الاقترانات

Functions

تَعرُّفُ العلاقة، وتحديدُ ما إذا كانت العلاقةُ اقترانًا أم لا **:** فكرة الدرس.
تحديدُ مجالِ الاقترانِ ومداهُ.

أولًا : العلاقة والاقتران

للأزواج المُرتبة هو x تمثِّل أيُّ مجموعة من الأزواج المُرتبة علاقة ؛ حيث الإحداثيُّ
هو المُخرجات، ويمكن التعبير عن العلاقة y المُدخلات، والإحداثيّ

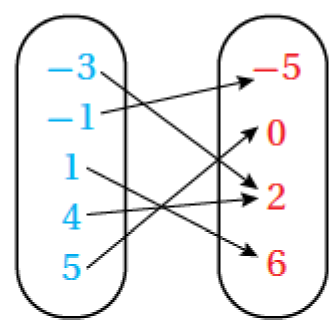
بطرائق مختلفة ، منها : الأزواج المُرتبة ، والتمثيل البيانيّ ، وجدول المُدخلات والمُخرجات ،
والمُخَطَّطُ السهميّ. فمثلاً، تُمثل مجموعة الأزواج

: المُرتّبة الآتية علاقة

{(1, 6), (-3, 2), (5, 0), (-1, -
5), (4, 2)}

ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بطرائق مختلفة، كما يأتي:

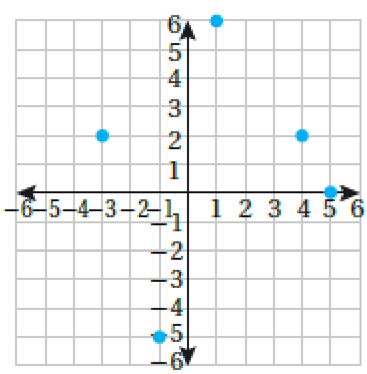
مُخَطَّطٌ سهميٌّ



جدولُ مُدخلاتٍ وَمُخرجاتٍ

x	y
1	6
−3	2
5	0
−1	−5
4	2

تمثيلٌ بيانيٌّ



تُسمّى مجموعة مُدخلات العلاقة المجال ، أمّا مجموعة مُخرجات العلاقة فَتُسمّى المدى ، وَتُسَمّى العلاقةُ التي تربطُ كلَّ عنصرٍ في مجالِها

بعنصرٍ واحدٍ فقط من المَدى اقترانًا.

: مثال

: أُحَدِدُ مجالَ كلِّ علاقة ممّا يأتي وَمَداها، ثمَّ أُحَدِّد ما إذا كانت تمثِّل اقترانًا أم لا

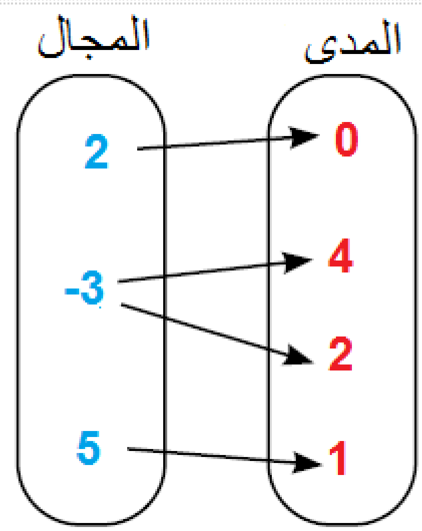
: الحل

المجالُ: { 2 , -3 , 5 }

المَدى: { 0 , 4 , 2 , 1 }

أُلاحِظُ ارتباطَ العنصر 3- في المجال بالعنصرينِ 4 وَ 2 في المَدى. إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا.

1)



2)

x	3-	0	2	4
y	1	4	6	8

: الحل

المجالُ: { 4 , 2 , 0 , -3}

المَدى: { 8 , 6 , 4 , 1}

أُلاحِظُ ارتباطَ كلِّ عنصُرٍ في المجالِ بعنصرٍ واحدٍ في المَدى. إذنْ، تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا.

