أتحقَّق من فهمي صفحة (135)

X في تجربة القاء قطعتي نقد عشوائياً ، إذا دل المتغير العشوائي X على عدد مرات ظهور الكتابة، فأجد مجموعة قيم X .

الحل:

X=0,1,2,3: اذن ، مجموعة قيم المتغير العشوائي هي

أتحقَّق من فهمي صفحة (137)

سحبت بطاقتان عشوائياً من وعاء يحوي البطاقات الآتية:

1	3	0	3

إذا دل المتغير العشوائي X على مجموع العددين الظاهرين على هاتين البطاقتين ، فأنشىء جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير X .

الحل:

X=1,3,4,6

X	1	3	4	6
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

أتحقَّق من فهمي صفحة (138)

X في تجربة عشوائية ، كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي كما في الجدول الآتي :

x	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.25	g	0.35	3g

a) أجد قيمة g

b) أجد ناتج : $P(1\leq X<3)$

c) أجد ناتج : $P(X<4)$

d) أجد منوال التوزيع.

الحل:

a) $0.25+g+0.35+3g=10.60+4g=14g=0.4g=1$

b) $0.25+0.1=0.35$

c) $0.25+0.1+0.35=0.7$

d) 3

(أتحقَّق من فهمي صفحة 140)

تجد حنين عددًا من الرسائل في بريدها الإلكتروني كل يوم، فقررت رصد عدد الرسائل التي وصلتها يوميا من 50 يوما اختيرت عشوائيا، وكانت النتائج التي توصلت إليها كما في الجدول الآتي:

عدد الرسائل (x)	1	2	3	4	5
عدد الأيام (التكرار f)	7	22	18	1	2

يمثل عدد الرسائل اليومية التي X بافتراض أن المتغير العشوائي تصل البريد الالكتروني لحنين :

1) أنشىء جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X

2) جد توقع المتغير العشوائي X .

الحل:

1)

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	$\frac{7}{50}$	$\frac{22}{50}$	$\frac{18}{50}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{2}{50}$

2) $E(X)=11950=2.38$

أتحقَّق من فهمي صفحة (141

يحتوي وعاء على 6 بطاقات حمراء، و 4 بطاقات زرقاء، جميعها متماثلة. إذا سحبت منها بطاقتان على التوالي من دون إرجاع، ودل على عدد البطاقات الزرقاء المسحوبة، فأجد X المتغير العشوائي E(X) .

الحل:

X	0	1	2
$P(X)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{24}{45}$	$\frac{2}{15}$

E(X)=(0×13)+(1×2445)+(2×215)=0.8

أتحقَّق من فهمي صفحة (143

يبين الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X .

x	-1	1	3	5
$P(X=x)$	0.3	0.4	0.1	0.2

a) جد التوقع E(X)

b) جد التباين Var(X)

الحل:

a) E(X)=∑x.P(x)

E(X)=(-1×0.3)+(1×0.4)+(3×0.1)+(5×0.2)=1.4

b) Var(X)=∑(x2.P(x))-(E(X))2

Var(X)=(1×0.3)+(1×0.4)+(9×0.1)+(25×0.2)-(1.4)2=0.14

(أتدرَّب وأحُلُّ المسائل صفحة 143)

على عدد X في تجربة سحب 4 كرات على التوالي من كيس يحوي 3 كرات حمراء، وكرتين سوداوين، إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي X الكرات الحمراء في الكرات المسحوبة، فأجد قِيَم في كلٍّ من الحالتين الآتيتين:

1) السحب مع الإرجاع.

2) السحب من دون إرجاع.

3) في تجربة إلقاء قطعة نقود 6 مرّات متتالية، إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي X على عدد مرّات ظهور الصورة H ، فأجد قِيَم X

4) في تجربة إلقاء حجري نرد معًا مرَّة واحدة، إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي X على ناتج ضرب العددين الظاهرين على الحجرين، فأجد قِيَم X

الحل:

1) X=0,1,2,3,4

2) X={2,3}

3) X={0,1,2,3,4,5}

4) X=1,2,3,4,5,6,8,9,10,12,15,16,18,20,24,25,30,36

يحتوي وعاء على 3 أقراص زرقاء، و 6 أقراص خضراء. إذا سُحِبت من الوعاء 3 أقراص على التوالي مع الإرجاع، ودلَّ المُتغيِّر العشوائي X على عدد الأقراص الزرقاء المسحوبة، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

5) في صورة جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي X.

6) احتمال سحب قرص أزرق واحد على الأقل.

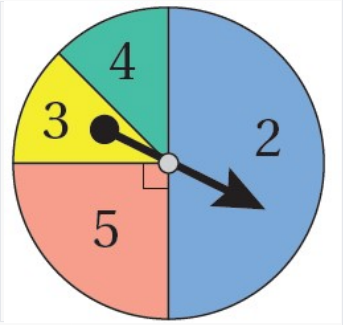
الحل:

5)

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

6) P(X≥1)=1-P(X=0) =1-827=1927

في تجربة تدوير مُؤشِّر القرص المجاور عشوائيًّا مرَّتين متتاليتين، إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي **X** على مجموع العددين اللذيْنِ توقَّف عندهما المُؤشِّر، وكان القطاعان الأخضر والأصفر متطابقان، فأجد:



7) في صورة X التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر جدول.

