 ≥ � + � : متباينة عدد العلب

9� + 4� ≤ 40 : متباينة الثمن

: أمثل المتباينات في المستوى الإحداثي نفسه

، وهي 4 ≥ � + � أظلل منطقة حل المتباينة

A , B المناطق

وهي 9� + 4� ≤ 40 أظلل منطقة حل المتباينة

A , C المناطق

A المنطقة المشتركة هي

، ويؤخذ منها فقط A إذن حل النظام هي المنطقة

الأعداد الصحيحة الموجبة ، لأن أعداد علب

. الشوكولاتة لا تكون إلا أعداد صحيحة موجبة