3) {(0, 0) , (1, 1) , (2, 4) , (-1, 1) ,(-2, 2) }

: الحل

المجالُ: {2- , 1- , 2 , 1 , 0}

المَدى: { 2 , 4 , 1 , 0}

•• أتعلَّمُ **:** يمكنُ أنْ يرتبطَ أكثرُ منْ عنصرٍ في مجالِ الاقترانِ بعنصرٍ واحدٍ في مداهُ.

أُلاحِظُ ارتباطَ كلِّ عنصرٍ في المجالِ بعنصرٍ واحدٍ في المَدى. إذنْ، تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا.

ثانيًا : الاقترانُ المُتَّصِلُ والاقترانُ المُنفَصِلُ

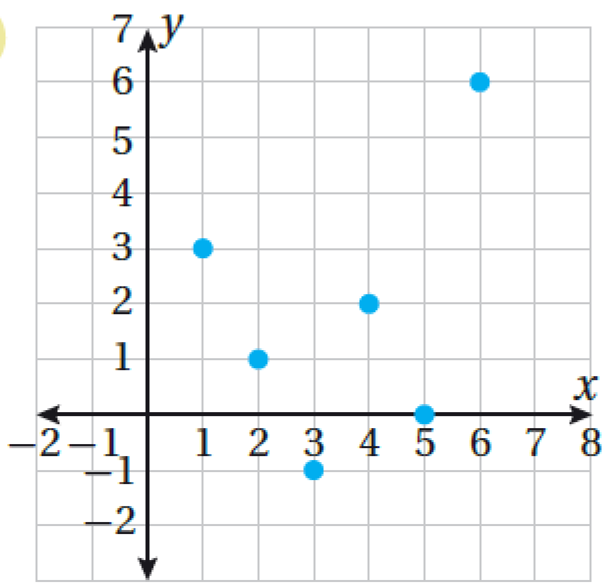
الاقتران الذي يُمَثِّلُ بخطٍّ أو منحنًى دون انقطاعٍ فَيُسمى ، أمّا اقترانًا مُنفَصِلًا يُسَمّى الاقتران الذي يُمَثّل في المُستوى الإحداثيّ بنقاط غير مُتَّصلة

اقترانًا مُتّصِلًا .

يمكنُ تحديدُ مجال الاقترانات المُنفصلة والمُتّصلة وَمداها من خلال تمثيلِها بيانيًّا، كما في ••
المثال الآتي :

مثال :

1



.الاقتران المُمَثّل في الشكل المُجاور مُنفَصل؛ لأنَّ تمثيل

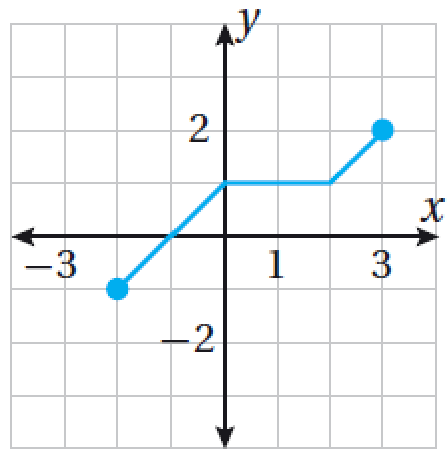
.لتحديد مجال الاقتران ومداه، أكتب الأزواج المُرتبة وأ

الأزواج المُرتبة : {(6 , 6), (5 , 0), (4 , 2),

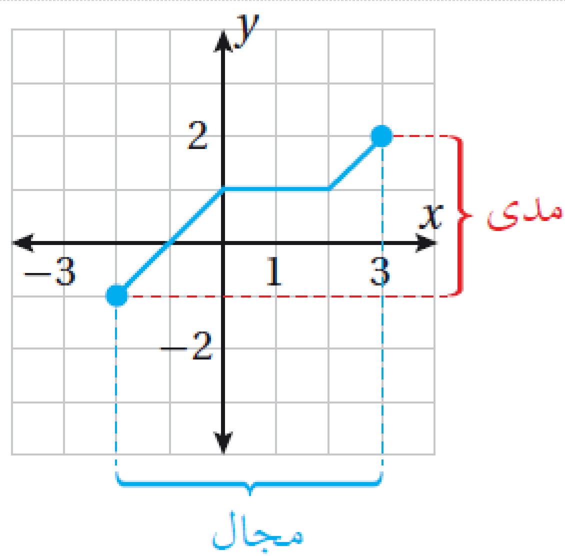
المجال : { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } المدى: { 0 , 6

أحَدّدُ ما إذا كانَ كلُّ اقترانٍ ممّا يأتي مُنفصلًا أمْ مُتَّصلًا ، ثمَّ أحَدّدُ مجالهُ وَمداهُ :

2



الاقتران المُمثل في الشكل المُجاور مُتّصِلٌ؛ لأنَّ تمثيله
انقطاعٍ.