8) منوال التوزيع.

الحل:

7)

X	4	5	6	7	8	9	10
$P(X)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

8) 7

كما في الجدول الآتي: **X** في تجربة عشوائية، كان التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي

x	1	2	4	5	8
$P(X=x)$	0.2	b	0.15	0.29	$2b$

9) أجد قيمة b

10) أجد ناتج: $P(2 < X \leq 8)$

11) أجد ناتج: $P(X \geq 2)$

الحل:

9) 3b+0.2+0.15+0.29=1→b=0.12

10) P(2<X≤8)=0.12+0.29+0.24=0.68

11) P(X≥2)=1-P(X<2)=1-0.2=0.8

---

12) يتألَّف مجلس الطلبة في إحدى الجامعات من 10 طلاب و 15 طالبة، وقد شكَّل هؤلاء الأعضاء لجنة تضمُّ ثلاثة منهم بصورة عشوائية للاجتماع مع مُمثِّلين عن رئاسة الجامعة. إذا دلَّ المُتغيِّر X العشوائي على عدد الطالبات في اللجنة المختارة، فأُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي X.

الحل:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{6}{115}$	$\frac{27}{92}$	$\frac{21}{46}$	$\frac{91}{460}$

أجد القيمة المُتوقَّعة لكلٍّ من التوزيعات الاحتمالية الآتية:

13)

x	-2	-1	0	1	2	3
$P(X=x)$	0.13	0.27	0.1	0.18	0.22	0.1

14)

y	2	4	6	8
$P(Y=y)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

الحل:

13) $E(X)=-2\times0.13-1\times0.27+0\times0.1+1\times0.18+2\times0.22+3\times0.1=0.39$

14) $E(X)=2\times112+4\times512+6\times13+8\times16\approx5.17$

---

15) دَوَّن أحد العلماء أعمار عدد من الغزلان في الجدول الآتي:

العمر (بالسنة x)	1	2	3	4	5	6	7	8
التكرار (f)	7	30	58	135	150	70	40	10

يُمثِّل عمر الغزال، أجد X بافتراض أنَّ المُتغيِّر العشوائي التوقُّع E(X).

الحل:

E(X)=1×7500+2×30500+3×58500+4×135500+5×150500+6×70500+7×40500+8×10500≈4.62

---

16) يُبيِّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي

x	-1	0	1	2
$P(X=x)$	a	$4b$	$2b$	a

فأجد قيمة كلٍّ من a و b. ، 512 هو X إذا كان توقُّع

الحل:

-1×a+0×4b+1×2b+2a=512 → a+2b=512a+4b+2b+a=1→2a+6b=1a=1 4 ,b=112

---

17) يعمل في إحدى المؤسسات 9 موظفين و 15 موظفة، وقد شكَّل هؤلاء معًا لجنة مشتريات تضمُّ أربعة منهم بصورة عشوائية. على عدد الموظفات في اللجنة المختارة، X إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي E(X.) ، ثم أجد التوقُّع X فأُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر

الحل:

X	0	1	2	3	4
$P(X)$	$\frac{3}{253}$	$\frac{30}{253}$	$\frac{90}{253}$	$\frac{195}{506}$	$\frac{65}{506}$

E(X)=2.5

---

18) يُبيِّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي Y:

y	-2	3
$P(Y=y)$	a	$1-a$

إذا كان E(Y) = 2 ، فأجد (Var(Y)

الحل:

-2a+3(1-a)=2→a=-0.2Var(Y)=4×-0.2+9×1.2-4=6

---

19) (مسألة اليوم) أحُلُّ المسألة الواردة في بند).

الحل:

1

مهارات التفكير العليا

20) تبرير: في تجربة سحب بطاقتين عشوائيًّا على التوالي من صندوق يحوي 4 بطاقات مُتماثِلة، كلٌّ منها مُرقَّمة بأحد الأرقام: 2، 3، 4، 5 على مجموع X ، إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي الرقمين الظاهرين على البطاقتين المسحوبتين، وكانت قِيَمه: 5، 6، 7، 8، 9 ، فأُحدِّد ما إذا كان السحب مع الإرجاع، أو من دون إرجاع، وأبرّر إجابتي.

الحل:

السحب دون ارجاع ، لأنه لو كان مع الارجاع لظهرت 10 ، 4 التي تعطي المجاميع (2,2) , (5,5) النواتج

---

21) تحدٍّ: رُقِّمت أوجه حجر نرد أحمر بالأرقام: 3 , 2 , 2 , 1 , 1 , 1 ، ثم رُقِّمت أوجه حجر نرد أزرق بالأرقام: 3 , 3 , 3 , 2 , 2 , 1 ، ثم أُلقِي الحجران معًا مرَّة واحدة. إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي X على مجموع الرقمين الظاهرين على

الوجه العلوي لكلا الحجرين، فأُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي.

