# احتمال المتغير العشوائي
# Probability of a Random Variable

**فكرة الدرس :** إيجاد احتمالات قِيَم متغير عشوائي في تجربة عشوائية.

التوزيع الاحتمالي للتجربة العشوائية هو اقتران يربط قِيَم المتغير العشوائي باحتمالات وقوعها في التجربة، ويُرمَز إلى اقتران التوزيع الاحتمالي بالرمز P(X) ، وقد يُكتَب في صورة P(X = x).

- مجال التوزيع الاحتمالي هو مجموعة قِيَم المتغير العشوائي، ومداه مجموعة قِيَم الاحتمالات المقابلة.
- يُمكِن التعبير عن اقتران التوزيع الاحتمالي بصورة جدول، أو تمثيل بياني.

**مثال :**

على عدد مرّات X في تجربة إلقاء ثلاث قطع نقد متمايزة عشوائيًّا، إذا دلَّ المتغير العشوائي ظهور الصورة، فأجد كل مما يأتي :

**a)** التوزيع الاحتمالي في صورة جدول.

**b)** التوزيع الاحتمالي في صورة تمثيل بياني.

**الحل :**

- فضاء العيّنة لهذه التجربة هو

: $\Omega = \{(H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (T,H,H), (H,T,T), (T,H,T), (T,T,H), (T,T,T)\}$

- القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3
- وبذلك تكون قِيَم اقتران التوزيع الاحتمالي X أجد احتمال كل قيمة للمتغير العشوائي ، هي :

للمتغير العشوائي X :

$$P(X = 0) = \frac{1}{8} \quad , \quad P(X = 1) = \frac{3}{8} \quad , \quad P(X = 2) = \frac{3}{8} \quad , \quad P(X = 3) = \frac{1}{8}$$

**a)** التوزيع الاحتمالي في صورة جدول.

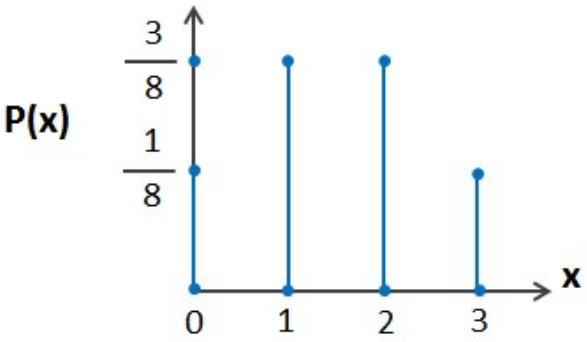
أنشئ جدولاً على النحو الآتي :

| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|

| P(x) | 18 | 38 | 38 | 18 |
|---|---|---|---|---|

**b)** التوزيع الاحتمالي في صورة تمثيل بياني

أضع قِيَم المتغير العشوائي على المحور الأفقي، وقِيَم الاحتمال المقابلة لها على المحور الرأسي، ثم أرسم الأعمدة البيانية كما في الشكل المجاور.




ألاحظ أنّ

هو 1 P(x) مجموع قِيَم اقتران التوزيع الاحتمالي ، أي أنّ 18+38+38+18=1 :

---

## مفهوم أساسي (اقتران التوزيع الاحتمالي)

هو P(x) متغيرًا عشوائيًّا ، فإنَّ مجموع قِيَم اقتران التوزيع الاحتمالي X إذا كان **: بالكلمات**

1

**: بالرموز** إذا كان X متغيرًا عشوائيًّا ، فإنَّ ∑(𝑥) = 1

- إنَّ معرفة مجموع احتمالات قِيَم المتغير العشوائي في تجربة عشوائية تساعد على إيجاد احتمالات مجهولة، واحتمالات ضمن شروط مُحدَّدة على قِيَم المتغير العشوائي.

**مثال :**

كما في الجدول الآتي X في تجربة عشوائية ، كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | 0.1 | 0.15 | 2K | 0.2 | 0.15 |

**1)** أجد قيمة K

**2)** أجد قيمة $P(1 \le x \le 3)$

**الحل :**

$0.1 + 0.15 + 2x + 0.2 + 0.15 = 1$

$2x + 0.6 = 1$

$2x = 0.4$

$x = 0.2$

لأنّ $\sum P(x) = 1$

بتجميع الحدود المتشابهة

بطرح 0.6 من طرفي المعادلة

بقسمة طرفي المعادلة على 2

**1)** أجد قيمة K

**2)** أجد قيمة $P(1 \le x \le 3)$

أجمع احتمالات قيم المتغير العشوائي ضمن الشرط المُحدَّد ، مع ملاحظة

$P(1 \le x \le 3) = P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$ بتحديد قِيَم المتغير العشوائي ضمن الشرط المُحدَّد

$= 0.15 + 0.4 + 0.2$ بتعويض قِيَم الاحتمالات

$= 0.75$ بالجمع

أنّ $P(x=2) = 2x = 2 \times 0.2 = 0.4$

- في صورة مجموعة من X يُمكِن أيضًا تمثيل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي لها y لها مجموعة قِيَم المتغير العشوائي، وإحداثيات x الأزواج المُرتَّبة التي إحداثيات احتمالات الحوادث المرتبطة بقِيَم المتغير العشوائي مجموعة.

**مثال :**

مُعرَّفًا على النحو الآتي X في تجربة عشوائية ، كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي :

$$\{(1, 3a), (2, a), (3, a)\}$$

**1)** أجد قيمة a.

**2)** أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي.

**3)** أجد $P(X < 3)$.

**الحل :**

لأنّ : $\sum P(x) = 1$

$3a + a + a = 1$

بتجميع الحدود المتشابهة

$5a = 1$

بقسمة طرفي المعادلة على 5

$a = 0.2$

**1)** أجد قيمة a.

**2)** أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي.

| x | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|

| P(x) | 0.6 | 0.2 | 0.2 |
|---|---|---|---|

بتحديد قِيَم المتغير العشوائي ضمن الشرط المُحدَّد

بتعويض قِيَم الاحتمالات

بالجمع

$$P(X < 3) = P(X=1) + P(X=2)$$

$$= 0.6 + 0.2$$

$$= 0.8$$

**3)** أجد $P(X < 3)$

---

- يُمكِن حساب احتمالات قِيَم المتغير العشوائي باستعمال مبدأ العَدِّ ، والتباديل ، والتوافيق.

**مثال :**

في تجربة سحب كرتين عشوائيًّا على التوالي من دون إرجاع من كيس فيه 4 كرات حمراء، و 3 كرات زرقاء، جميعها مُتماثِلة، إذا دلَّ المتغير العشوائي X على عدد الكرات الزرقاء في السحبة، فأُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي x.

**الحل :**

**الخطوة 1 :** أجد قِيَم المتغير العشوائي.

$$X = \{ 0, 1, 2 \}$$

$P(X = 0) = {}_3C_0 \times {}_4C_2 \div {}_7C_2 = 27$ كرة خضراء ، و كرتان حمراء 0

$P(X = 1) = {}_3C_1 \times {}_4C_1 \div {}_7C_2 = 47$ كرة خضراء ، و 1 كرة حمراء 1

**الخطوة 2 :** أجد احتمالات قِيَم المتغير العشوائي.

كرة خضراء ، و 0 كرة حمراء 2 $P(x=2) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{12}{100} = 17$

**الخطوة 3 :** أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي.

| 2 | 1 | 0 | **x** |
|---|---|---|---|
| 17 | 47 | 27 | **P(x)** |