، التي تمثِّلُ المجالَ وَالمَدى كما في الشكل المجاور y

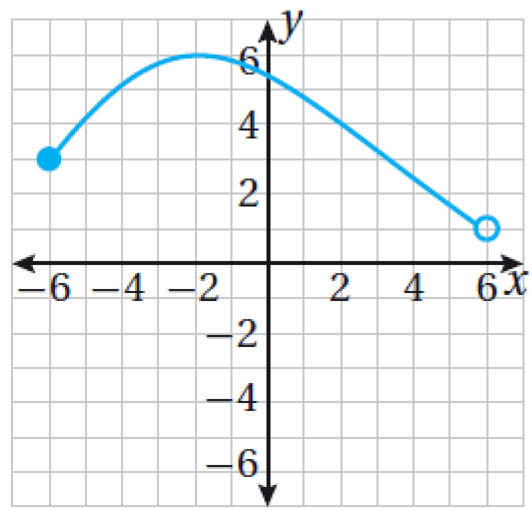
المجال : { x | -2 ≤ x ≤ 3 } أوِ الفترةِ [-2 , 3].

المَدى : { y | -1 ≤ y ≤ 2 } أوِ الفترةِ [-1 , 2].

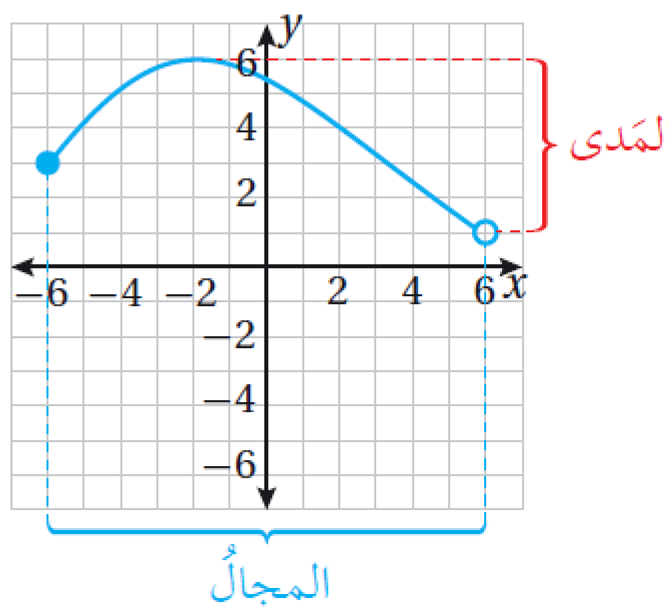
أتعلَّمُ :

- يُكتَبُ مجالُ الاقترانِ المُنفَصِلِ وَمَداهُ على شكلِ مجموعةٍ مِنَ العناصرِ المُنفَصِلَةِ.
- يُكتَبُ مجالُ الاقترانِ المُتَّصِلِ وَمَداهُ على شكلِ فتراتٍ أوْ مُتبايناتٍ.

3



الاقترانُ المُمَثَّلُ في الشكلِ المُجاورِ مُ
منحنًى ليسَ فيهِ انقطاعٌ.