الحل:

X	2	3	4	5	6
$P(X)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{12}$

---

22) تحدٍّ: في تجربة عشوائية، اختيرت بطاقة من بين 3 بطاقات تحمل الأرقام: 1، 3، 5، ثم أُلقِيت قطعة نقود منتظمة عددًا من المرّات يُطابِق الرقم المكتوب على البطاقة. إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي H ، فأجد عناصر الحادث (H) على عدد مرّات ظهور الصورة المُرتبِط بالقيمة: H=3 ، ثم أجد ناتج: P(H=3).

الحل:

(3,H,H,H),(5,H,H,H,T,T),(5,H,H,T,H,T),(5,H,H,T,T,H)(5,H,T,H,H,T),(5,H,T,H,T,H),(5,H,T,T,H,H),(5,T,H,H,H,T)(5,T,H,H,T,H),(5,T,H,H,H,T),(5,T,H,T,H,H),(5,T,T,H,H,H)P(X)=13×18+13×1232=16

---

23) مسألة مفتوحة: أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي لمُتغيِّر عشوائي X ، وقيمة E(X)=4 ، قِيَمه: 5 , 3 , 1

الحل:

X	1	3	5
$P(X)$	0.1	0.3	0.6

أسئلة كتاب التمارين

في كلٍّ من الحالات الآتية: أجد مجموعة قِيَم المُتغيِّر العشوائي **X**

1) سحب 6 كرات عشوائيًّا من دون إرجاع من صندوق يحوي 4

على X كرات خضراء، و 5 كرات زرقاء، ودلَّ المُتغيِّر العشوائي عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

الحل:

$X=1,2,3,4$

---

2) X إطلاق 8 طلقات على هدف ثابت، ودلَّ المُتغيِّر العشوائي على عدد مرّات إصابة الهدف.

الحل:

$X=0,1,2,3,4,5,6,7,8$

---

3) X تدوير مُؤشِّر القرص المجاور مرَّتين، ودلَّ المُتغيِّر العشوائي على مجموع الرقمين اللذيْنِ توقَّف عليهما المُؤشِّر.

الحل:

$X=2,4,5,6,7,8,10,11,14$

---

4) سُحِب بالونان عشوائيًّا مع الإرجاع من كيس فيه 8 بالونات حمراء، وبالون واحد أصفر، و 3 بالونات بيضاء. إذا دلَّ المُتغيِّر العشوائي X على عدد البالونات الصفراء المسحوبة، فأُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي X، ثم أُمثِّله بيانيًّا.

الحل:

X	0	1	2
P(X)	$\frac{121}{144}$	$\frac{22}{144}$	$\frac{1}{144}$

يُبيّن الجدول المجاور التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي Y

y	1	2	5	7
$P(Y=y)$	b	0.4	$2b$	0.12

5) أجد قيمة b

6) أجد ناتج: $P(Y \geq 2)$

7) أجد ناتج: $P(1<Y\leq 7)$

الحل:

5) $b+0.4+2b+0.12=1 \rightarrow b=0.16$

6) $P(Y\geq 2)=1-P(Y=1)=1-0.16=0.84$

7) $P(1<Y\leq 7)=1-P(Y=1)=1-0.16=0.84$

---

8) أجد التوقُّع والتباين للمُتغيِّر العشوائي ذي التوزيع الاحتمالي الآتي:

x	-1	0	2	3
$P(X=x)$	0.15	0.25	0.35	0.25

الحل:

$E(X)=-1\times 0.15+0\times 0.25+2\times 0.35+3\times 0.25=1.3$

$Var(X)=1\times 0.15+0\times 0.25+4\times 0.35+9\times 0.25-(1.3)^2=2.11$

سُئِل طلبة إحدى المدارس عن عدد الهواتف المحمولة في منازلهم، فكانت الإجابات كما في الجدول الآتي:

عدد الهواتف المحمولة (x)	1	2	3	4	5	6
عدد الطلبة (f)	35	55	105	140	110	75

يُمثِّل عدد الهواتف المحمولة X بافتراض أنَّ المُتغيِّر العشوائي:

9) أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمُتغيِّر العشوائي X.

10) أجد التوقع: $E(X)$

الحل:

9)

X	1	2	3	4	5	6
P(X)	$\frac{35}{520}$	$\frac{55}{520}$	$\frac{105}{520}$	$\frac{140}{520}$	$\frac{110}{520}$	$\frac{75}{520}$

10)

$E(X)=\frac{35}{520}+\frac{110}{520}+\frac{315}{520}+\frac{560}{520}+\frac{550}{520}+\frac{450}{520}=\frac{2020}{520}=3.88$