أختار رمز الإجابة الصحيحة في كلِّ ممّا يأتي:

1) عدد طرائق اختيار 3 طلبة عشوائيًّا من بين 10 طلبة، وترتيبهم على 3 مقاعد في صف واحد، هو:

a) $_{10}C_3$ b) $_{10}P_3$ c) $_3P_3$ d) $7!$

2) أحد الآتية يُمثِّل الأعداد الفردية التي يحوي كلٌّ منها 5 منازل مختلفة، ويُمكِن تكوينه بإعادة ترتيب أرقام العدد 45092 :

a) 120 b) 96 c) 60 d) 36

3) عدد طرائق اختيار 5 طلاب و 3 طالبات عشوائيًّا من بين 9 طلاب و 7 طالبات هو:

a) $_{16}C_8$ b) $_{16}P_8$ c) $_9C_5 \times {}_7C_3$ d) $_9P_5 \times {}_7P_3$

4) وعاء فيه 6 بطاقات مُتماثِلة، كُتِب عليها الأرقام: 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6، إذا سُحِبت منه 3 بطاقات معًا بصورة عشوائية، ودلَّ المُتغيِّر العشوائي X على أصغر الأرقام الظاهرة على هذه البطاقات، فإنَّ مجموعة قِيَم X هي:

a) {1,2,3,4,5,6} b) {1,2,3,4,5} c) {1,2,3,4} d) {1,2,3}

5) وعاء فيه 4 كرات حمراء، وكرتان خضراوان، جميعها مُتماثِلة. إذا سُحِبت منه 3 كرات عشوائيًّا على التوالي مع الإرجاع، فإنَّ احتمال سحب كرتين خضراوين، وكرة واحدة حمراء، هو:

a) 227 b) 29 c) 15
d) 35

يوجد على أحد رفوف المكتبة 5 كتب علوم مختلفة، و 4 كتب رياضيات مختلفة. أجد عدد طرائق ترتيب الكتب بعضها بجانب بعض على الرف في الحالات الآتية:

6) أنْ تكون كتب كل مبحث مُجمَّعة معًا.

7) أنْ تكون كتب الرياضيات فقط مُجمَّعة معًا.

8) ألّا يكون أيُّ كتابي رياضيات متجاورين.

الحل:

6) $5!\times4!\times2=5760$

7) $4!\times6!=17280$

8) $5!\times4!=2880$

يشترط أحد المواقع التعليمية في شبكة الإنترنت إنشاء المُستخدِم حسابًا محميًّا بكلمة مرور مُكوَّنة من 8 رموز مختلفة تُختار من بين الأحرف: A، B، C، D، E، F والأرقام: 6 ، 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1، أجد عدد كلمات المرور التي يُمكِن إنشاؤها في الحالات الآتية:

9) اشتمال كلمة المرور على 3 أحرف متبوعة ب 5 أرقام.

10) بدء كلمة المرور برقم، وانتهاؤها برقم.

11) اشتمال كلمة المرور على 4 أحرف بعضها بجانب بعض.

الحل:

9) $4!3!4=4$

10) $86400=56_P\times36_P$

11) $21600=15_P\times66_P\times16_P$

12) اختير فريق كرة قدم خماسي من بين حارس مرمى، و 5 مدافعين، و 5 مهاجمين. ما احتمال أن يضمّ الفريق حارس المرمى، ومدافِعَيْن، ومهاجِمَيْن؟

الحل:

13) كتب سعيد 4 رسائل، وكتب عناوين أصحابها على 4 مغلفات؛ ثمّ وضع في كل مغلف واحدة من الرسائل بصورة عشوائية. ما احتمال أن يكون سعيد قد وضع كل رسالة في المغلف الذي يحمل عنوان صاحبها؟

الحل:

14) رتَّبت هالا أحرف كلمة (كاظمين) بعضها بجانب بعض في خط مستقيم. ما احتمال أنْ تكون الأحرف الصحيحة متجاورة؟

الحل:

128

سأل مراد عددًا من طلبة الصف الثالث عن عدد أقلام التلوين في حقائبهم، ثم دَوَّن النتائج في الجدول الآتي:

عدد الأقلام في الحقيبة	3	8	10	14	15
التكرار	1	3	2	5	3

بافتراض أنَّ المُتغيِّر العشوائي X يُمثِّل عدد الأقلام في الحقيبة:

15) أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي .X

16) أجد التوقُّع ُ E(X)

الحل:

15)

X	3	8	10	14	15
$P(X)$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{2}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{3}{14}$

16)

$$E(X)=\frac{3}{14}+\frac{24}{14}+\frac{20}{14}+\frac{70}{14}+\frac{45}{14}\approx 11.6$$

17) في تجربة إلقاء حجري نرد معًا مرَّة واحدة، إذا دلّ المُتغيِّر العشوائي X على القيمة المُطلَقة للفرق بين العددين الظاهرين على الحجرين، فأجد قِيَم X.

الحل:

$$X=0,1,2,3,4,5$$

18) في تجربة سحب بطاقتين مع الإرجاع من مجموعة بطاقات مُرقَّمة بالأرقام: 1، 2، 3، 4، إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي X على ناتج ضرب الرقمين الظاهرين على البطاقتين، فأجد قِيَم X.

الحل:

$$X=1,2,3,4,6,8,9,12,16$$

يُبيِّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي X:

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.25	k	0.33	$2k$

19) أجد قيمة K.

20) أجد ناتج: $P(X \leq 2)$

21) أجد التباين $Var(X)$

الحل:

19) $0.25+k+0.33+2k=1 \rightarrow k=0.81$

20) $P(X \leq 2) - P(X = 1) = 1 - 0.25 = 0.75$

21) $E(X) = 1 \times 0.25 + 2 \times 0.81 + 3 \times 0.33 + 4 \times 1.62 = 9.34$

$Var(X) = 1 \times 2(1) + 2 \times 2(2) + 3 \times 2(3) + 4 \times 2(4) - 1.62 = 2(9.34) - 1.62 = 23.04$

22) إذا كان: $4C_n = 3P_n$ ، فما قيمة n؟

الحل:

$$\frac{n!}{(n-4)!4!} = \frac{n!}{(n-3)!3!}$$

$$\rightarrow \frac{(n-3)!3!}{(n-4)!4!} = n - 3 = 4 = 7$$

23) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمُتغيّر العشوائي x كما في الجدول الآتي، فأجد قيمتين مُمكِنتين لكلٍّ من a، و b.

x	1	3	5	7
$P(X=x)$	a	$3b$	$2a$	b

الحل:

$a = 15$ و $b = 110$

$a = 14$ و $b = 116$

في تجربة إلقاء حجري نرد منتظمين ومتمايزين مرَّة واحدة، إذا دلَّ المُتغيّر العشوائي G على أكبر العددين في حال اختلافهما، أو دلَّ على أحدهما في حال تساويهما، فأُجيب عن الأسئلة الآتية:

24) أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيّر G.

25) أجد ناتج: $P(2 < G \leq 5)$

26) أجد التوقُّع $E(G)$.

الحل:

24)

G	1	2	3	4	5	6
P(G)	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

$$712=2136=936+7+5=(5\geq_G>2)_P\ (25$$

$$=6636+4536+2836+1536+636+136=(_G)_E\ (26$$

$$4.472\approx16136$$