التي تُمَثِّلُ المجالَ والمَدى كما في الش
المجاور

$| -6 \leq x < 6 \}$ أوِ الفترةِ $[-6 , 6)$

$y | 1 < y \leq 6 \}$ أوِ الفترةِ $(1 , 6]$

لا ينتمي إلى مَدى الاقترانِ بسببِ قيمةِ y للزوجِ المُرَتَّبِ لا ينتمي إلى مجالِ الاقترانِ، والإحداثيَّ x تعني الدائر
.) ، وَيُعَبَّرُ عنْ ذلكَ عندَ كتابةِ الفتراتِ باستعمالِ الرمز) أو الرمزx

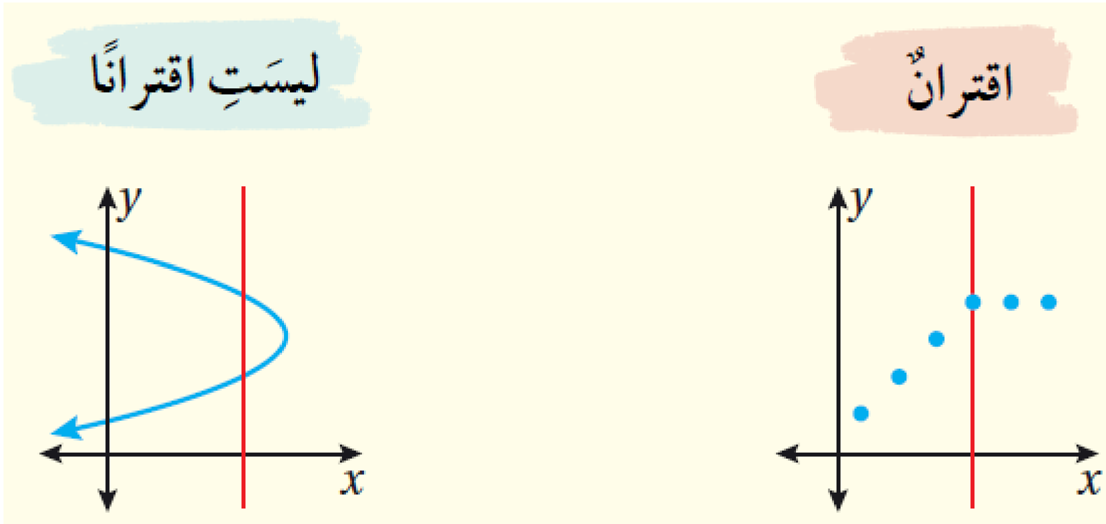
اختبارُ الخطِّ الرأسيِّ ••

.يُمكنُني استعمالُ اختبارِ الخطِّ الرأسيِّ لتحديدِ ما إذا كانَتِ العلاقةُ المُمَثَّلَةُ بيانيًّا تُمَثِّلُ اقترانًا أمْ لا

(مفهوم أساسيّ (اختبار الخطّ الرأسيّ

بالكلماتِ : تُعَدُّ العلاقةُ المُمَثَّلَةُ بيانيًّا اقترانًا إذا لم يَقطَعْ أيُّ خطٍّ رأسيٍّ تمثيلَها البيانيَّ في أكثرِ مِنْ نقطةٍ واحدةٍ.

أمثلةٌ :



مثال :

تُمَثِّلُ العلاقةُ المُمَثَّلَةُ في الشكلِ المُجاورِ اقترانًا؛ لأنَّهُ لا يوجَدُ خطٌّ رأسيٌّ يَمُرُّ بأكثرَ مِنْ نقطةٍ واحدةٍ في تمثيلِها البيانيِّ.

أَحَدِّدُ ما إذا كانت العلاقة المُمَثَّلَة بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي تُمَثِّل اقترانًا أم لا، مُبَرِّرًا إجابتي:

لا تُمَثِّلُ العلاقةُ المُعطى تمثيلُها البيانيُّ في الشكلِ المُجاورِ اقترانًا؛ لأنَّها تفشلُ في اختبارِ الخطِّ الرأسيِّ.
x = 2 فمثلًا ، يوجدُ مستقيمٌ رأسيٌّ يقطعُ التمثيلَ البيانيَّ في ثلاث نقاطٍ عندما

في المَدى y في المجالِ ترتبطُ بثلاثِ قِيَمٍ مختلفةٍ لِـ x = 2 وهذا يعني أنَّ القيمةَ.

يُبيّن الشكل المُجاور التمثيل البيانيّ لمُعادلة خطيَّة بمتغ

باست: $y = mx + b$ حيث ؛ $m \neq 0$ هو ميل المُستقيم

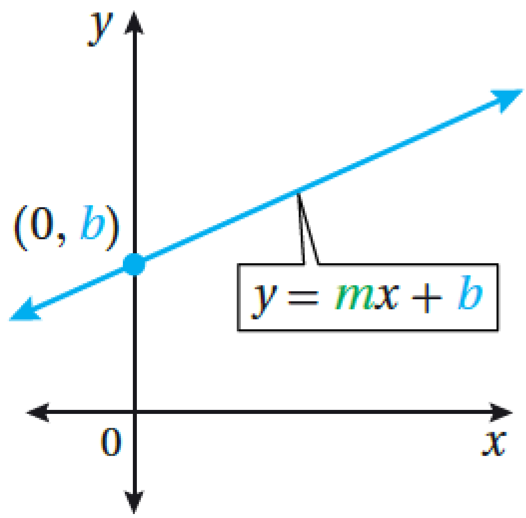
لهذه المعادلة يجتازُ اختبار الخطِّ الرأسِيِّ فإنَّها تُعَدُّ لهُ. و

اقترانًا ، وَيُسَمّى اقترانًا خطيًّا.

على الصورةِ الآتيةِ $f(x)$ يمكنُ أيضًا كتابةُ قاعدةِ الاق :

$f(x) = mx + b$

فَتُمَثِّل عناصر مَداه $f(x)$ ، أمّا قِيَمُ f عناصر مجال الاق



رمزُ الاقترانِ والاقترانُ الخطيُّ

مثال :

إذا كانَ $f(x) = 4x + 5$ ، فَأُجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ تِباعًا :

1) أجد $f(2)$.

الحل :

الاقترانُ المُعطى	$f(x) = 4x + 5$
بتعويض $x = 2$	$f(2) = 4(2) + 5$
بالتبسيطِ	$= 13$

2) أجد $f(-5) + 9$

المقدار المُعطى	$f(-5) + 9$
بتعويض $x = -5$ في الاقتران $f(x)$	$4(-5) + 5 + 9$
بالتبسيطِ	$-20 + 14 = -6$

الحل :

الاقترانُ المُعطى	$f(x) = 4x + 5$
بتعويض $f(x) = -7$	$-7 = 4x + 5$
بطرح 5 من طرفي المعادلة	$-12 = 4x$
بقسمة طرفي المعادلة على 4	$-3 = x$

1) أجد قيمةَ x التي تجعلُ $f(x) = -7$.

عندما $f(x) = -7$ ، فإنَّ $x = -3$ إذنْ، .

للاقترانات الخطية تطبيقات حياتية كثيرة. ••

مثال :

من الحقائب التي ينتجها أسبوعيًا ، إذا كان x ربح معمل من بيع $P(x) = 3x$ يُمَثِّلُ الاقترانُ الحد الأقصى لإنتاج هذه الحقائب في الأسبوع 50

حقيبة ، أَجِدُ مجالَ الاقترانِ وَمَداهُ.

الحل :

المجال :

أصغر قيمة لـ x تساوي صفر وأكبر قيمة $= 50$ ، إذن المجال : $[0, 50]$ $[0, 50]$

المدى :

أصغر قيمة لـ $d(x)$ عندما $x = 0$ $0) = 0$: فإنّ$d(x) = 3$ وأكبر قيمة لـ $d(x)$ ، عندما $x = 50$ إذن ، : $d(50) = 3(50) = 150$ $d(50) = 3(50) = 150$

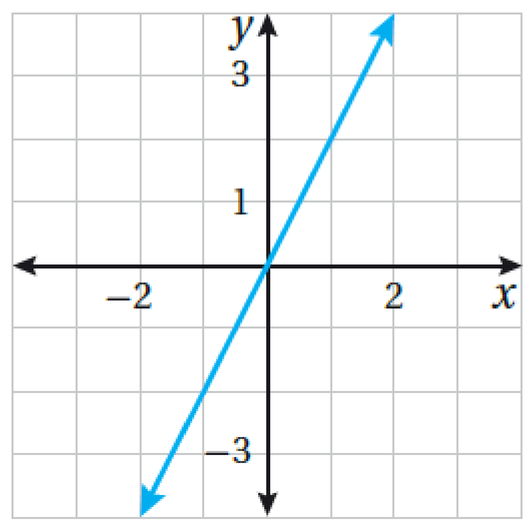
إذن المدى : $[0, 150]$ $[0, 150]$

أتعلَّمُ : •• يمكنُ إيجادُ مَدى الاقترانِ الخطيّ بتعويضِ أقلِّ قيمةٍ وأعلى قيمةٍ في المجالِ.

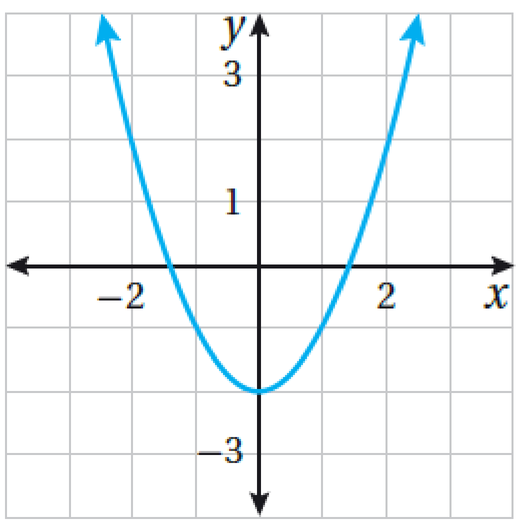
ثالثًا : الاقتراناتُ غيرُ الخطيَّةِ

الاقترانُ غيرُ الخطيِّ : اقترانٌ لا يمكنُ كتابتُهُ على الصورةِ $f(x) = mx + b$ ، وتمثيلُهُ البيانيُّ ليسَ خطًّا مستقيمًا.

اقترانٌ خطيٌّ



اقترانٌ غيرُ خطيٍّ



.، فإنَّ الاقترانَ غيرُ خطيٍّx على أيِّ أسٍ غيرِ الواحدِ للمقدارِ f(x) إذا احتوى الاقترانُ : أتعلَّمُ ●●

يمكنُ إيجادُ قيمةِ الاقترانِ غيرِ الخطيّ عندَ قيمةٍ مُعَيَّنَةٍ مِنْ خلالِ التعويضِ، ثمَّ اتِّباعِ أولوياتِ

(مراجعةُ المفهومِ (أولوياتُ العملياتِ الحسابيَّةِ

: أولوياتُ العملياتِ الحسابيَّةِ ، هِيَ

.أَجِدُ قيمةَ المِقدارِ داخلَ الأقواسِ (1
.أَجِدُ قِيَمَ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ والجُذورِ جميعَها (2
.(أضربُ أوْ أقسِمُ مِنَ اليسارِ إلى اليمينِ(أيُّهُما أسبَقُ (3
.(أجمعُ أوْ أطرحُ مِنَ اليسارِ إلى اليمينِ(أيُّهُما أسبَقُ (4
.العملياتِ

: مثال

: ، فَأَجِدُ كُلَّ ممّا يأتي $f(x) = 3x2 + 4x - 2$ $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ إذا كان

1) $f(2)$ 1) f (2)

2) $3f(-3) - f(0)$ 2) 3f(-3) - f(0)

الحل :

1) $f(2)$ 1) f (2)

$f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ f(x) = 3x2 + 4x - 2	الاقترانُ المُعطى
$f(2) = 3(2)^2 + 4(2) - 2$ f(2) = 3(2)2 + 4(2) - 2	بتعويض $x = 2$
$f(2) = 18$ f(2) = 18	بالتبسيط

2) $3f(-3) - f(0)$ 2) 3f(-3) - f(0)

$3f(-3) - f(0)$ 3f(-3) - f(0)	المقدار ال
$3\,(3(-3)^2 + 4(-3) - 2) - (3(0)^2 + 4(0) - 2)$ 3 (3(-3)2 + 4(-3) - 2)-(3(0)2 + 4(0) -2)	، $x = 0$
$3\,(3\times9-12-2)-(-2)$ 3 (3×9-12- 2)-(-2)	بالتبسيط
$39+2 = 41$ 39+2 = 41	بالتبسيط